

合成 I 桁橋の対傾構部材力の簡易解析手法

SIMPLIFIED ANALYSIS METHOD FOR SWAY BRACING MEMBERS IN COMPOSITE I-GIRDER BRIDGES

増田陳紀*・西脇威夫**・皆川 勝***・街道 浩****

By Nobutoshi MASUDA, Takeo NISHIWAKI, Masaru MINAGAWA and Hiroshi KAIDOH

A simple analysis method is presented for calculation of forces in sway bracing members of composite I-girder bridges. The final aim of the development of this method is its application to evaluation of effects of structural types and loading conditions on fatigue crack growth in the region of web gaps.

Floors are modeled by 3-D plate elements, and main girders by originally introduced offset beam elements with six DOF per each node. Sway bracings are considered as plane frames, and stiffness matrices of the plane frames are contracted to make sway bracing elements whose nodal points are set only on the plane of floors. Thus an entire bridge is modeled as a stiffened plate.

Calculated results show that maximum axial forces in sway bracing members coincide well with those obtained by measurements in a bridge at service. The differences between the calculated and the measured values are less than 20%.

1. はじめに

現在、構造解析に有限要素法などの数値解析手法を用いることは極く一般的ではあるが、理想化された実験用模型構造の挙動あるいは構造物を構成する一次部材の挙動などの解析ではなく、実構造物の二次部材の挙動を解析しようとする場合などには、必要精度と経済性との兼ねいでどのようなモデル化とすべきかの判断が困難となることがある。近年、昭和40年代に建設された高速道路の合成I桁橋などにおいて、対傾構を取り付けられた主桁の垂直補剛材と主桁の上フランジとの溶接部近傍に亀裂が発生していることが報告され¹⁾(図1参照)、亀裂発生機構の解明ならびに亀裂発生防止対策の検討などのために、溶接部近傍の局部応力状態の解析が必要とされている。実用的な局部応力状態の解析方法の一つとして、比較的粗い全体構造モデルの解析とズームインによる部分構造の詳細解析との組合せによる方法が考えられる。この方法を溶接部近傍の応力状態の解析に適用しようとする場合、全体構造モデルの解析において対傾構部材力の解析が必要となる²⁾が、主要部材の設計を目的として行われている床版の有効幅を考慮した通常の格子桁解析では、全体構造解析と部分構造解析とを繋ぐ対傾構の部材力を十分精度良く評価することができない³⁾。

本論文では、上記の橋梁構造を対象に比較的簡略に対傾構部材力の解析を行うことのできるモデル化の方

* 工博 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

** 工博 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

*** 工修 武蔵工業大学助手 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

**** 工修 川田工業(株) (研究当時武蔵工業大学大学院生) (〒114 東京都北区滝野川1-3-11)

法とそれを用いた対傾構部材力の解析方法を提案する。すなわち、格子桁モデルとは逆に床版を主体としてこれを板要素⁴⁾でモデル化し、主桁は板に取り付けられた補剛材として取り扱い、これを偏心骨組要素⁵⁾でモデル化する。さらに二本の主桁間の対傾構は平面骨組構造としてとらえ、対応する剛性行列を、床版をモデル化した板要素の節点自由度のみを残して縮約しこれを対傾構要素⁶⁾とする。このようにして橋梁全体を補剛材付の板として2次元的にモデル化する方法が提案する方法である。この方法は対傾構の部材力に及ぼす載荷車両の位置の影響および床版の変形の効果を容易に取り込むことができ、かつ床版および主桁をとともに板要素でモデル化する場合に比較して大幅に自由度を減じることができる。対傾構の部材力は、床版の変位が得られたのち、これを前述の平面骨組に強制変位として与え骨組解析を行うことより得られる。

本論文で述べる解析方法は、偏心骨組要素を導入し文献4)の平板要素を用いているという意味で尾下・金子⁷⁾が合成I桁橋の立体解析手法として提案した方法と類似している。しかし、彼らが着目しているのは主桁の設計に際しての格子桁解析の問題点を指摘することであり、本論文の目的とは異なっている。本解析方法は、尾下らの論文が発表される以前に文献6)において報告されたものであり、1節点6自由度の偏心はり要素を新たに導入し、対傾構を平面骨組構造としてモデル化している点が尾下らの方法と異なる。尾下らは、主桁および横桁を1節点7自由度の薄肉直線はり要素に、また横桁をトラス構造に置き換えオフセットビーム要素を介して、文献4)の薄板要素に結合させている。

