

**多曲面塑性モデルによる
鋼引張圧縮部材の履歴応力-ひずみ関係の推定**

Prediction of Hysteretic Stress-Strain Relations of Tension-Compression
Steel Members by A Multi Surface Plasticity Model

皆川 勝* 西脇威夫** 増田陳紀***

By Masaru MINAGAWA, Takeo NISHIWAKI and Nobutoshi MASUDA

The authors have proposed a stress-strain model with high accuracy and clearness to estimate the elasto-plastic behaviors of steel members subjected to complicated repetitive loads. The model is based on the multi surface plasticity theory and the material properties introduced in the model are Fundamental Surface Size (F.S.S.) Functions and weighting functions to describe sizes of multi surfaces at arbitrary stress-strain phases. In this paper, we investigate the effects of these characteristic material properties on the accuracy of the stress-strain relations predicted by the model.

1. まえがき

鋼構造物は、地震などによって複雑に変動する比較的大きな荷重を受けることがあり、その場合、部材あるいは部材接合部などに塑性ひずみが繰り返して生じる可能性がある。このような状況においては、構造物の耐荷力あるいは変形性能などの構造諸特性が、そのような荷重履歴の影響によって当初保有していたと推定されたものと異なっていることが予想され、極端な場合、設計時には許容された荷重の下でも局部的な破壊あるいは構造物全体の崩壊に至ることも考えられる。このことから、鋼構造物の弾塑性履歴性状を精度良く把握することは構造工学における重要な研究課題のひとつと考えられる。このための有効な手段として、有限要素法などの数値計算手法によって構造物の挙動を推定する方法が用いられることがある。この場合、数値計算の際に導入される仮定、解析対象のモデル化の良否、材料特性の仮定などがその結果に重大な影響を与えることがしばしばある。鋼構造物の弾塑性履歴性状を数値解析により推定する場合には、構造物を構成する各部材の繰り返し荷重に対する部材特性が正しく評価されていなければならない。このことから、鋼構造部材の弾塑性挙動を精度良く表現できる履歴モデルを構築することが重要な課題のひとつであると考えられる[1-10]。

それへの過程として、著者等は、任意の荷重径路に適用することが可能であり、しかも材料パラメータの決定方法が明確かつ簡便であって、さらに任意の鋼材に容易に適用することのできる応力-ひずみモデルは

* 工修 武蔵工業大学助手 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

** 工博 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

*** 工博 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

未だ確立されているとは言えないという認識にたつて種々の検討を行い、その結果ほぼ単軸と考えられる応力場において複雑に変化する準静的な履歴応力-ひずみ関係を、簡略にかつ精度良く表現し得るモデル（以下、“N.M.M.モデル”と呼ぶ）を構築した[8-10]。N.M.M.モデルは、多曲面塑性理論を用いたPetersson, Popov[6,7]の応力-ひずみモデル（以後“P.P.モデル”と呼ぶ）を基本とした、履歴効果の評価に充分配慮したモデルであり、任意の鋼材に対して同モデルを適用するうえで必要となる材料パラメータを決定するための測定方法ならびにその結果の適用方法も明快かつ簡便で、鋼部材の履歴応力-ひずみ関係の推定に有効なモデルであると思われる。

本論文は、多曲面塑性理論[5-7]に理論的根拠を置いた応力-ひずみモデルを用いて鋼構造部材の履歴性状を推定する場合に、モデルに導入された曲面サイズ関数、重み関数などの材料特性および状態変数である累積相当塑性ひずみの評価の方法が、応力-ひずみ関係の推定精度にどのような影響を与えるかを把握するために、著者等が提案したN.M.M.モデルおよびその基本となったP.P.モデルを含むいくつかのモデルを用いて単軸履歴応力-ひずみ関係を計算し、これらによる結果と対応する実験による結果とを比較検討することにより、N.M.M.モデルの有効性を検討するものである。

はじめに、多曲面塑性理論および著者等が先に構築したN.M.M.モデルの概要を述べる。

2. 多曲面塑性理論によるモデル化 [6,7]

(1) 多曲面塑性理論

多曲面塑性理論は、主応力空間に定義された状態曲面によって応力-ひずみ挙動を表現するものである。Fig.1は、多曲面塑性モデルを単軸応力状態に適用した場合の応力-ひずみ関係と2軸応力空間での多曲面の挙動の関係について概念的に説明したものである。(a)図は無載荷での場合を、(b)図はある荷重履歴を受けた場合をそれぞれ示している。なお、ここでは簡単のため、降伏曲面および載荷曲面は便宜的に円で表現した。処女載荷の場合、弾性範囲PP'は降伏曲面 f_0 の内側として応力空間に表示される。また、ある相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_{p1}$ 、 $\bar{\epsilon}_{p2}$ および $\bar{\epsilon}_{p3}$ が生じた時の引張径路および圧縮径路での応力の範囲OAおよびOA'、OBおよびOB'、OCおよびOC'はそれぞれ載荷曲面 f_1 、 f_2 および f_3 として表示される。この場合、引張径路と圧縮径路

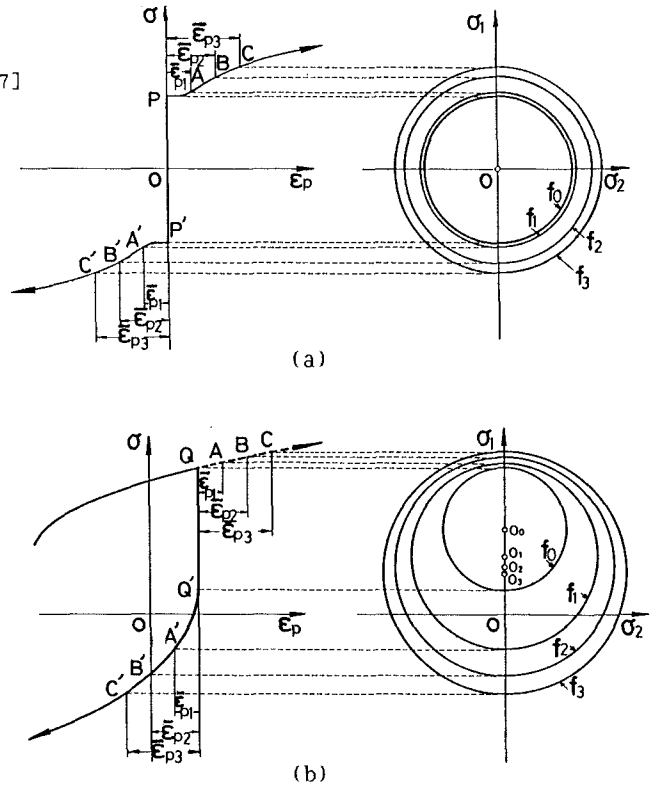


Fig.1. Multi surface plasticity theory

での応力-ひずみ関係がほぼ同じ形状となることから[11]、曲面 f_0 、 f_1 、 f_2 および f_3 は原点Oをその中心とする同心円群となる。(b)図は繰り返し載荷のある過程で除荷が発生した場合の同様の図である。ただし、図中には除荷が発生しなかったならばたどったであろう径路(Q-A-B-C)も併せて示してある。(a)図の場合と同様に考えれば、Q-A-B-C径路とQ'-A'-B'-C'径路の応力-ひずみ関係の違いは応力空間における

