

構造工学における数値解析法シンポジウム論文集
第 10 卷

Proceedings of Symposium on
Computational Methods in Structural Engineering
and Related Fields
Volume, 10

昭和61年7月

日本鋼構造協会

有限要素法による補剛パネルの耐荷力評価に関する研究
A Study on Estimation of Ultimate Strength of Stiffened Panels
by Finite Element Method

○増田陳紀1)・西脇威夫2)・皆川 勝3)・早坂茂紀4)

1. はじめに 材料および幾何学的非線形性を考慮した、補剛された薄肉構造の解析に関する研究は数多くなされているが、特定の問題を対象としたものがほとんどであり、必ずしも一般的な解析手法が確立されているとはいえず、また、未だ解析的には解明されていない問題も多く残されている。例えば、曲線桁の耐荷力解析において材料非線形性を考慮したものは見あたらず、また、ほとんどが曲げ耐荷力を対象としており、せん断耐荷力を扱った研究は少ない。特に、垂直補剛材あるいは水平補剛材およびその両者を有する曲線桁の耐荷力に関する研究は、垂直補剛材の応力状態が複雑であり、ウェブパネルの局部変形が著しいなどのため、実験的研究が見られるだけで、解析的研究はほとんどなされていない。

本研究では、吉田・増田・松田らが開発した有限要素法による薄肉立体構造物の弾塑性大変位解析法〔1〕(以下、YMM法と呼ぶ)を基礎として、任意の補剛された薄肉構造を対象に、補剛材を骨組部材に置き換え、板要素と骨組要素とを結合することによって、その耐荷力を効率良く解析できる複合非線形解析法を構築することを試みた。さらに、その解法を用いて、せん断を受ける直線桁および曲線桁の耐荷力解析を行い、桁各部材が終局状態に至るまでの変形挙動、直線桁と曲線桁の挙動の相違、補剛材の有無による桁の挙動の違い、垂直および水平補剛材が耐荷力に与える影響などについて、解析的に評価する可能性の検討を行った。

2. 偏心骨組要素の誘導とその材料非線形性の評価 薄肉構造解析のためのYMM法における個々の要素は、面内回転を節点変位として有する1節点6自由度計18自由度の三角形要素であり、ひずみ-変位関係の非線形性は要素の剛体回転によって生ずるとの立場から、全体座標系での剛体回転を含む節点変位と、要素とともに移動する要素座標系での剛体回転を含まない節点変位との関係式を誘導し、幾何学的非線形性を直接評価している。したがって、補剛された薄肉構造物の複合非線形解析を可能にするためには、単に、三角形薄板有限要素剛性行列と骨組要素剛性行列とを、対応する節点で重ねれば良い。しかし、補剛材は薄板の中央面に対してどちらか一方の側に取り付けられる場合も多く、その場合偏心の効果を無視できない。また、偏心した補剛板構造では、残留応力を考えなければ、一般に、降伏は補剛材の先端で始まり、補剛材全体にわたって連続的に広がって行くことを考慮すると、偏心および材料非線形性を考慮した骨組要素剛性行列を誘導しなければならない。

1) 偏心を考慮した骨組要素剛性行列の誘導 ここでは、次のような仮定のもとに偏心を考慮した骨組要素剛性行列を誘導する。a) 補剛材は、二軸対象一様断面を持ち、ねじりとしてサンプルのねじりのみを考慮する。b) 骨組要素は薄板要素の境界上にあり、骨組要素の節点は薄板要素の節点上に設けられる。c) 補剛材は、板中央面に対して直角に取り付けるものとする。

薄板要素および骨組要素の座標軸を図1のように設定し、板の中央面から補剛材の図心軸までの距離(偏心量)を e とする。節点変位と節点力は図に示す通りである。板座標系における z^* 軸方向の変位 w^* と骨組座標系における \bar{z}^* 軸方向の変位 \bar{w}^* は、図2からわかるように一般に回転 θ_{x^*} によって等しいものとならない。したがって、偏心を考慮

