土木学会第52回年次学術講演会（平成９年９月）

Ⅰ－A8　ひずみ軟化材の繰り返し塑性に対する構成則

武蔵工業大学　学生員　市川　岳
武蔵工業大学　正会員　皆川　勝
東急建設　　　正会員　渋沢　重彦

1.　はじめに

わが国の構造物は地震による被害をしばしば受ける。従って弾性域を越える応力あるいはひずみを繰り返し受ける構造物の破壊に至る挙動を把握することは、構造物の設計あるいは維持管理上、重要である。特に、軟化挙動を示す土木材料の弾塑性挙動を定式化する場合、応力空間での定式化ではひずみ軟化と除荷、完全塑性載荷と中立載荷を明白に区別することが出来ない。そこで本研究では、ひずみ軟化挙動を示す土木材料の弾塑性挙動をひずみ空間において定式化し、これに繰り返し塑性モデルを適用することによって、ひずみ軟化材のの繰り返し弾塑性挙動を精度良く推定しようとするものである。

2.　ひずみ空間における定式化 [1]

2.1　ひずみ空間における載荷関数

ひずみ空間における載荷関数を次式のように定義する。

$$F(\varepsilon_{ij},\varepsilon_{ij}^{\prime},\kappa)=0 \tag{1}$$

ε_{ij}：全ひずみ　$\varepsilon_{ij}^{\prime}$：塑性ひずみ　κ [2]：硬化パラメータ

式（1）の載荷関数の適合条件式は次のように表せる。

$$dF=\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}d\varepsilon_{ij}+\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^{\prime}}d\varepsilon_{ij}^{\prime}+\frac{\partial F}{\partial \kappa}d\kappa=0 \tag{2}$$

$d\kappa=b_{ij}d\varepsilon_{ij}^{\prime}$ より式（2）は次式のように変形できる。

$$dF=\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}d\varepsilon_{ij}+\left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^{\prime}}+\frac{\partial F}{\partial \kappa}b_{ij}\right)d\varepsilon_{ij}^{\prime}=0 \tag{3}$$

また G を塑性ポテンシャルとして流れ則を式（3）に適用させることにより、塑性ひずみ増分を以下の式により求めることができる。

$$d\varepsilon_{ij}^{\prime}=\frac{\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{ij}}\dfrac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kl}}d\varepsilon_{kl}}{-\dfrac{\partial F}{\partial \varepsilon_{mn}^{\prime}}\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{mn}}-\dfrac{\partial F}{\partial \kappa}b_{mn}\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{mn}}} \tag{4}$$

2.2　Drucker-Prager の載荷関数の適用

Drucker-Prager の載荷関数を以下のように定義する。

$$F(\varepsilon_{ij},\varepsilon_{ij}^{\prime},\kappa)=3\lambda\alpha(\varepsilon_{ii}-\varepsilon_{ii}^{\prime})+\sqrt{2\mu^{2}(e_{ij}-e_{ij}^{\prime})(e_{ij}-e_{ij}^{\prime})}-\kappa=0 \tag{5}$$

λ：体積弾性係数　μ：せん断弾性係数

式（5）を単軸圧縮状態において式（4）に適用するために ε_{11}、$\varepsilon_{11}^{\prime}$ でそれぞれ微分する。

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{11}}=3\lambda\alpha+\frac{\mu(e_{11}-e_{11}^{\prime})}{\sqrt{\bar{J}_2}}、\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{11}^{\prime}}=-3\lambda\alpha-\frac{\mu(e_{11}-e_{11}^{\prime})}{\sqrt{\bar{J}_2}} \tag{6}$$

ただし $\bar{J}_2=\frac{1}{2}(e_{ij}-e_{ij}^{\prime})(e_{ij}-e_{ij}^{\prime})$ とする。

ここで Kiousis による硬化パラメータ κ を用いる。

$$\kappa=\frac{H}{A}e^{Ax}\left(1+\frac{1}{PA}-\frac{x}{P}\right)-\frac{H}{A}\left(1+\frac{1}{PA}\right) \tag{7}$$