2. 対象構造とそのモデル化

本論文で対象とする橋梁構造は、我が国の高速道路における橋梁構造として代表的な、図2に示すようなトラス形式の対傾構を有する多主桁多径間連続合成桁橋である(図の例は実在する四本主桁三径間連続桁橋⁸⁾)。昭和40年代に架設されたこの形式の橋梁において早いも

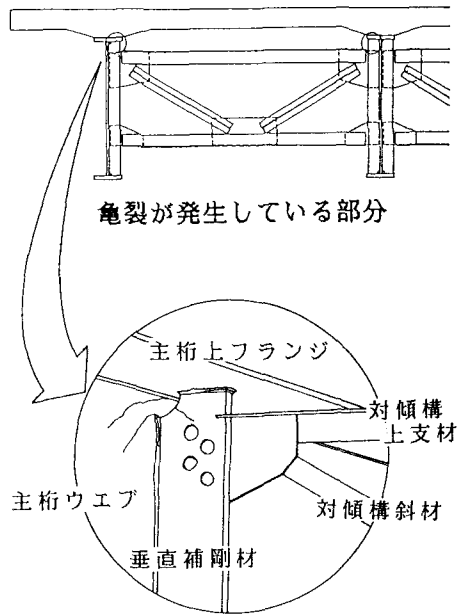
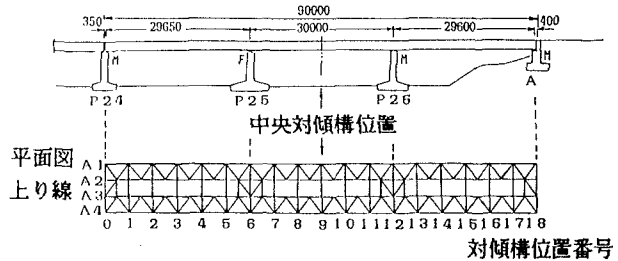


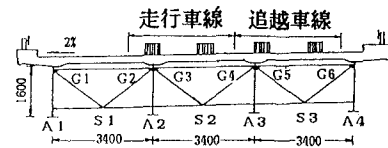
図1 垂直補剛材と上フランジとの溶接部近傍に生ずる亀裂

一般図



横断面図

縦桁増設前



縦桁増設後

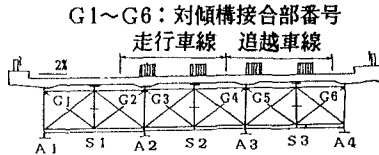


図2 対象橋梁構造(トラス形式対傾構を有する多主桁多径間連続合成桁橋⁸⁾)

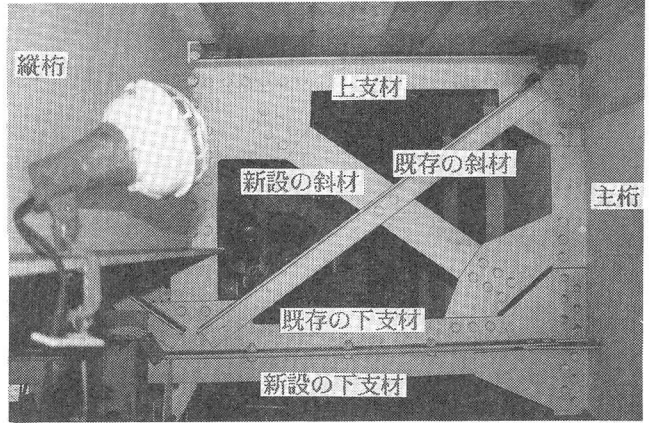
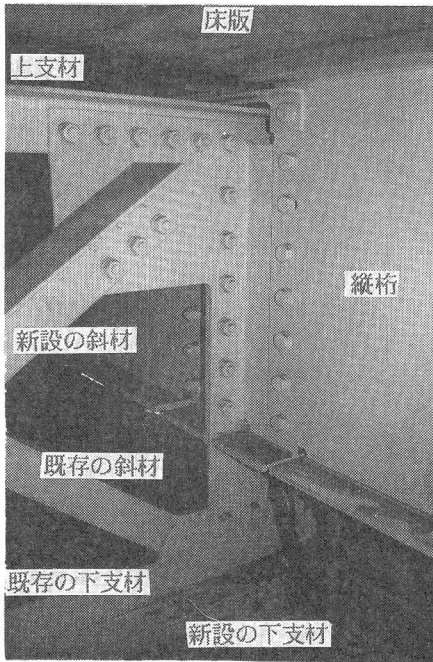