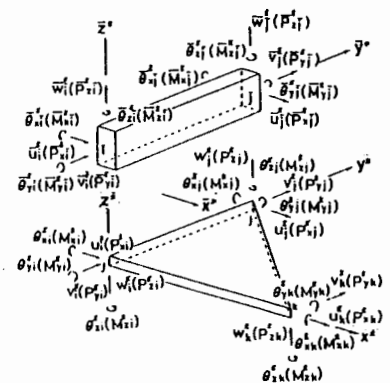


図1 座標軸および節点変位と節点力

1) 武蔵工業大学・工学部・助教授 2) 同・教授 3) 同・助手 4) 防衛施設庁
東京都世田谷区玉堤 1-28-1 (〒158)

した骨組要素剛性行列の誘導に際して、骨組要素剛性行列を骨組座標系から板座標系への座標変換行列により座標変換する通常採られる方法を用いると、骨組要素図心に仮設される節点の変位と座標変換された板要素中央面上での節点変位とは、同一のひずみ場を表現することができない。そこで、ここでは骨組要素の変位場を板要素中央面上での節点変位を用いて直接仮定し、偏心を考慮した骨組要素剛性行列を作成する。補剛材と薄板の変位の適合性は、補剛材と薄板の継目に沿って満たされなければならない。ここでは骨組要素の節点は薄板要素の節点上にあるとしているから、これらの必要条件を満足させるためには、骨組要素と薄板要素の面内、面外挙動を表す変位関数が同じものであればよい。本研究の基礎としたYMM法における薄板要素の変位関数は、骨組要素に対して通常適用される変位関数と同じであるので、薄板要素の変位関数に合わせて、骨組要素の \bar{x}^* 方向のたわみ \bar{u}^* 、 \bar{y}^* 方向のたわみ \bar{w}^* を三次式で、 \bar{y}^* 軸方向変位 \bar{v}^* を一次式で仮定する。

このようにして得られる偏心骨組要素剛性行列と上記の通常用いられている剛性行列との相違は、 z^* 方向変位および x^* 軸回りの回転に関する成分のみであって、 Ae^2 の項を削除し、改めて I_x を $I_x + Ae^2$ に置換えただけのものとなる。ここに、 A は断面積、 I_x は断面二次モーメントである。偏心方向のたわみの自由度および関連する回転自由度に対する剛性行列の対角成分(それぞれ k_{33} および k_{44})について、通常の偏心骨組要素と提案する偏心骨組要素との比較を図3(a)に示す。横軸は断面二次半径 r に対する偏心量 e の比であり、例えば $e/r=2$ とすると、従来の要素はこれらの対角成分を20-40%に過小評価することになる。その結果、図3(b)に示すような中央集中荷重を受ける単純ばりの場合、 $e/r=2$ の偏心量が存在するとき、従来の要素を用いた解析結果は、本要素を用いて求めた中央点のたわみの約2倍の中央点たわみを与えることになる。なお純曲げの場合には両者は完全に一致した結果を与える。

2) 骨組要素の材料非線形性の評価 塑性域の進展を追跡するために、補剛材を置換えた骨組要素を梁の目に柱状に分割する。分割された柱状要素は、細長いため、ねじりモーメント、せん断力は柱状要素内において塑性化にあまり影響を及ぼさず、降伏条件では無視できるものとする。これらの仮定によって、柱状要素は一軸応力状態にあるものと見なされ、ある柱状要素での応力は、補剛材の縦ひずみの分布を基礎として計算することができる。降伏は各柱状要素の重心における応力状態によって評価する。骨組要素の弾塑性計算は骨組座標系での図心の変位から、変位-ひずみ、変位-曲率の関係を用いて柱状要素重心でのひずみを計算し、これを応力-ひずみ関係に代入して柱状要素重心での応力を計算する。そして、各柱状要素で降伏判定を行い、それによって各柱状要素剛性行列を求め、それらを重合せることにより弾塑性骨組要素剛性行列を作成する。