多曲面の偏心と膨張として表現される。このように、繰り返し過程における塑性の進展を応力空間に定義される多曲面の拡大・縮小および移動によって表現することによって、履歴応力-ひずみ挙動を再現しようとするのが多曲面塑性理論である。

(2) P.P.モデル

Petersson, Popovは多曲面塑性理論を理論的根拠とした繰り返し塑性モデル(P.P.モデル)を構築した。P.P.モデルにおいては、履歴の各段階での曲面サイズ関数 K を、Fig.2に示した代表的な2つの履歴段階での基本曲面サイズ関数 K_a および K_b (以後、F.S.S.関数と呼ぶ)を重み関数 W によって線形結合させて次式のように表現した。

$$K = W K_a + (1 - W) K_b \quad (1)$$

K は履歴の進展に伴い順次 K_a から K_b へと更新される。ここで、代表的な履歴段階としてどのような段階を採用するかは、数値計算による応力-ひずみ関係の推定結果に重要な影響を及ぼすと考えられる。P.P.モデルでは、無載荷状態および履歴定常状態での曲面サイズ K_a および K_b をF.S.S.関数として採用している。また、 K_a および K_b は引張試験および引張圧縮試験によって求めており、重み関数 W は数値計算による試行錯誤によって決定している。履歴効果の程度を表わす状態変数として、同モデルでは次の2量を採用している。

$$\bar{\epsilon}_p = \int_{t_0}^{t_c} d\bar{\epsilon}_p, \quad \bar{\epsilon}_{pi} = \int_{t_c}^{t_i} d\bar{\epsilon}_p \quad (2)$$

ここで $\bar{\epsilon}_p$ は載荷開始時 t_0 から応力-ひずみ径路の最も新しい反転が生じた時点 t_c までの累積相当塑性ひずみであり、 $\bar{\epsilon}_{pi}$ は t_c から現時点 t_i までの相当塑性ひずみ増分である。例えば、Fig.1において、径路 $Q-Q'-A'-B'-C'$ の応力-ひずみ関係を推定する場合には、点 Q での累積相当塑性ひずみが $\bar{\epsilon}_p$ であり、図中に示した $\bar{\epsilon}_{p1}$, $\bar{\epsilon}_{p2}$, $\bar{\epsilon}_{p3}$ がそれぞれ A' , B' および C' に対する $\bar{\epsilon}_{pi}$ に相当する。P.P.モデルでは、 $\bar{\epsilon}_{pi}$ の関数として求められる K_a , K_b および $\bar{\epsilon}_p$ の関数である W を用いて曲面サイズ関数 K を $\bar{\epsilon}_{pi}$ と $\bar{\epsilon}_p$ のみに依存する量として決定する。

曲面の中心位置の移動量を表わすベクトル $\{\alpha\}$ は、次式により負荷の進展に伴って順次更新される。

$$\{\alpha_i\} = \{\alpha_j\} + \frac{(\dot{\sigma}) - (\dot{\sigma}_0)}{K_0} (K_j - K_i) \quad (3)$$

添字 i 及び j は相当塑性ひずみ増分がある値 $\bar{\epsilon}_{pi}$ の状態と $\bar{\epsilon}_{pi+d\bar{\epsilon}_{pi}}$ の状態での曲面を示す。例えば、Fig.1において $\bar{\epsilon}_{p2} = \bar{\epsilon}_{p1}$, $\bar{\epsilon}_{p3} = \bar{\epsilon}_{p1} + d\bar{\epsilon}_{p1}$ とすれば、曲面 f_2 および曲面 f_3 がそれぞれ i 曲面と j 曲面となる。 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、下添字 0 は $\bar{\epsilon}_{pi}=0$ を示す。また、 $\dot{\sigma}$ は更新前を表わし、 $\{\alpha_i\} = \{\alpha(\bar{\epsilon}_p + d\bar{\epsilon}_p, \bar{\epsilon}_{pi})\}$, $\{\alpha_j\} = \{\alpha(\bar{\epsilon}_p, \bar{\epsilon}_{pi} + d\bar{\epsilon}_p)\}$, $K_i = K(\bar{\epsilon}_p + d\bar{\epsilon}_p, \bar{\epsilon}_{pi})$, $K_j = K(\bar{\epsilon}_p, \bar{\epsilon}_{pi} + d\bar{\epsilon}_p)$ である。

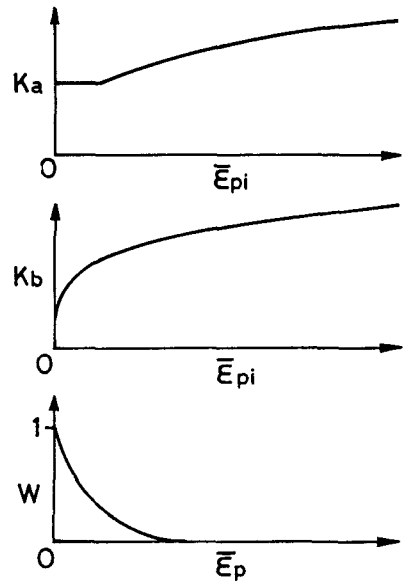


Fig.2. Petersson-Popov Model [6]

N.M.M.モデルは、P.P.モデルを基本としており、式(1)に示したように代表的な履歴段階での曲面の大きさに重み関数をかけてその中間的段階での曲面の大きさを表現するものであり、測定結果をより精確に追跡できるモデルを作成することを念頭に、著者等の測定の結果から再構築された応力-ひずみモデルである。その主な特徴を以下に述べる。

(1) 累積相当塑性ひずみの評価

P.P.モデルでは、ある径路での応力-ひずみ挙動はそれまでの累積相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_p$ のみによって定まるという仮定が採用されており、本研究で提案するモデルにおいても、この仮定を準用する。繰返し载荷の過程における相当塑性ひずみの累積方法は、著者等の測定結果[9]および横尾, 中村らによって示された復帰現象

[1]と矛盾のないような方法をとっている。繰返し载荷中のある一径路において生じる相当塑性ひずみのうち、それまで生じた最大の相当塑性ひずみを越えた分のみがその後の履歴に影響するものとし、これをすべての径路について累積する。Fig.3に、あるひずみ径路で相当塑性ひずみが累積される径路を太線で示す。