図3 対傾構の構造

のでは供用開始後数年で床版の損傷が発生したため、種々の床版補強対策が講じられた。図2の例では図3に示すような縦桁の増設およびそれに伴う対傾構部材の新設が行われている。

本論文では 1. はじめに で述べたように、主桁および対傾構を偏心補剛材とみなし、上記の橋梁全体構造を図4に示すような補剛板としてモデル化する。すなわち、応力仮定のハイブリッド法により誘導された1節点6自由度(面内二方向の変位、面内回転、面外たわみ、および面外二方向のたわみ角)計18自由度を有する三角形薄板要素⁴⁾により床版をモデル化する(図6に示す要素分割図中の矩形要素は三角形要素を組合せた要素である)。

補剛材を表わす骨組要素に偏心の影響を考慮するには、中立軸位置に設けた節点の節点変位をその骨組要素と結合する板要素の節点の節点変位に座標変換して行う⁹⁾ことが多い⁷⁾。この方法で偏心を考慮すると、純曲げの場合以外は誤差を伴う⁵⁾。このため本論文では、床版の中立面上に設け

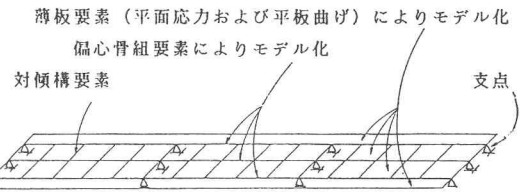
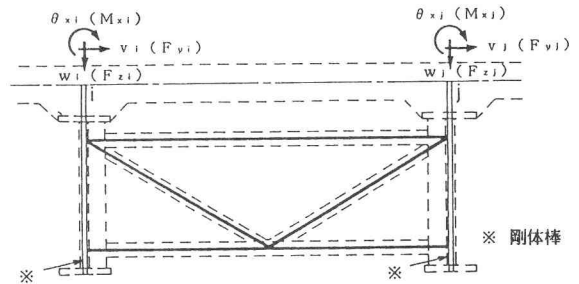
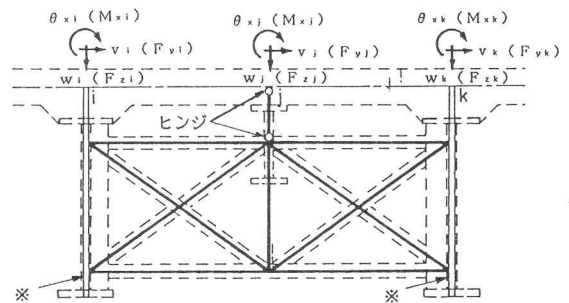


図4 橋梁全体構造のモデル化



(a) 補強前の対傾構モデル



(b) 補強後の対傾構モデル

図5 対傾構のモデル化

た偏心骨組要素の節点変位を用いて初等はり理論に従う変位場を直接表わして、剛性行列を誘導した偏心骨組要素⁵⁾により主桁および縦桁をモデル化する。この偏心骨組要素は1節点6自由度計12自由度を有する。ウェブギャップ部（主桁上フランジと上支材取り付け位置との間の部分）の首振りなどの局部応力に及ぼす影響を直接評価するためには、主桁のモデル化にあたり面外変形の自由度を与えることが必要と考えられるが、対傾構部材力は首振りにより大きな影響を受けず、対傾構部材力が求められた後、ズームングによる詳細解析により局部応力を評価する段階で首振りの影響を考慮することができるとの判断から、ここでは1節点6自由度の要素を用いている。なお、偏心骨組要素の詳細については付録に示す。

さらに、対傾構は、主桁を断面変形が生じない偏心骨組要素でモデル化することに対応させ、主桁位置に剛体棒が配置されているものと仮定し、図5に示すような剛体棒を有する平面骨組構造でモデル化する。なお、対象橋梁には下横構が配置されているが、本論文で対象とする車両荷重の作用下では下横構の対傾構部材力に及ぼす影響は無視できるものと考え、ここではそのモデル化を行わないが、必要な場合には以下の対傾構要素と同様のモデル化を行うものとする。