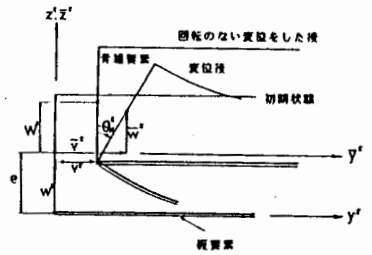
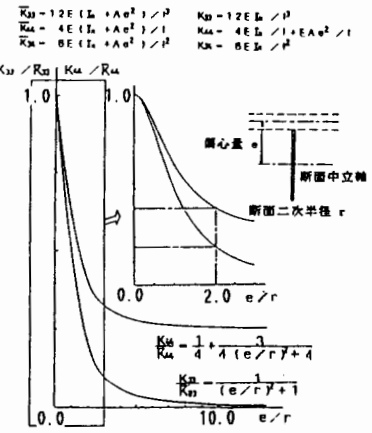
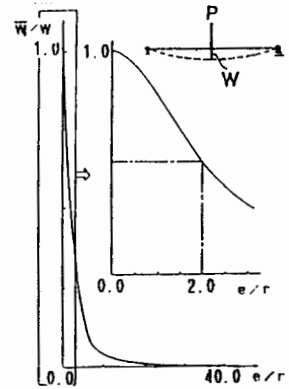


図2 eだけ偏心した補剛材の図心上の変位と板中央面上の節点変位

本方法: R, W
 単純な座標変換による方法: K, W



(a) 偏心方向のたわみの自由度及び回転自由度に対する剛性行列の対角成分の比較



(b) 中央集中荷重を受ける単純ばりのたわみの比較

図3 偏心骨組要素の刚性評価方法の比較

3. 本解析方法の妥当性の検証

1) 偏心のない補剛材が取り付けられた板の耐荷力解析 周辺単純支持の正方形補剛板(偏心のない補剛材で補剛された板)が一方向面内圧縮荷重(補剛材と直交する一組の対辺が等変位の軸圧縮)を受けるときの耐荷力解析を行い、上田らの解析結果[2]と比較することによって、本解析方法による偏心のない場合の弾塑性計算の妥当性を検証する。

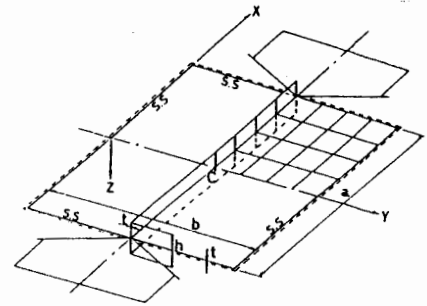
1) 解析対象のモデル化 解析対象および構造諸元は図4に示す通りである。計算の対象とした部分は対称性を考慮して正方形補剛板全体の1/4の部分である。したがって補剛材の剛性も1/2としている。この部分をX方向、Y方向に表1のように3通りに分割して、解析結果に及ぼす要素分割数の影響も検討する。また、薄板要素、骨組要素の層分割数が解析結果に及ぼす影響を調べるため、層分割数を変化させる。また、数値計算上座屈を生じさせるために、次式で表される最大たわみが板厚 t の1/100である2重正弦波形の初期たわみを与える。制御は圧縮辺が対称軸に平行に移動するように変位を強制して行なう。

$$w_0 = (t/100) \cos(\pi X/a) \sin(\pi Y/b) \quad (1)$$

ii) 解析結果および考察 図5に、本解析による荷重と最大たわみの関係を、上田らによる解析結果と共に示す。本解析結果と上田らによる解析結果は、本解析で得られた板の初期降伏付近まではよく一致しており、本解析方法における偏心のない骨組要素の弾塑性計算は妥当であると考えられる。板の初期降伏を過ぎた耐荷力付近において、本解析結果の方が上田らによる解析結果よりも高めにしているのは、本解析方法の基礎であるYMM法が、板厚を有限な層に分割し、その層内で応力を一定として考え、弾塑性判定を層の中心面上の要素重心位置で行っている方法であるのに対して、特にCase A~Eまでの要素分割数が粗過ぎることによるためと思われる。また、上田らの解析方法が塑性域における応力-ひずみ行列に、山田[3]がひずみ増分理論により誘導した弾塑性応力-ひずみ行列を用いているのに対して、YMM法では、塑性域における応力-ひずみ行列として、弾性時における関係式の中の縦弾性係数を接線係数に置き換えたものを用いていることも耐荷力を高めに評価する原因として考えられる。なお、この問題の場合、層分割数10と20とで、解析結果に違いはみられない。