(2) 基本曲面サイズ関数の選択

F.S.S.関数として鋼材のどのような状態での曲面サイズを採用するかは、対象とする鋼材の特性がどのようなものであるかに依存して変わり得るものと思われる。通常、鋼材を引張り、降伏棚が終了する以前に除荷が起る場合には、逆負荷領域で再度降伏現象が現われる。また、降伏棚が終了してひずみ硬化が始まる直前で除荷が起きた場合には、降伏現象はもはや現われず、Bauschinger効果が顕著に現われるなだらかな応力-ひずみ関係となる。更に、ひずみ硬化域で除荷が起きる場合にもこの現象は同様であるがBauschinger効果の程度は異なる。また、一旦ひずみ硬化域まで履歴が進行すれば、その後繰返し载荷を受けても最早降伏棚は現われず、この場合には履歴の進行に伴うBauschinger効果の変化(いわゆる“繰返し硬化”あるいは“繰返し軟化”)が特徴的である。このような鋼材の特徴を表現するために、N.M.M.モデルでは鋼材の基本的状態として履歴効果の全くない時点、降伏棚領域の終了時点、および履歴の進行に伴うBauschinger効果の変化がなくなった(すなわち履歴が定常的になった)時点の3つを選び、その時の曲面サイズとして定義される K_a, K_{ab}, K_b をF.S.S.関数に採用した。なお、本方法は降伏棚が顕著に出現する材料に対して有効なものであって、それが顕著に現われない材料についてはより単純化が可能であるのでここでは対象から除外する。

(3) 重み関数とその定義

F.S.S.関数として K_a, K_{ab} および K_b という3つの関数が選択されたのに対応して2つの重み関数 W_1 および W_2 を定義する。関数 W_1 は、降伏棚とひずみ硬化域を有する処女応力-ひずみ曲線からBauschinger効果が支配的ななだらかな曲線への移り変わりを、 W_2 は履歴の進行に伴う繰返し軟化あるいは繰返し硬化を、それぞれ表現するための材料に固有の関数である。Table1に示すようにそれらを用いて次式によってある履歴段階での曲面の大きさ K を定義する。

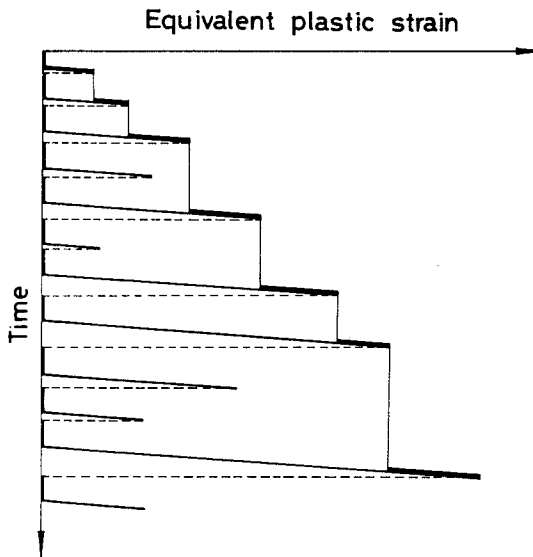


Fig.3. Paths accumulating equivalent plastic strain

Table 1. F.S.S.Functions and weighting functions of N.M.M. Model

Strain Region	$0 \leq \bar{\epsilon}_p < \epsilon_{p,st}$	$\epsilon_{p,st} \leq \bar{\epsilon}_p$
Fundamental Surface Size Functions		
Weighting Function		

$$K = W_i K_j + (1 - W_i) K_k$$

$$\begin{aligned} 0 \leq \bar{\epsilon}_p < \epsilon_{p,st}; i=1, j=a, k=ab \\ \epsilon_{p,st} \leq \bar{\epsilon}_p; i=2, j=ab, k=b \end{aligned} \quad (4)$$

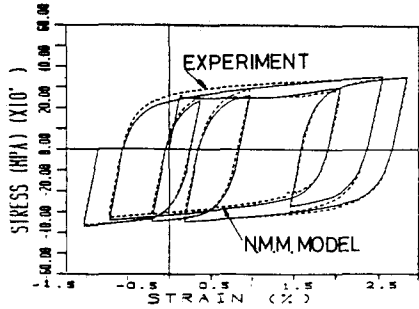
ここで、 $\bar{\epsilon}_p=0$ の時 $W_1 = 1$ 、 $\bar{\epsilon}_p=\epsilon_{p,st}$ の時 $W_1 = 0$ かつ $W_2 = 1$ である。さらに、履歴が定常になった時の累積塑性ひずみを $\epsilon_{p,b}$ とすれば、 $\bar{\epsilon}_p=\epsilon_{p,b}$ の時 $W_2 = 0$ である。

P.P.モデルでは重み関数 W が $\bar{\epsilon}_p$ のみの関数であり $\bar{\epsilon}_{pi}$ に対しては一定であると仮定されているが、この理由は重み関数を数値計算的な試行錯誤によって実験結果と合うように決定していることから、その内容に曖昧さが残されているため、およびモデルをなるべく簡単にするためであると推測される。N.M.M.モデルにおいては簡単な実験を行い、その結果を用いて重み関数を決定している。著者等の実験結果によれば、重み関数は $\bar{\epsilon}_{pi}$ に対して幾分変化する傾向が見られた。そこで、実験結果に忠実にモデル化するという立場から、重み関数は $W = W(\bar{\epsilon}_p, \bar{\epsilon}_{pi})$ と表わすものとした。

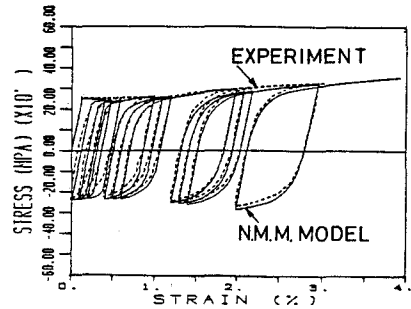
(4) 材料特性の評価方法

N.M.M.モデルは、ある負荷あるいは除荷時の応力-ひずみ挙動がそれまでの累積相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}_p$ のみによって定まるという仮定によっているので、単調載荷試験と唯一回の荷重反転を含む引張圧縮載荷試験のみによって材料特性を評価することができる。以下に材料特性の評価の手順を示す。

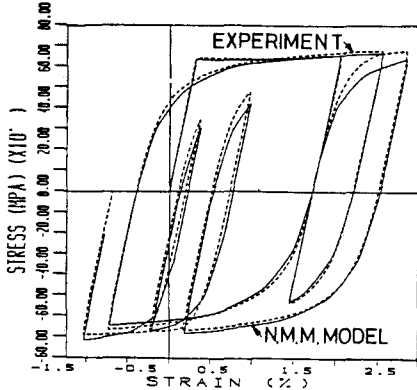
- 1) 履歴効果のない場合の曲面の大きさ K_a を求める。
- 2) 累積相当塑性ひずみがある値 $\bar{\epsilon}_{p,r}$ である時の、それに対応する曲面の大きさ K_r を求める。
- 3) K_{ab} および K_b を求める。 K_{ab} は $\bar{\epsilon}_{p,r} = \epsilon_{p,st}$ の場合の K_r であるから、降伏棚終了時まで負荷した後、荷重を反転させて得られる応力-塑性ひずみ曲線を用いて求めることができる。 K_b は履歴効果が定常的になったときの K_r である。



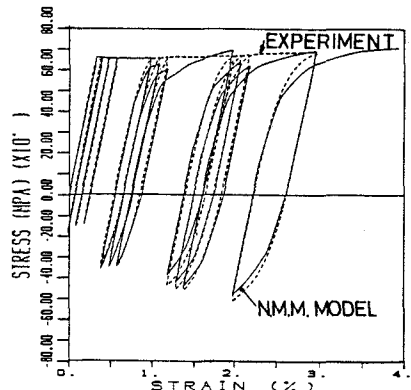
(a) Loading pattern 1 (SM41A)