3. 対傾構要素および対傾構の部材力

対傾構要素の節点（図5中*i*, *j*点あるいは*i*, *j*, *k*点）は主桁を表す偏心骨組要素の対傾構面での節点に一致させる。平面骨組の剛性行列を節点*i*, *j*（あるいは節点*i*, *j*, *k*）の自由度のみを残し床版面内の2節点計6自由度（あるいは3節点計9自由度）に縮約して得られる剛性行列を対傾構要素剛性行列とする。

縮約の方法は一般的に用いられている簡単なもので、以下に示すとおりである。

図5（a）において節点*i*, *j*以外のすべての節点からなる構造を*S*とする。この平面骨組構造の剛性方程式は次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} f_s \\ f_i \\ f_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{is}^T & K_{js}^T \\ K_{is} & K_{ii} & 0 \\ K_{js} & 0 & K_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 f_i は節点*i*での節点力、 u_i は節点*i*の節点変位を示す。また K_{mn} は節点（または構造）*m*と節点（または構造）*n*に関する剛性行列である。

この剛性方程式において、節点*i*, *j*以外の節点には外力が作用しないことより $f_s=0$ であり、これを式(1)に代入すると対傾構要素の剛性方程式として式(2)を得る。

$$\begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K'_{ii} & K'_{ji} \\ K'_{ji} & K'_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、

$$K'_{ii} = K_{ii} - K_{is} K_{ss}^{-1} K_{is}^T$$

$$K'_{ji} = -K_{js} K_{ss}^{-1} K_{is}^T$$

$$K'_{jj} = K_{jj} - K_{js} K_{ss}^{-1} K_{js}^T$$

である。

図5（b）に示す縦桁増設およびそれに伴う対傾構増強後の対傾構要素では、縦桁を主桁と同様に偏心骨組要素でモデル化し、床版中立面上の3節点（節点*i*, *j*, *k*）に関する行列に縮約する。

以上に述べた各構成要素を用いて橋梁全体を補剛板としてモデル化し、与えられた荷重条件に対し図7に示すような拘束条件の下で解析を行えば床版の変位が得られる。床版の変位を対傾構をモデル化した平面骨組構造の節点*i*, *j*（補強後の対傾構要素では*i*, *j*, *k*）に強制変位として与え骨組構造解析を行えば、対傾構を構成する各部材の部材力を求めることができる。

4. 実橋に対する計算結果と実測値の比較

床版ひび割れ損傷の補強対策の一環としての縦桁増設などの補強が行われた前後における床版たわみと対傾構部材力が測定されている実橋梁（図2）を対象に解析を行い、実測値⁸⁾と解析値の比較により本解析法の妥当性を検討する。解析対象橋梁は、床版の補強の目的で主桁のそれぞれの1/10程度の断面二次モーメントを有する縦桁の増設と、それに伴う対傾構斜材および下支材の補強が施されている（図3）。この橋梁の主桁本数、主桁間隔、垂直補剛材の上端ギャップの長さおよび床版のひび割れ対策としての補強の形式などは、我が国の代表的な高速道路において多く用いられているものである。

部材力の実測値は中央径間の中央に位置する対傾構各部材にひずみゲージを貼付して、走行車線に規定の重量を有するトラックを走行させたときのひずみを読み取り、これより求めたものである。たわみについては当該対傾構が取り付けられている主桁および縦桁（縦桁増設前の測定では縦桁増設を行う予定の位置）のたわみが測定されている。なお、これらの実測値に及ぼす衝撃の影響は無視できる程度であった⁸⁾。

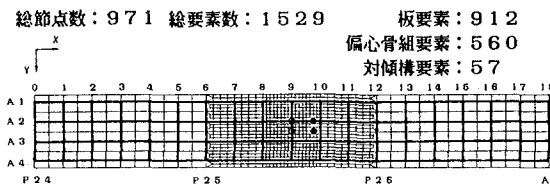


図6 解析対象の要素分割図

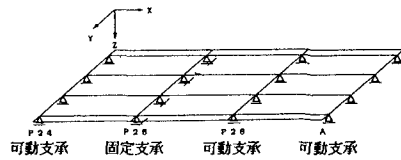
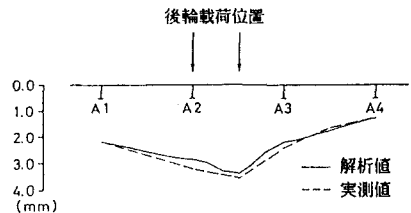