2) 偏心のある補剛材が取り付けられた板の耐荷力解析 2本の偏心補剛材を有する周辺単純支持正方形補剛板が、一方向面内圧縮荷重を受けるときの耐荷力解析を行い、小松らの解析結果[4]と比較することによって、本解析方法における偏心骨組要素の弾塑性計算の妥当性を検証する。

i) 解析対象のモデル化 解析対象および構造諸元は図6に示す通りである。板パネルの幅厚比 b/t には道路橋示方書[5](以下、道示と呼ぶ)のSS41材に対する規定限界値40を用いている。計算の対象とした部分は、対称性を考慮して正方形補剛板全体の1/4の部分である。この部分をX方向に6等分割、Y方向に6分割の計36薄板要素、骨組要素数6の場合とX方向に9等分割、Y方向に9分割の計81薄板要素、骨組要素数9の場合について解析を行なう。また、補剛材のねじり剛性が耐荷力に与える影響を調べるため、



$a/b=1$
 $b=50\text{cm}$
 $l=0.32\text{cm}$
 $h=1.6\text{cm}$
 $E=2.1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$
Poisson's ratio = 0.318
 $G=2700 \text{ kgf/cm}^2$

図4 解析対象

表1 要素分割と層・板状分割

	板パネル		層用材	
	薄板要素数	層分割数	骨組要素数	柱状分割数*
Case A	16	10	4	5X 2=10
Case B	16	10	4	10X 1=10
Case C	16	20	4	20X 1=20
Case D	25	10	5	10X 1=10
Case E	25	20	5	20X 1=20
Case F	64	10	8	20X 1=20

* (高さ方向の分割数) × (板厚方向の分割数) = (柱状分割数)

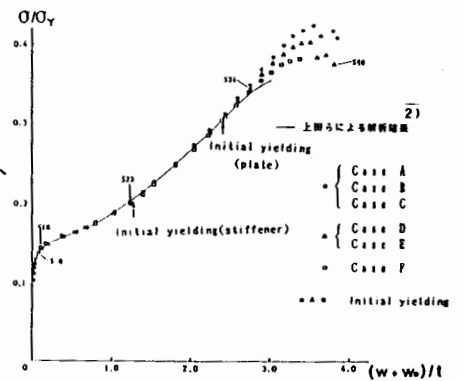


図5 荷重と横たわみの関係

各要素分割数に対してねじり剛性を考慮した場合と無視した場合についての解析を行なう。なお、薄板要素の層分割数は10とし、骨組要素は補剛材の高さ方向に20分割とする。初期たわみは、次式のように全体的な初期たわみモード (W_{go}) と板パネルの局所的な初期たわみモード (W_{lo}) の重ね合わせとして、補剛板各節点の初期たわみ (W_0) を与える。

$$W_0 = W_{go} + W_{lo} \quad (2) \quad W_{go} = \delta \cdot f(X, Y) \quad (3)$$

$$f(X, Y) = \begin{cases} Y/b \cdot \cos(\pi X/A) & (0 \leq Y \leq b) \\ \cos(\pi X/A) & (b \leq Y \leq 2b) \\ (B-Y)/b \cdot \cos(\pi X/A) & (2b \leq Y \leq B) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 δ は補剛材の最大初期たわみで、ここでは道示の製作規定の限界値 $\delta = A/1000$ としている。また、