ここで式（7）中の H、A は以下の式から決定されるパラメータであり、式中の σ_p、σ_r は Fig.1 に示される最大応力値と残留応力値である。

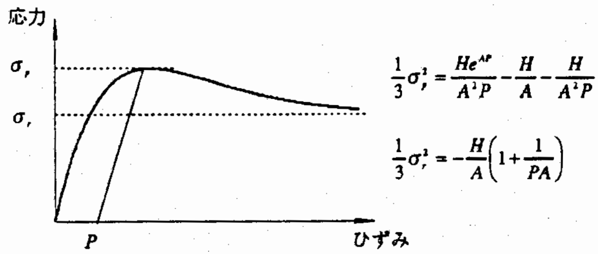

Fig.1　軟化材の応力 - ひずみ曲線

以上のことから、単軸圧縮状態における塑性ひずみ増分を次式により得ることができる。

$$d\varepsilon_{11}^{\prime}=\frac{\left\{3\lambda\alpha+\dfrac{\mu(e_{11}-e_{11}^{\prime})}{\sqrt{\bar{J}_2}}\right\}}{\left\{3\lambda\alpha+\dfrac{\mu(e_{11}-e_{11}^{\prime})}{\sqrt{\bar{J}_2}}\right\}+He^{Ax}\left(1-\dfrac{x}{P}\right)\dfrac{\sqrt{3}}{2}}d\varepsilon_{11} \tag{8}$$

3.　数値計算例

式（8）で得られた増分形の塑性ひずみ - 全ひずみ関係から応力 - ひずみ曲線を描き、そこで軟化挙動を表現することができるかを確認する。

3.1　計算手順

全ひずみ増分を 0.0001 で step-by-step に増加させ、塑性ひずみ増分・弾性ひずみ増分・応力増分をそれぞれ求める。以上の計算をパラメータとなる H、A、P をそれぞれ変化させ行った。

3.2　計算結果

3.1 の手順で行った数値計算の幾つかの例を Fig.2 から Fig.4 に示す。

キーワード：ひずみ軟化，繰り返し載荷，弾塑性挙動，構成則
連絡先：武蔵工業大学 工学部，〒158 東京都世田谷区玉堤 1 丁目 28 番地 1 号，　TEL：03-3703-3111 内線 3252,
FAX：03-5707-2226,　E-mail：mminagaw@eng.musashi-tech.ac.jp