図7 拘束条件

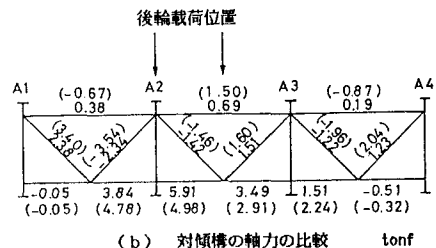
解析対象（図2）を図6のように要素分割する。太線は主桁要素および対傾構要素を配置した位置を示す。図中のA_iは主桁の番号、数字は対傾構の番号、また、P24などは橋脚の番号、Aは橋台を表す。荷重は、道路橋示方書¹⁰⁾に規定されているT-20荷重を想定しその後輪（各8tf(78.4kN)計16tf(156.8kN)）を中央径間の中央の対傾構位置（図6において○で示した位置）に、前輪（各2tf(19.6kN)計4tf(39.2kN)）を同図の●の位置に載荷する。これは、部分的に等分割とした床版要素の寸法のため、示方書に想定されているT-20荷重の車輪間隔に対して、前後車輪間隔で6%、左右車輪間隔で3%それぞれ短い載荷条件となっている。拘束条件は、実橋梁に対応させ、図7のように橋脚P24、26および橋台Aの支承位置はY、Z方向、橋脚P25の支承位置はX、Y、Z方向の変位を拘束する。なお、コンクリート床版の剛性は、ひびわれを無視して評価しており、コンクリートのヤング率は $2.0 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ とした。

1) 補強前の全体構造解析結果

後輪載荷位置である図6の第9番対傾構の位置における床版のたわみ、および対傾構の軸力、の実測値と解析値を比較してそれぞれ図8(a)および(b)に示す。たわみについては最大のたわみで両者の差は0.2mm(約6%)であり、両者は非常によく一致している。左右の上支材の軸力に関しては実測値は圧縮力、解析値は、引張力を示すくらい違っているもののその他の部材の軸力では解析値は実測値に近い値を示している。軸力の絶対値が最大となっている部材の軸力の両者間で



(a) 床版のたわみの比較



(b) 対傾構の軸力の比較 tonf

() 中の数値は実測値を示す
軸力は引張を正、圧縮を負とする

図8 補強前の実測値と解析値の比較

の差は0.93tf (9.1kN:実測値の約16%)である。左右の上支材の軸力における解析値と実測値の違いは、解析モデルでは主桁を断面変形を生じない偏心骨組要素で表しているのに対応させ、対傾構要素の主桁部分を剛体棒として取り扱っているために主桁の面外変形を表すことができないことに起因するものと考えられる。ただし、図8の場合には、左右の上支材の軸力は他の部材の軸力に比較しかなり小さく、上支材軸力の局部応力への影響は比較的小さいと考えられる。

2) 補強後の全体構造解析結果

同様の結果を図9(a)および(b)に示す。全体的に解析値は、実測値によく一致しており、最大のたわみに関して両者の差は0.2mm(実測値の約9%)程度である。軸力についても、主桁A2と縦桁S2間の下支材に生ずる最大軸力に関して両者の差は0.69tf (6.8kN:実測値の約10%)である。

以上のように、補強前および補強後の構造に前述の解析方法を用いて求めた解析値と実測値は良く一致している。橋梁の全体構造を薄板要素を用いて3次的にモデル化して詳細解析を行った従来の研究結果では、実測値と解析値の差は床版の最大たわみで34%程度、対傾構の斜材の軸力で100%程度である。この研究で取り上げた構造は本論文で解析を行っているものとは同じではないので、上記の数値をそのまま比較することは必ずしも正当な評価とはならないかもしれないが、本解析方法は比較的簡易な解析方法にも拘らず床版のたわみおよび対傾構の部材力を精度良く評価することができる解析手法であることが分かる。