$$W_{lo} = W_{l0} \cdot \cos(\pi X/\lambda) \cdot \sin(\pi Y/b) \quad (5)$$

W_{l0} は板パネルの最大初期たわみで、道示の製作規定の限界値より $b/150$ とする。制御は、圧縮辺が対称軸に平行に移動するように変位を強制して行なう。

ii) 解析結果および考察 図7に本解析と小松らの解析により得られた平均圧縮応力とたわみの関係を示す。薄板要素数36

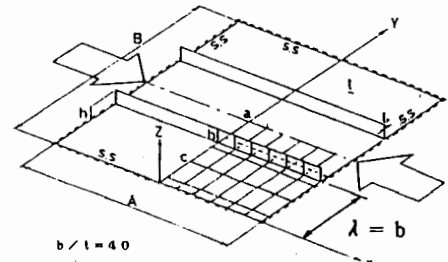
(ねじり剛性無視)の本解析結果は、C点(図6参照)を除いて小松らの解析結果とほぼ一致している。一方、薄板要素数81(ねじり剛性無視)の解析結果は小松らの解析結果と傾向は一致しているものの、若干本解析結果の方が低めに出ている。これは、本解析方法の基礎としたYMM法がモードを仮定していないのに対して、小松らの解析法が全体的横たわみモードと局所的な横たわみモードの和として補剛板全体の横たわみモードを予め仮定するというモー

ダルアナルシスの手法を導入した有限要素法であることが理由として考えられる。C点における平均圧縮応力とたわみ曲線の本解析結果と小松らの解析結果の差も、この解析法の違いによるものと思われる。こうしたことを考慮すると、本解析における偏心骨組要素の弾塑性計算は妥当であると考えられる。補剛材のねじり剛性の影響は補剛材の初期降伏以後現われ、ねじり剛性を無視した場合とそれを考慮した場合の極限強度の差は表2のようになる。要素分割数36と81の解析結果の違いは、耐荷力付近で現われ、ねじり剛性を無視した場合の要素分割数36の極限強度は要素分割数81のそれよりも約3%、ねじり剛性を考慮した場合については、約5%高めになる。

4. せん断を受ける直線桁および曲線桁の耐荷力解析

中井ら[6]が実績調査に基づいて作製し、実験を行った次のようなせん断を受ける直線桁および曲線桁に対応する解析を行う。

- (1) 腹板に補剛材が取り付けられていない直線桁
- (2) 腹板に補剛材が取り付けられていない曲線桁
- (3) 腹板の中央に垂直補剛材が取り付けられている直線桁
- (4) 腹板の中央に垂直補剛材が取り付けられている曲線桁
- (5) 腹板に垂直、水平補剛材が取り付けられている曲線桁



$b/l = 4.0$
 $A = 144 \text{ cm}$
 $t = 1.2 \text{ cm}$
 $W_{st}/t = 2.067$
 $\lambda/b = 1.0$
 $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$
 Poisson's ratio = 0.3

$B = 144 \text{ cm}$
 $l = 1.2 \text{ cm}$
 $h = 8.0086 \text{ cm}$
 $\delta/A = 0.001$
 $\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$

図6 解析対象

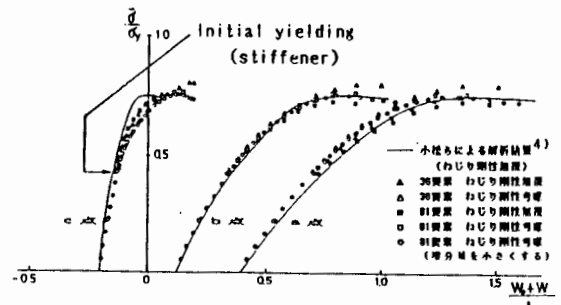


図7 平均圧縮応力-たわみ曲線

表2 ねじり剛性と極限強度 ($\bar{\sigma}_{max} / \sigma_y$)

要素分割数	36		81	
	無視	考慮	無視	考慮
本解析結果	0.755	0.800	0.730	0.765
小松らによる解析結果	0.754	—	0.751	—