(b) Loading pattern 2 (SM41A)



(c) Loading pattern 1 (HT70)



(d) Loading pattern 2 (HT70)

Fig.4. Comparisons of stress-strain relations: experiments and calculations by N.M.M. Model

4) W_1 および W_2 を求める。すでに決定されたF.S.S.関数 K_a 、 K_b および K_{ab} と、2)で求められるある $\bar{\epsilon}_p, r$ に対応した曲面の大きさ K_r から重み関数は決定される。

(5) 数値計算結果と試験結果との比較

構造用鋼材 SM41Aおよび HT70 を用いて著者等が上記の簡単な材料試験によって決定したF.S.S.関数と重み関数を用いて丸棒試験片が繰返し引張圧縮荷重を受ける場合のF.E.M.弾塑性解析 [12,13]をN.M.M.モデルを導入してひずみ制御により実施し、その結果とこれに対応した試験によって得られた測定結果とを比較してFig.4 (a) ~ (d)にその例を示す。F.E.M.解析により推定された応力-ひずみ関係は実験結果とかなり良く一致しており、N.M.M.モデルが鋼部材の履歴応力-ひずみ関係の推定に有効であることが推察される。

4. 履歴応力-ひずみ関係の推定精度に及ぼす各種要因の影響

P.P.モデル, N.M.M.モデルなどの多曲面塑性理論に基づいた応力-ひずみモデルを用いて鋼部材の履歴応力-ひずみ関係を推定する場合、これらのモデルの性格からいくつかの要因によって推定結果は異なり、それらの要因が推定精度に重大な影響をもたらす可能性がある。そこで、N.M.M.モデルについて、それら影響要因を抽出してその推定精度に及ぼす影響を定量的に把握し、本モデルの信頼度、有効性を検討する。

履歴応力-ひずみ関係を推定する場合には、それに影響を及ぼす可能性のある要因はいくつか考えられようが、ここでは、著者等が提案したN.M.M.モデルとその基本としたP.P.モデルの範囲に限定し、モデルを用いての推定精度に特に影響が大であると思われる以下の3つの要因についてその影響を検討する。

a) 累積相当塑性ひずみの評価方法

Table 2. Characteristics of each models

Model name	Accumulation of $\bar{\epsilon}_p$	F.S.S.Functions	Weighting Function
PP	over all paths	Ka and Kb	by Ref.[6]
PP'	over all paths	Ka and Kb	decreases linearly
NMM-1	as shown in Fig.3	Ka and Kb	by Ref.[6]
NMM-1'	as shown in Fig.3	Ka and Kb	decreases linearly
NMM-2	over all paths	Ka, Kab and Kb	determined by measurements
NMM-3	as shown in Fig.3	Ka, Kab and Kb	determined by measurements
NMM-4	as shown in Fig.3	Ka, Kab and Kb	determined by measurements
NMM-5	as shown in Fig.3	Ka, Kab and Kb	($\bar{\epsilon}_{pi}$ and $\bar{\epsilon}_p$ are variables) decreases linearly

b) F.S.S.関数の選択方法

c) 重み関数の形状

F.S.S.関数と重み関数はN.M.M.モデルにおける材料特性であり、また累積相当塑性ひずみはこれらの関数に対する独立変数である。これらの三者は互いに影響し合い、N.M.M.モデルの最も重要な位置を占めるものである。本研究では、上記の a) ~ c) の要因に注目して、Table 2 に示した 8モデルを設定した。

要因 a) に関しては、全ひずみ径路について累積した場合と、3.(1) で述べた部分的に累積する場合の 2通りを考える (Fig.3参照) 。

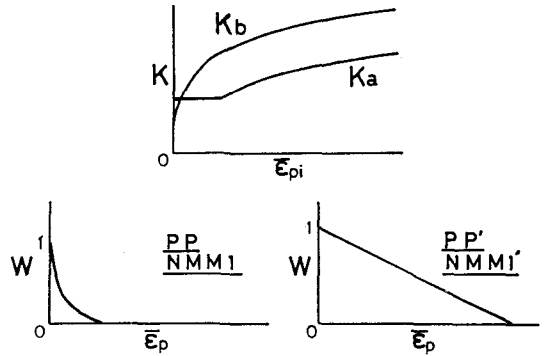
要因 b) に関しては、Fig.5 に示すように、Ka と Kb のみを用いる場合と Ka と Kb の他に Kabを導入した場合とに分類される。前者の場合、重み関数は W のみであり、後者の場合、3.(3) で述べたように重み関数は W_1 と W_2 の 2つに分割される。

要因 c) に関しては、Fig.5 に示す 5通りの場合を設定した。Kabを導入しない場合については文献[6] に示された $\bar{\epsilon}_p$ に対して急減する重み関数と、 $\bar{\epsilon}_p$ に関して直線的に減少する重み関数を設定した。また、Kabを導入した場合については3.(3) で述べた $W = W(\bar{\epsilon}_p, \bar{\epsilon}_{pi})$ を用いる場合、 $\bar{\epsilon}_{pi}$ に対しては一定な重み関数 $W = W(\bar{\epsilon}_p)$ を用いる場合、および $\bar{\epsilon}_{pi}$ に対して一定でしかも $\bar{\epsilon}_p$ に対して直線的に減少する場合の 3通りである。

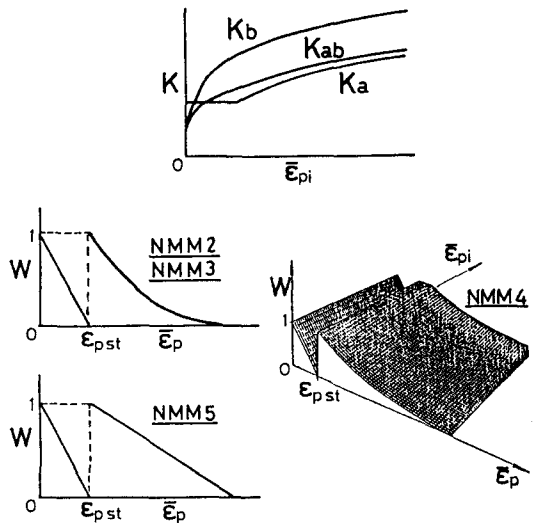
比較する対象は、Fig.4 に示した 4例である。ここで、応力-ひずみ関係の精度を検討するために、誤差量として次式で与えられる値 γ を定義する。

$$\gamma = \left[\frac{\sigma_n|_{\text{model}}}{\sigma_n|_{\text{experiment}}} - 1 \right] \times 100 (\%) \quad (5)$$

ここで、 σ_n は第 n 径路での応力振幅である。 γ は、測定された応力-ひずみ関係に対する各モデルによる数値計算で得られるその誤差を表わす量であり、繰り返し载荷中の各径路での応力の変動幅の相違を百分