5. 解の収束性

本解析方法は上述のようにかなり簡易な解析方法ではあるが、連続桁の全径間を対象とした解析となっているため、例えばパソコンなどで解析を行おうとすると、容量的に問題となる場合が予想される。より簡略な方法として、はり理論による連続はりの支点モーメントを外力として用い、中央径間のみを対象に解析することも考えられるが、ここでは、要素分割の細かさの程度を変えたいくつかの計算を行いその外挿として収束解を評価する可能性について検討する。

本来有限要素解の収束性は一様な要素分割様式の下で要素寸法を小さくした場合の解の挙動により論議されるが、ここでは、図10に示すように注目する構造部分(中央径

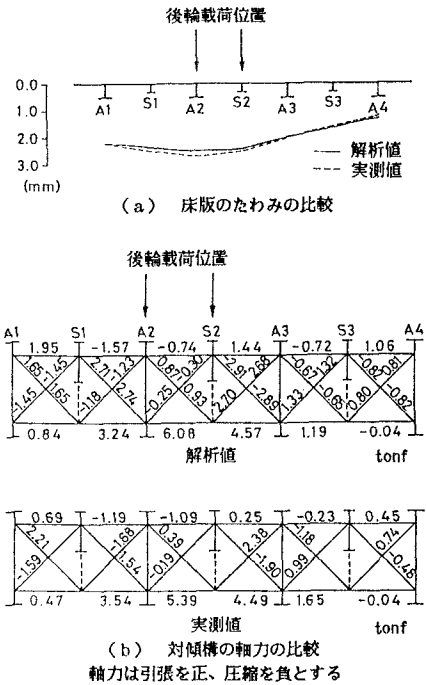


図9 補強後の実測値と解析値の比較

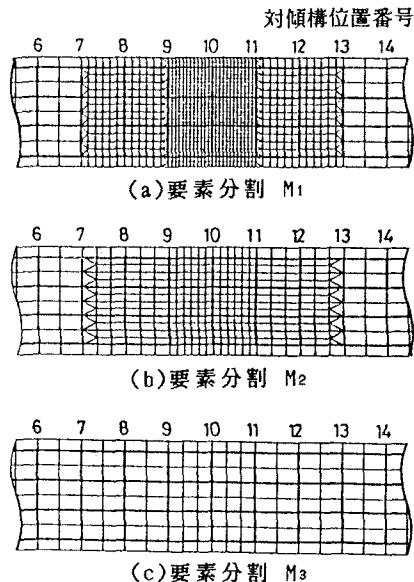


図10 中央径間中央部の分割様式を
一様とした三通りの要素分割

間中央対傾構) 近傍のみについて一様な要素分割様式を用い、両側径間についてはすべて同一の粗い要素分割を用いて得られる計算結果より解の収束性を論議する。

このような場合にも近似解の収束解に対する差 E と要素最小寸法 h との間に、 P を収束率、 C を定数として式(3)の関係¹⁾ が成り立つものとする。

$$\log E = P \cdot \log h + \log C \quad (3)$$

$$\frac{\log(S-S_1) - \log(S-S_2)}{\log h_1 - \log h_2} = \frac{\log(S-S_1) - \log(S-S_3)}{\log h_1 - \log h_3} \quad (4)$$

いま、図10(a), (b), (c)の要素最小寸法を h_1, h_2, h_3 とし、着目する解の近似解を S_1, S_2, S_3 、収束解を S とすると、式(4)より収束解 S が求められる。

上記の手法を4.1) 補強前の全体構造解析結果において対象とした問題に対して適用し、床版の最大たわみと対傾構軸力 $G4$ (図2参照)の軸力とについて収束解を求めた結果を図10の要素分割様式とは異なる分割様式を用いた4.1)の計算結果と併せて図11に示す。4.1)の結果は分割様式が異なるにも拘らずこれらの4点はほぼ一つの直線上に乗っており、注目する構造部分のみについて要素分割様式を統一していくつかの分割で計算を行い、収束解を外挿する方法の可能性が確認されたといえる。