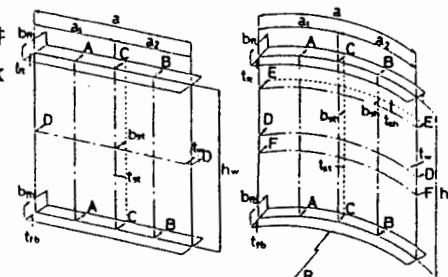


図8 解析対象

i) 解析対象のモデル化 解析の対象とした部分は図8に示すように剛な垂直補剛材で挟まれたパネル部分であり、フランジが腹板に及ぼす影響を考慮するためフランジ部分も含めている。構造寸法は表3に示す通りである。また、材料定数は中井らの材料実験に基づき、表4の通りとする。要素分割は、パネルの中央に垂直補剛材が取り付けられていない構造に対しては、幅方向、高さ方向ともに10等分割とし、フランジ部は幅方向に2等分割とする。一方、パネルの中央に垂直補剛材が取り付けられている構造に対しては、幅方向に16等分割、高さ方向に10等分割とし、フランジ部は幅方向に4等分割とする。補剛材はすべて骨組要素に置き換え、垂直補剛材は10等分割、水平補剛材は16等分割とする。板厚方向の塑性域の進展は、上下フランジとパネルを板厚方向に10層に分割し、補剛材は高さ方向に10層に分割して考慮している。境界条件としては、それぞれの構造について、パネル両側辺の面内方向の水平変位を拘束し、面外方向は単純支持とする。荷重は、パネルの両側辺に加えられる強制変位として与える。なお、平面パネルに対しては初期たわみとして、道示の規定を念頭にして、パネルの高さの1/250の大きさの二重正弦波形を与える。

表3 解析対象諸元

Girder No.	Radius of Curvature R (mm)	Web Panel (mm)			Flange Plate (mm)				Stiffener (mm)												
		Width a		Height h _w	Thickness t _w	Top		Bottom		Trans.		Long.									
		a ₁	a ₂			Width b _{1c}	Thickness t _{1c}	Width b _{1b}	Thickness t _{1b}	Width b _{2t}	Thickness t _{2t}	Width b _{2h}	Thickness t _{2h}								
1	—	800.0		4.5	140.0	9.00	140.0	9.00	42.0	3.2	30.0	2.0									
2	—	400.0	400.0																		
3	—	800.0																			
4	10,000	400.0	400.0	3.2	140.0	9.00	140.0	9.00	42.0	3.2	32.0	3.2									
5		800.0	800.0																		
6		400.0	400.0																		
7		—	—										—	—	—	—	—	—	—	—	—
8		—	—										—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	39.0	9.0									

表4 材料定数

Girder NO.	Yield Point (Hpa)			
	Flange σ _{yf}	Web σ _{yw}	I-stiff. σ _{yst}	L-stiff. σ _{ysh}
1	353	314	—	—
2	353	314	353	—
3	353	314	—	—
4	346	293	293	—
5	353	301	301	301
6				
7				
8				
9	353	301	301	353

ii) 解析結果および考察 本解析で得られた終局せん断力 V_u と中井らの実験により得られた終局せん断力 V_{uN} を表5に示す。また、図9に垂直補剛材中央におけるたわみ δ_{vs} と作用せん断力 V との関係を示す。表5より、No.2, 3および、9のケースに対する本解析結果は中井らの実験結果を数%上回る程度であることがわかる。No.1のケースに対する解析結果が中井らの実験結果より約18%高めにしているのは、実験ではフランジ先端表裏のひずみが終局荷重において流れ出し降伏ひずみを上まわっているのに対し、本解析ではフランジ部の要素分割が粗すぎ、この現象を捉えられないためであると考えられる。また、No.4, 8のケースに対する解析結果が中井らの実験結果より同じく高めにしているのは、図9および10より分かるように実験では桁の崩壊以前に垂直補剛材が座屈しているのに対し、解析ではそのような座屈が起きていないことによると思われる(図10参照)。なお、図9より水平補剛材の剛度が大きくなるにしたがって、垂直補剛材中心のたわみは小さくなるものの、終局せん断力は変わらないことがわかる。