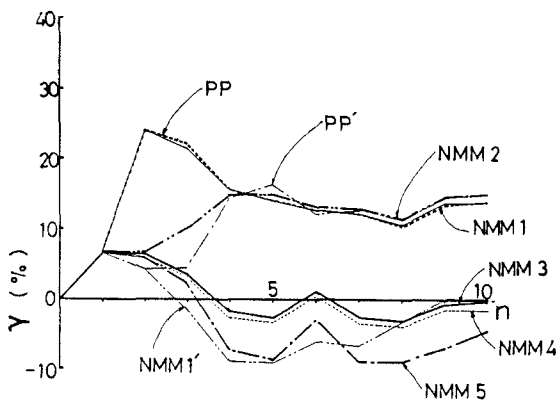


(a) F.S.S.Functions: Ka and Kb

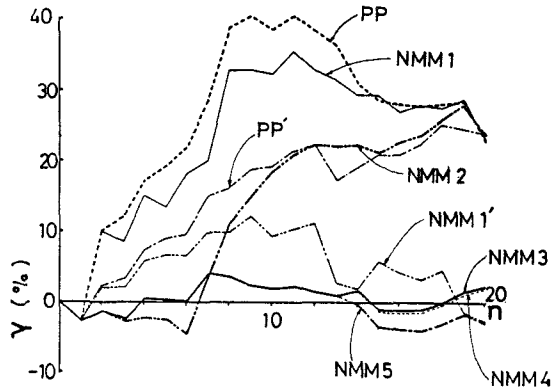


(b) F.S.S.Functions: Ka, Kab and Kb

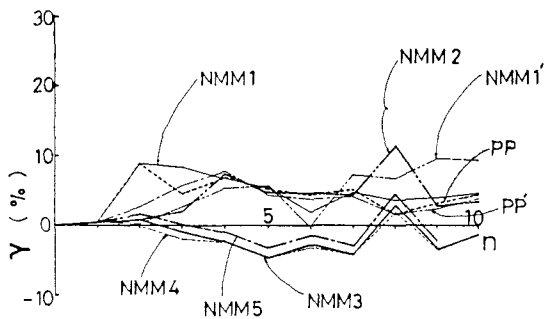
Fig.5. F.S.S.Functions and weighting functions of each models



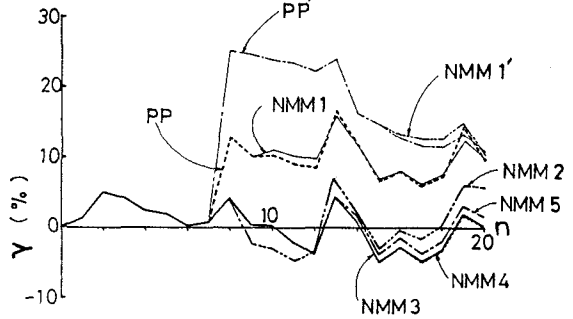
(a) Loading pattern 1 (SM41A)



(b) Loading pattern 2 (SM41A)



(c) Loading pattern 1 (HT70)



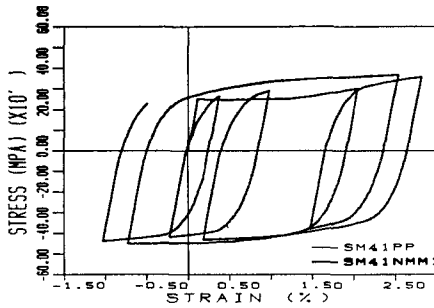
(d) Loading pattern 2 (HT70)

Fig.6. Accuracy of stress-strain relations predicted by each models

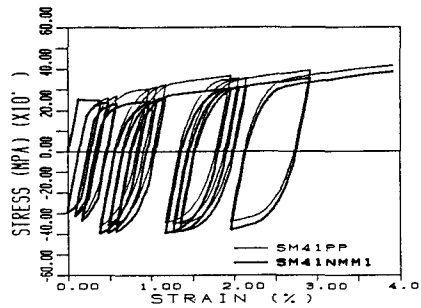
率で示すものである。Fig.6 (a) ~ (d)は、Fig.4 に示した4例について σ と繰り返し回数の関係を示したものである。また、Fig.7~ Fig.12 は上述の各要因に着目して応力-ひずみ関係を比較して示したものである。これらの結果を用いて、次節より応力-ひずみ関係に現われる各要因の影響を個別に調べる。

5. 累積相当塑性ひずみの評価方法の影響

F.S.S. 関数として K_{ab} を導入しない場合、 K_a から K_b への曲面サイズの変化は、塑性ひずみの繰り返しの累積相当塑性ひずみの増加の程度と、重み関数の累積相当塑性ひずみに対する減少の程度とに依存する。重み関数が急減する場合には、重み関数が漸減する場合に比べて、ひずみの小さな範囲を除けば累積相当塑性ひずみの評価による違いは大きくないことは当然予想されることである。Fig.7 (a) および (b)は、SM41A についてPPモデルとNMM-1 モデルとを比較したものであるが、(a)図の場合その差はほとんどなく、(b)図の例でも応力の幅に注目すればその差は大きくない。更に、重み関数が急減することから、(a)図の場合には第2径路から降伏棚現象は消失している。一方、重み関数が漸減する場合について、PP'モデルとNMM-1'モデルの相違はFig.8 (a) および (b) に示されている。累積相当塑性ひずみの評価の仕方によって著しく結果は異なっていることが分かる。NMM-1'モデルの場合、 K_a による降伏棚現象は履歴のかなり進展した後まで現われているのに対して、PP'モデルの場合には、比較的早くそれは消失している。しかし、PPモデルやNMM-1 モデルに比べれば、いくらかその影響は残っている。これらのことから、 K_{ab} を導入しない場合には、降伏棚の消失してゆく過程を表現するためには、重み関数は累積相当塑性ひずみの増加に対して急減させる必要があると思われる。この場合、応力-ひずみ関係に及ぼす K_a の影響は小さくなるが、逆に

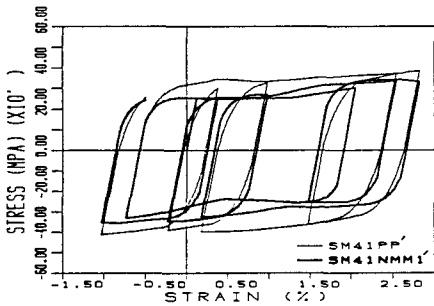


(a) Loading pattern 1 (SM41A)

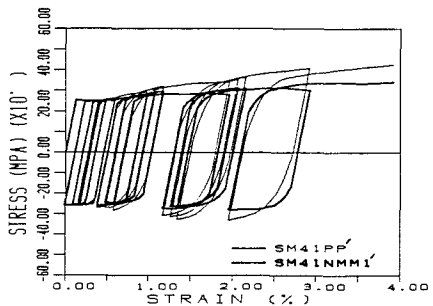


(b) Loading pattern 2 (SM41A)

Fig.7. Calculated stress-strain relations (PP Model and NMM-1 Model)



(a) Loading pattern 1 (SM41A)