訂正後

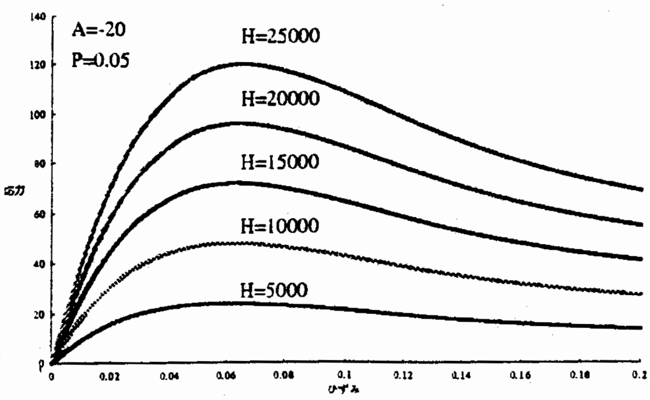

Fig.2　パラメータ H を変化

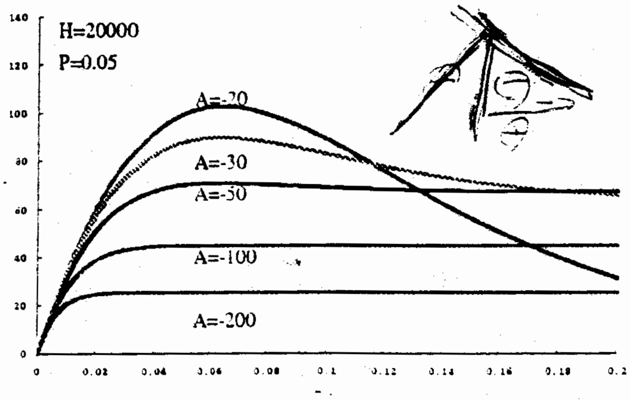

Fig.3　パラメータ A を変化

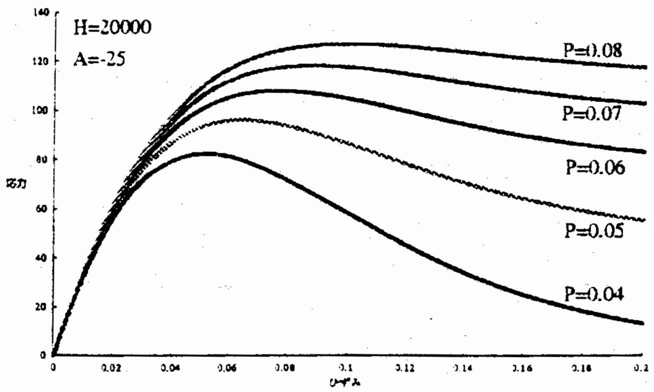

Fig.4　パラメータ P を変化

4.　複合硬化モデルの適用 (3)、(4)

等方硬化モデルでは、載荷曲面は最初の降伏曲面と同じ形状・中心・向きを保ちつつ応力空間内で原点の周りに一様に拡がるものと仮定している。等方硬化モデルではバウシンガー効果を説明することができないため、繰り返し載荷を扱う場合に等方硬化の考え方では大きな誤差を引き起こすことになる。

本研究で対象としている軟化材料に対して工学的に応用するには、複合硬化と呼ばれる等方硬化と移動硬化(降伏曲面全体が応力空間内で拡がったり、ゆがんだりせず移動する）を組み合わせた概念が有効である。すなわち降伏曲面に拡がりと移動の両方が許されることになる。そこで、移動硬化を組み込んだ載荷関数を用いて構成則を定式化する。

複合硬化モデルの定式化

等方硬化モデルに移動硬化を適用した載荷関数は次式のように表される。

$$F(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, \alpha_{ij}, \kappa) = 0 \qquad (9)$$

ここで α_{ij} は降伏曲面の中心の移動を表すパラメータであり、ここでは次のような移動則を仮定する。

$$d\alpha_{ij} = c(1-M)d\varepsilon_{ij}^{p} \qquad (10)$$

式（10）の c は与えられた材料に対して固有の加工硬化定数であり、M は硬化の全体量に対する等方硬化の割合を定義するもので、次の範囲内にある材料パラメータである。

$$-1 < M \leq 1 \qquad (11)$$

式（9）の適合条件式は次式のように表せる。

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}d\varepsilon_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^{p}}d\varepsilon_{ij}^{p} + \frac{\partial F}{\partial \alpha_{ij}}d\alpha_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \kappa}d\kappa = 0 \qquad (12)$$

式（12）に式（10）を適用させ、流れ則により次式で表される増分形の塑性ひずみ - 全ひずみ関係が得られる。

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = \frac{\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{ij}}\dfrac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kl}}d\varepsilon_{kl}}{-\dfrac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ab}}\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{ab}} - \dfrac{\partial F}{\partial \alpha_{cd}}c(1-M)\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{cd}} - \dfrac{\partial F}{\partial \kappa}b_{mn}\dfrac{\partial G}{\partial \varepsilon_{mn}}} \qquad (13)$$

5.　おわりに

本研究ではひずみ空間において Drucker-Prager の載荷関数を定式化し、軟化挙動を表現することのできる構成則が得られた。今後の方針として、実験を行う事により実際の軟化挙動との比較をしていく予定である。また複合硬化モデルを用いて、繰り返し載荷における構造物の弾塑性挙動を推定することを試みる。

[illegible]
cyclic

＜参考文献＞

(1) Eiji Mizuno ・ Shigemitsu Hatanaka : Compressive softening model for concrete , Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, No.8 , pp.1546-1562 , 1992.

(2) Kiousis,P. :Strain space approach for softening plasticity , Journal of Engineering Mechanics , Vol.113 , No.2 , pp.210-221 , 1987.

(3) 色部　誠・河角　誠・安達　洋：コンクリート構造物の塑性解析，丸善株式会社

(4) 山田　嘉昭：塑性・粘弾性，培風館