表5 終局せん断力

Girder NO.	YMM V _u (KN)	Experimental Result V _{u⁹} (KN)	Ratio V _u /V _{u⁹}
1	504	426	1.183
2	593	573	1.035
3	412	404	1.020
4	560	479	1.169
5	254	—	—
6	389	—	—
7	397	—	—
8	399	345	1.154
9	398	372	1.067

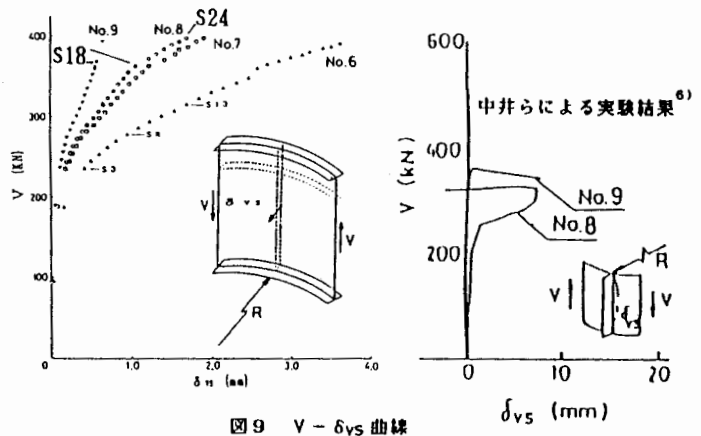


図9 V - δ_{vs} 曲線

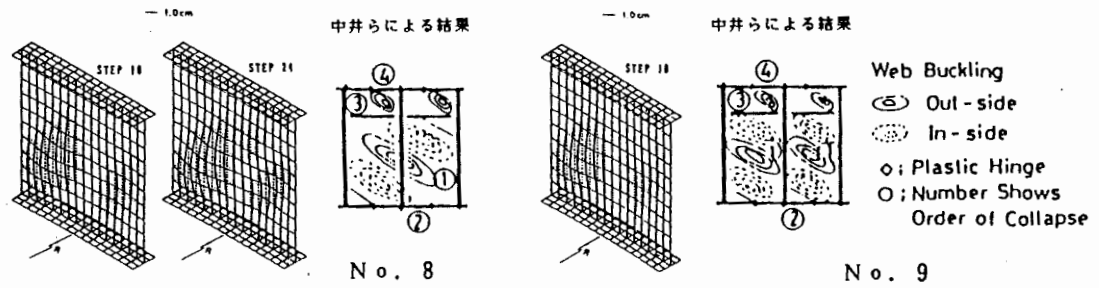


図10 パネル変形状の比較

図11は、補剛材が取り付けられていない平面パネル(No.1)と曲面パネル(No.3)のパネル両側辺とパネル中央との真中の断面A-AおよびB-Bとパネル中央断面C-Cにおける面外たわみを、パネルを鉛直に切って各荷重段階にわたってプロットしたものである。この図より、平面パネルでは中央付近の面外たわみが卓越して崩壊に至るのに対して、曲面パネルは全体が曲率中心に向かって変形をしていき、崩壊に至るのがわかる。