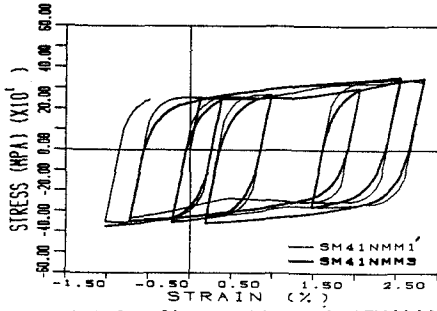


(b) Loading pattern 2 (SM41A)

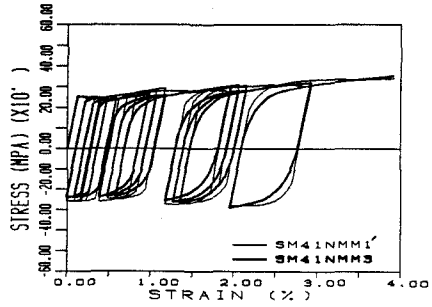
Fig.8. Calculated stress-strain relations (PP' Model and NMM-1' Model)

K_b の影響が過大となって、SM41A では γ の値は 10% ~ 30% となることがあり、精度の良い推定とは言えない。

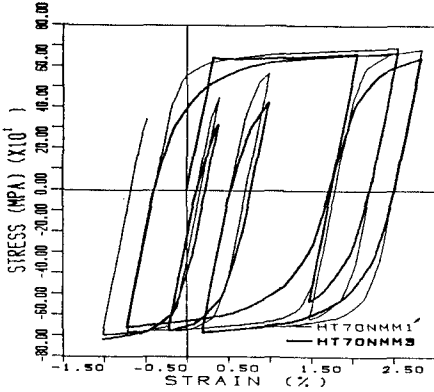
著者等の測定によれば K_a と K_b とを比べた場合、ひずみの大きな範囲において K_b のほうがかなり大きい。また、文献[6] に示された結果によれば K_a と K_b とはひずみの大きな範囲ではほぼ同じ曲線となっている。材料がどちらの性質を持っているかによって結果は異なると思われるが、前者の場合には、重み関数を急減させると、曲面サイズが K_a から K_b へあまりに急激に移り変わるため、履歴の進行に対して曲面サイズの膨張が過大に評価される結果、曲線の形状はなめらかになるものの、応力値が大きめに計算される。すなわち、降伏棚と繰り返し過程において硬化現象を呈する材料の応力-ひずみ挙動を表現する場合には、降伏棚の消失という過程に対しては急減する重み関数を、繰り返しに伴う Bauschinger 効果の変化に対しては漸減する重み関数を用いることが必要であり、両者の現象は相反する重み関数を要求する。これは、降伏棚という特殊な現象の終了する時点での曲面サイズを F.S.S. 関数として用いていないことが、重要な原因のひとつであると考えられる。そこで、降伏棚の終了した時点での曲面サイズ K_{ab} を F.S.S. 関数として導入して、 K_a から K_{ab} と、 K_{ab} から K_b のそれぞれの過程に対して別個の重み関数を用いることによって、これら 2 つの現象を共に表現し得るモデルとなることが予想される。また、著者等の測定によれば、 K_{ab} から K_b への移り変わりを表現する重み関数は累積相当塑性ひずみに対して漸減する結果が得られている。故に、降伏棚が終了してから以後の応力-ひずみ関係の推定に対しては、累積相当塑性ひずみの評価方法がかなり影響することが PP' モデルと NMM-1' モデルとの比較 (Fig.8 参照) から推測される。なお、 K_a と K_b とがひずみの大きな範囲でほぼ同じ曲線となるような材料においては、 K_a と K_b との違いは比較的小さなひずみの範囲に限定されることから、このような現象は現われず、 K_a と K_b のみで比較的精度の良い推定が得



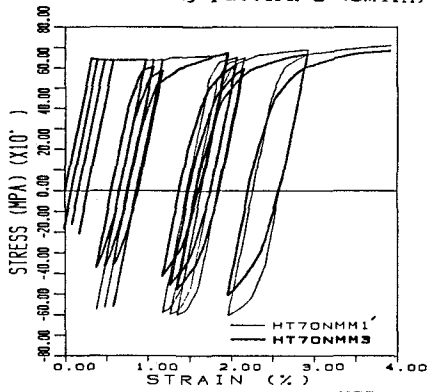
(a) Loading pattern 1 (SM41A)



(b) Loading pattern 2 (SM41A)

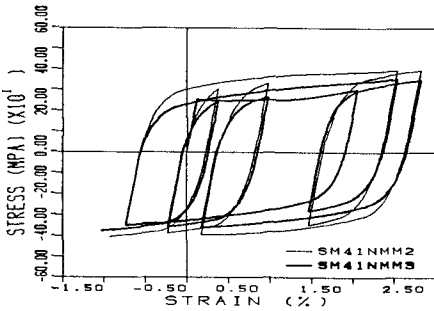


(c) Loading pattern 1 (HT70)

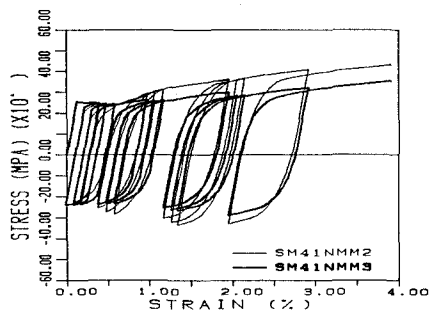


(d) Loading pattern 2 (HT70)

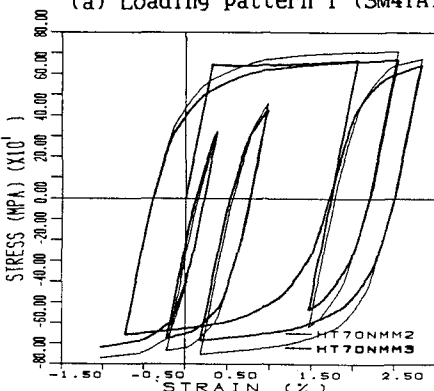
Fig.9. Calculated stress-strain relations (NMM-1' Model and NMM-3 Model)



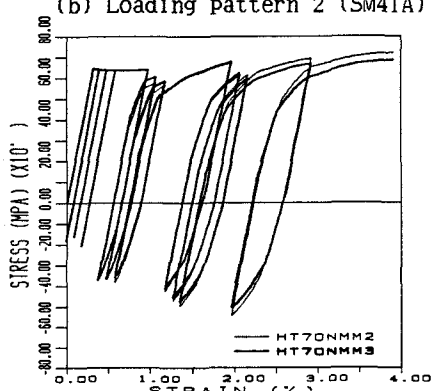
(a) Loading pattern 1 (SM41A)



(b) Loading pattern 2 (SM41A)



(c) Loading pattern 1 (HT70)



(d) Loading pattern 2 (HT70)

Fig.10. Calculated stress-strain relations (NMM-2 Model and NMM-3 Model)

きる可能性はある。

6. F.S.S.関数の選択の影響

5. で示した計算結果とそれに関する考察は、著者等が用いた鋼材のように降伏棚を越えたようなひずみの大きな範囲において、 K_a と K_b がかなり異なる値を持つ場合には、 K_a と K_b の中間的段階として K_{ab} を導入することが、実際の鋼材の挙動をより忠実に表現するために必要であることを示した。本節では、F.S.S.関数として K_{ab} を導入した場合に、それによって、数値計算結果がどのように改善されるかを検討する。