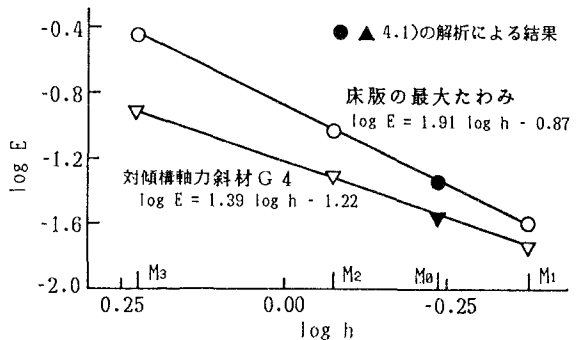


図11 解の収束性

6. おわりに

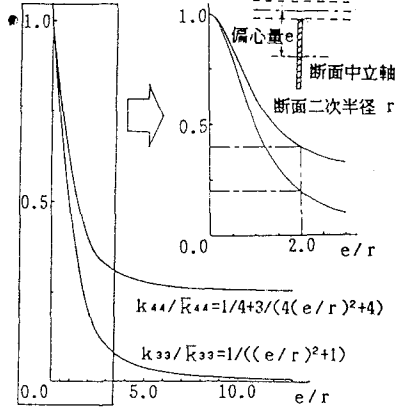
本論文では、合成I桁橋において二次部材である対傾構に生じる部材力の評価のための比較的簡易な解析方法を提案し、さらにこの解析方法の精度を実測値との比較を通じて確認した。また、パソコンでの計算を目標とした、粗い要素分割による計算結果の外挿による収束解の評価の可能性を示した。これらの結果は以下のようにまとめられる。

- 1) 提案する解析方法は全体構造の3次元有限要素解析を必要とせず、橋梁全体を偏心補剛材付の板として解析すればよく、床版上の輪荷重の載荷位置や床版の厚さなどの対傾構部材力への影響についても容易に評価することができる。
- 2) 実測値が得られている橋梁についての、解析値と実測値との比較の結果、対傾構の最大軸力に関し解析値は実測値と10~20%以内で一致する。また、床版の最大たわみに関しては、実測値に対する差は10%以内である。
- 3) 注目する構造部分(中央径間中央対傾構)近傍のみについて一様な要素分割様式を採用し、両側径間についてはすべて同一の粗い要素分割を用いて得られる三通りの計算結果より、外挿して収束解を評価することが可能である。

謝辞：本研究の遂行に際し適切なご助言をいただきました東京工業大学工学部土木工学科三木千壽助教授、および貴重な測定データの提供など多大のご協力をいただきました竹之内博行氏を始めとする(社)日本建設機械化協会建設機械化研究所の皆様にご感謝の意を表します。なお、本研究の一部に文部省科学研究費の援助を受けたことおよび、本論文の計算は武蔵工業大学情報処理センターFACOM M-360 および東京大学大型

計算機センターHITAC M-682/M680Hを用いて行ったことを付記する。

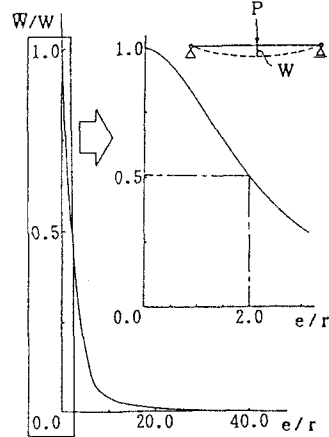
$$\begin{aligned} \bar{K}_{33} &= 12E (I_x + A e^2) / l^3 & k_{33} &= 12E I_x / l^3 \\ \bar{K}_{44} &= 4E (I_x + A e^2) / l & k_{44} &= 4E I_x / l + EA e^2 / l \\ \bar{K}_{34} &= 6E (I_x + A e^2) / l^2 & k_{34} &= 6E I_x / l^2 \\ k_{33} / \bar{K}_{33} & & k_{44} / \bar{K}_{44} & \end{aligned}$$



(a) 偏心方向のたわみの自由度および回転の自由度に対する剛性行列の対角成分の比較

図A・1 偏心骨組要素の剛性評価方法の比較

本論文で採用する方法： \bar{K} , \bar{W}
単純な座標変換による方法： k , W



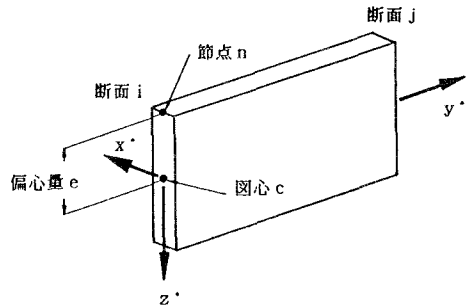
(b) 中央集中荷重を受ける単純ばりのたわみの比較

付 録：本論文で用いる偏心骨組要素剛性行列⁵⁾

本論文で用いる偏心骨組要素剛性行列と通常用いられている偏心骨組要素の要素剛性行列との相違は、偏心方向の変位およびその部材軸方向の勾配に関する成分のみであって、 $A e^2$ の項を削除し、改めて I_x を $I_x + A e^2$ に置き換えるだけの相違である。ここで、 e は偏心量、 A は断面積、また I_x は断面二次モーメントである。