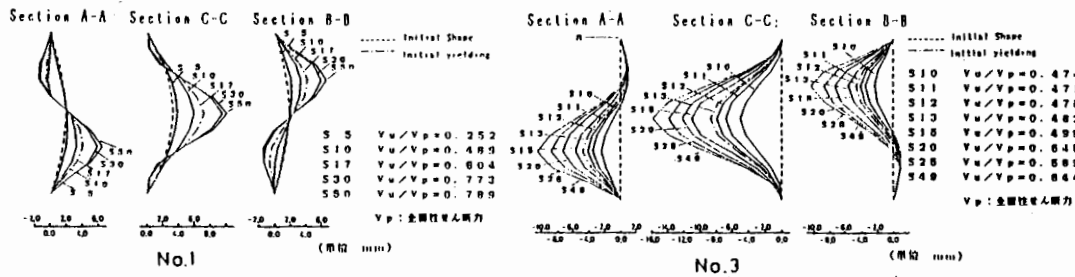


図11 平面パネルと曲面パネルの面外たわみの比較

5. おわりに 本研究では、偏心骨組要素を新たに作成し、任意の補剛された薄肉立体構造物を効率よく解析できる複合非線形解析法を構築することを試みた。また、その一適用例としてせん断を受ける直線桁および曲線桁に対応する補剛パネルの耐荷力解析を行い、終局状態に至るまでの変形挙動、水平補剛材が耐荷力に与える影響などについて解析的に評価する可能性についての検討を行った。その結果次のような結論を得た。(i)本解析方法による圧縮正方形補剛板の耐荷力解析結果と従来示された解析結果はよく一致する。(ii)せん断を受ける曲面パネルの耐荷力に関し、垂直補剛材が初期不整などによってパネルの崩壊以前に座屈するような場合には、終局せん断力が実験値より約20%程度高い値を示すが、他の場合、本解析方法は実験結果を十分に表現することができる。

なお、本研究に対して、文部省科学研究費補助金(昭和59~60年度)一般研究(C)の補助を受けたことを付記する。また、計算は東京大学大型計算機センター-HITAC M-280Hならびに武蔵工業大学情報処理センター-FACOM M-360によった。

[参考文献] 1)吉田裕・増田陳紀・松田隆:薄板で構成される立体構造物の弾塑性大変位離散化要素解析法,土木学会論文報告集,第288号,1979. 2)上田幸雄・矢尾哲矢・菊池仁司:補剛材の最小剛比について,日本造船学会論文集,第140号,1976. 3)Yamada, Y.:Recent Japanese Development in Matrix Displacement Method for Elastic-Plastic Problems, Japan-U.S.Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design, 1969. 4)小松定男・北田俊行:補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法,土木学会論文報告集,第296号,1980. 5)日本道路協会:道路補示方書・同解説,丸善,1980. 6)中井博・北田俊行・大南亮一・福本和弘:曲線プレートガーターのせん断強度に関する実験的研究,土木学会論文集, No. 350/1-2, 1984.

A STUDY ON ESTIMATION OF ULTIMATE STRENGTH OF STIFFENED PANELS BY FINITE ELEMENT METHOD

Nobutoshi MASUDA 1, Takeo NISHIWAKI 2,
Masaru MINAGAWA 3, Shigenori HAYASAKA 4

SUMMARY

A refined materially and geometrically nonlinear analysis method is presented for the estimation of ultimate strength of stiffened panels. The method is based on the one developed by Yoshida, Masuda and Matsuda in which six degree of freedoms per each node including in plane rotational displacement, and coordinate itself rather than mere displacement plays important role in describing equilibrium. In order to make calculations more economic, stiffeners are to be modeled by off-set beam element. But it is pointed out that the conventional method to derive off-set beam element by coordinate transformations gives incorrect stiffnesses. Thus, a new off-set beam element is derived on the bases of a displacement field directly defined through plate element nodal displacements.

This off-set beam element is introduced to the analysis system, and through numerical calculations accompanied by comparisons with other's results, it is confirmed the effectiveness of the method in analyzing nonlinear behavior and ultimate strength of stiffened panels.

Finally, the method is applied to the ultimate strength analyses of plane and curved stiffened panels under shear loading. Approximating accuracy and problems are discussed through the comparisons of the calculated results with the experimental results conducted by Nakai et al..

1.M.JSCE, Assoc. Prof., 2.M.JSCE, Prof., 3.M.JSCE, Research Assoc.
Dept. of Civil Eng., Musashi Inst. of Tech., Tokyo 158.
4.M.JSCE, Engineer, Defense Facility Agency, Tokyo 107.