Fig.9 (a) ~ (d)は、NMM-1'モデルと、これに K_{ab} を導入したNMM-3 モデルとを比較して示したものである。処女载荷における降伏棚の影響がかなりの履歴を受けたあとでも出現していたNMM-1'モデルの結果と比較して、 K_{ab} を導入したNMM-3 モデルによる結果は、第2径路以後、Bauschinger 効果が支配的ななだらかな曲線になっている。しかも、累積相当塑性ひずみの評価方法が改善されていることから、 γ の値はたかだか ± 5%であり、曲面サイズが大きくなり過ぎることもない。

NMM-3 モデルにおいて、累積相当塑性ひずみの評価方法がどう影響するかを調べるために、累積相当塑性ひずみを全ひずみ径路について総和するNMM-2 モデルとNMM-3 モデルによる計算結果とを比較したのがFig. 10 (a) ~ (d)である。第2径路までは全く同じ応力-ひずみ関係が得られたが、第3径路から累積相当塑性ひずみの評価の方法の違いによって差が現われてくる。すなわち、NMM-2 モデルでは第2径路での全相当塑性ひずみが累積されて第3径路での曲面サイズが決まるのに対して、NMM-3 モデルでは、圧縮塑性ひずみのみが累積されるため、曲面サイズはNMM-2 モデルより小さくなる。その後、繰り返しの全過程でこの傾向が顕著に現われて、NMM-2 モデルでは曲面サイズは急激に K_b に至るため、PPモデル、PP'モデル、NMM-1 モデルなどと同様に応力値は測定値に対して大きくなり、本計算例における誤差は、SM41A の場合で約10% ~ 20%であった。このように、累積相当塑性ひずみとして全径路にわたって累積したものをを用いた場合には、推定される応力-ひずみ関係の精度は著しく悪化する。

7. 重み関数の影響

これまでの検討から、少なくとも処女载荷において降伏棚が現われ、しかも繰り返し载荷に伴って曲面サイズが膨張するような材料に対しては、著者等が提案した累積相当塑性ひずみの評価方法と降伏棚終了時に相当する履歴を受けた時の曲面サイズをF.S.S.関数として導入することが、履歴応力-ひずみ関係の推定精度を良くするために、重要であることが確認された。

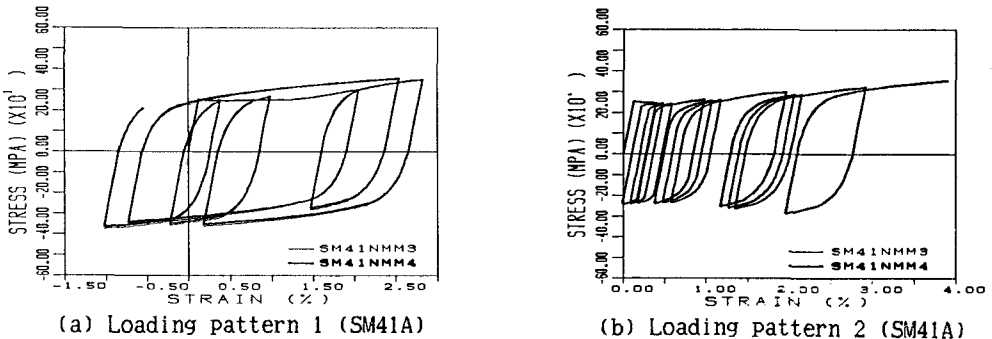
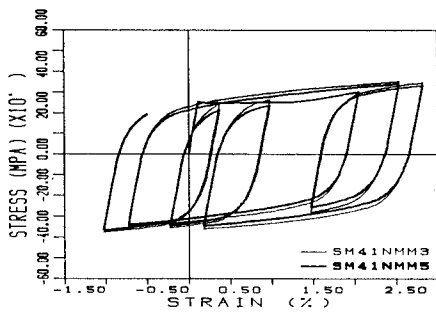
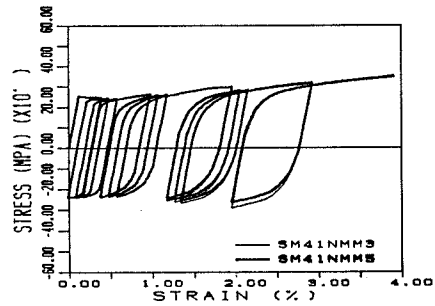


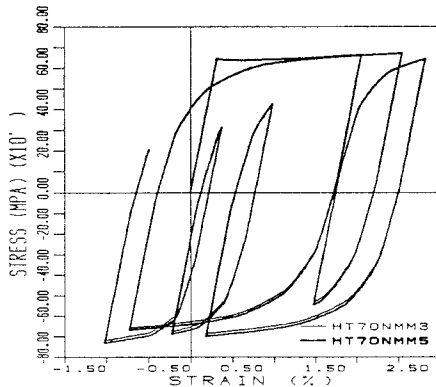
Fig.11. Calculated stress-strain relations (NMM-3 Model and NMM-4 Model)



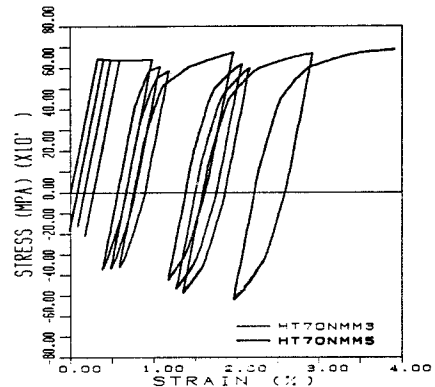
(a) Loading pattern 1 (SM41A)



(b) Loading pattern 2 (SM41A)



(c) Loading pattern 1 (HT70)



(d) Loading pattern 2 (HT70)

Fig.12. Calculated stress-strain relations (NMM-3 Model and NMM-5 Model)

本節では、上記の累積相当塑性ひずみの評価およびF.S.S.関数としての曲面サイズ K_{ab} の導入を行った上で、重み関数の形状が推定結果にどの程度影響するかを検討する。

(1) 重み関数に累積相当塑性ひずみ増分の影響を考慮した場合

Fig.11(a)および(b)は、NMM-3モデルおよびNMM-4モデルによる推定結果を比較したものである。同図より、累積相当塑性ひずみ増分の影響は非常に小さく、それを考慮した場合と考慮しない場合の応力-ひずみ関係の相違は、それが比較的大きいと思われるSM41Aにおいても極めて僅かである。ほぼ同程度の精度を有するのであれば、モデルはなるべく簡略なほうが望ましく、著者等が用いたSM41AおよびHT70についてはNMM-3モデルからNMM-4モデルへと変更する必要性は認められなかった。しかし、これは著者等が用いた材料の場合について言えることであり、重み関数の累積相当塑性ひずみ増分に対する変化率がより大きな材料に対しては、NMM-4モデルを採用することが必要となろう。