偏心方向のたわみの自由度および関連する回転自由度に対する剛性行列の対角成分（それぞれ k_{33} および k_{44} ）について、通常の偏心骨組要素と本論文で採用する偏心骨組要素との比較を図A・1 (a) に示す。横軸は断面二次半径 r に対する偏心量 e の比であり、例えば $e/r = 2$ とすると、従来の要素はこれらの対角成分を20%~40%程度過小評価することになる。その結果、図A・1 (b) に示すような中央集中荷重を受ける単純ばりの場合、 $e/r = 2$ の偏心量が存在するとき、従来の要素を用いた解析結果は、本論文で採用した要素を用いて求めた中央点のたわみの約2倍の中央点のたわみを与えることになる。なお、純曲げの場合には両者は完全に一致した結果を与える。

なお、偏心骨組要素の部材力の算出は、要素両端での断面図心の要素座標系における変位 u^* を、偏心のない場合の通常の要素剛性行列に乗ずることにより求めることができる。 u^* と偏心骨組要素の節点変位 u^n との変換関係は図A・2中に示す式により与えられる。 θ^*_x 、 θ^*_y は要素断面の偏心方向に直角方向の軸回りの回転角および要素長手方向軸回りの回転角である。



$$u^*_{ck} = u^n_{nk} + e \begin{Bmatrix} \sin \theta^*_y \cos \theta^*_x \\ -\sin \theta^*_x \\ \cos \theta^*_y \cos \theta^*_x - 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_k$$

$k=i, j$

図A・2 偏心骨組要素の節点変位と断面図心の変位の関係

参考文献

- 1) 鋼構造委員会疲労変状調査小委員会：鋼橋の疲労変状調査，土木学会論文集，第368号/1-5，PP.1-12，1986-4.
- 2) Masuda, N., Miki, C., Kashiwagi, H. and Kaidoh, H. : Analysis of sway bracing members in composite-girder bridges, Struct. Eng./Earthquake Eng., Vol.4, No.2 (Proc. JSCE, No.386/1-8) , Oct. 1987(to be published).
- 3) 阪神高速道路公団・川崎重工業株式会社：合成I桁の主桁及び横桁の取合部検討業務報告概要（その2），1985-3.
- 4) 吉田 裕・雨宮栄一郎・増田陳紀：立体構造解析のための薄板有限要素，土木学会論文報告集，第211号，pp.19-28，1973-3.
- 5) 増田陳紀・西脇威夫・皆川 勝・早坂茂紀：有限要素法による補剛パネルの耐荷力評価に関する研究，構造工学における数値解析シンポジウム論文集，第10巻，pp.371-376，1986-7.
- 6) 西脇威夫・三木千壽・増田陳紀：I型並列橋梁の局部応力状態の簡易解析法，昭和59・60年度科学研究費補助金（総合研究(A) 代表者 埼玉大学田島二郎）研究成果報告書，－鋼橋の寿命予測と維持管理に関する研究 第5章－，pp.167-184，1986-3.
- 7) 尾下里治・金子俊一：直線・曲線および斜角の合成I桁橋の立体解析，土木学会論文集，第374号/1-6，pp.339-348，1986-10.
- 8) 建設機械化研究所：昭和60年度構造物変状対策工検討報告書，1986-3.
- 9) 川井忠彦・川島矩郎・三本木茂夫：薄板構造解析，コンピュータによる構造工学講座II-7-A，培風館，pp.48-52，1973-11.
- 10) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，pp.8-17，1980-2.
- 11) Becker, E.B., Carey, G.F. and Oden, J.T.: Finite Elements - An Introduction - , Prentice-Hall , pp.34-38, 1981.

（1987年10月16日受付）