(2) 重み関数を累積相当塑性ひずみに対して直線的に減少ずとした場合

数本の試験片を用いて単調引張試験と唯一回の荷重反転を含む引張圧縮載荷試験を実施して、著者等が先に提案した材料特性の評価方法を用いれば、NMM-3モデルによって履歴応力-ひずみ関係の精度の良い推定が可能である。しかし、もし仮に重み関数を累積相当塑性ひずみに対して比例的に減少すると仮定することができるならば、必要な実験は K_a , K_{ab} および K_b を決定するための実験のみとなる。そこで、重み関数として著者等が測定から決定したものをを用いたNMM-3モデルと、測定結果とは無関係に累積相当塑性ひずみに対して直線的に減少する重み関数を用いたNMM-5モデルでの数値計算の結果を比較したのが Fig.12 (a) ~

(d)である。SM41Aのように重み関数が累積相当塑性ひずみに対して下に凸の関数の場合には、応力はやや小さめにでており、HT70のように上に凸の場合はやや大きめにでている。また、その影響の程度は繰り返しの曲面サイズの膨張が少ないHT70のほうがその大きいSM41Aより小さく、このような場合に重み関数の直線化による精度の悪化は少ない。比較的その影響の大きいと思われるSM41Aにおいても、その影響の程度は4. で挙げた要因 a) および要因 b) の影響に比べればかなり小さい。

8. おわりに

著者等が提案した履歴応力-ひずみモデルを導入しての弾塑性有限要素解析によって、鋼引張圧縮部材の履歴挙動を推定し、この結果と対応した測定によって得られた応力-ひずみ関係を比較して、モデルに導入された材料特性であるところの基本曲面サイズ関数(F.S.S.関数: K_a, K_{ab}, K_b)、それらを結びつけることによって任意の履歴段階での曲面サイズを表現するための重み関数および状態変数としての累積相当塑性ひずみの評価方法が、単軸履歴応力-ひずみ関係の推定精度にどのような影響をおよぼすかを調べた。本研究の範囲で明らかとなった事項を以下に挙げる。

- (1) Fig.3 で示した累積相当塑性ひずみの算出方法を用いることによって応力-ひずみ関係の推定精度は改善される。全径路にわたって累積した値を用いた場合の誤差は、HT70のような移動硬化性の鋼材よりSM41Aのような曲面の膨張が大きい材料において大きく、本測定例では10%~30%となることがある。
- (2) 降伏棚が顕著に現われる鋼材の場合、基本曲面サイズ関数として、降伏棚終了時点での曲面サイズを導入することによって、現実的な応力-ひずみ関係の推定が可能となる。
- (3) 応力-ひずみ曲線のある一径路において、重み関数は一定とみなしても、それによる誤差は無視できる。
- (4) 重み関数として、累積相当塑性ひずみに対して直線的に減少する関数を用いた場合、重み関数を決定するために実施しなければならない測定が不要となり、測定が簡単化される。この場合、この簡単化によって応力-ひずみ関係に現われる誤差は、測定によって求められた重み関数を用いた計算結果に対して、本測定例では5%程度であった。
- (5) 著者等が提案したN.M.M.応力-ひずみモデルによって推定された応力-ひずみ関係の測定結果に対する誤差は、本測定例ではたかだか±5%程度であり、優れた応力-ひずみモデルであると思われる。

本報告では、残留応力や塑性加工などによる初期的な異方性のない材料の応力-ひずみ関係の推定について検討を行なったため、多曲面が初期状態で同一の原点を持つものとして応力-ひずみ関係の推定がなされた。初期的に顕著な異方性のある材料に本モデルを応用する場合には、多曲面の初期位置を設定しなければならないことに注意する必要がある。

N.M.M.応力-ひずみモデルは多軸応力場において定式化されている。本報告では、第一段階として引張圧縮応力下での履歴応力-ひずみ関係の推定精度について論じたが、本モデルを2軸応力下での履歴応力-ひずみ関係の推定に対しても適用することは可能であり、今後その推定精度について検討する予定である。

なお、数値計算は、東京大学大型計算機センターのHITAC M-280H / 200H を用いて行った。

参考文献

- 1) Yokoo Y., Nakamura T., Kawada Y.: Non-Stationary Hysteretic Uniaxial Stress-Strain Relation of a Wide-Flange Steel (Part I), Proc. of A. I. J., No. 259, pp. 56-66, 1977. & Yokoo Y., Nakamura T.: Nonstationary Hysteretic Uniaxial Stress-Strain Relation of a Wide-Flange Steel (Part II), Proc. OF A. I. J., No. 260, pp. 71-81, 1977.

- 2) Kato B., Akiyama H., Yamanouchi Y. : Predictable Properties of Material under Incremental Cyclic Loading, IABSE Symposiums, Theme III Vol.13, pp.119-124, 1973.
- 3) 栖原二郎, 宮武昌幸, 梁井和博, 道田亮二: 任意の繰返し変動荷重を受ける鋼構造強度の弾塑性力学的解析, 日本造船学会論文集, 第150号, pp.398-412, 1981年.
- 4) 藤本盛久, 中込忠男, 山田文富: 繰返し力を受ける鋼構造接合部の力学的挙動に関する非線形破壊力学的研究, 日本鋼構造協会第15回大会研究発表会マトリックス解析法研究発表論文集, pp.161-166, 1981年.
- 5) Mroz M. : An Attempt to Describe the Behavior of Metals under Cyclic Loading Using a More General Workhardening Model, Acta Mechanica, Vol.7, pp.199-212, 1969.
- 6) Petersson H., Popov E.P. : Constitutive Relation for Generalized Loadings, Proc. of ASCE, Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977.
- 7) Popov E.P., Petersson H. : Cyclic Metal plasticity : Experiments and Theory, Proc. of ASCE, Vol.104, No.EM6, pp.1371-1388, 1978.
- 8) 皆川 勝, 西脇威夫, 増田陳紀, 齋藤哲郎: 非弾性域における負荷履歴をうける鋼材の性質について (その3) - 多曲面理論による履歴応力-ひずみ関係のモデル化 -, 土木学会第39回年次学術講演会講演概要集, 1-76, pp.151-152, 1984年10月.
- 9) 皆川 勝, 西脇威夫, 増田陳紀, 齋藤哲郎: 繰返し荷重に対する構造用鋼材の高精度応力-ひずみモデル, 日本鋼構造協会第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.145-150, 1985年7月.
- 10) 皆川 勝, 西脇威夫, 増田陳紀, 齋藤哲郎: 非弾性域における負荷履歴をうける鋼材の性質について (その4) - 高張力鋼材の単軸履歴応力-ひずみ関係の追跡 -, 土木学会第40回年次学術講演会講演概要集, 1-31, pp.61-62, 1985年9月.
- 11) 日本材料学会編: 金属材料強度試験便覧, pp.119-120, 養賢堂, 1977年.
- 12) 山田嘉昭: 有限要素法の基礎と応用シリーズ6 塑性・粘弾性, 培風館, 1980年.
- 13) 山田嘉昭, 横内康人: 有限要素法による弾塑性解析プログラミング- EPIC-IV解説 -, 培風館, 1981年.

(1985年10月18日受付)