

構造工学における数値解析法シンポジウム論文集

第 13 卷

Proceedings of Symposium on
Computational Methods in Structural Engineering
and Related Fields
Volume, 13

平成元年 7 月

日本鋼構造協会

減衰系の幾何的非線形動的応答解析のためのアルゴリズム

An algorithm for geometrically nonlinear dynamic analysis of structures with Rayleigh damping

増田陳紀¹⁾・西脇威夫²⁾・皆川 勝³⁾・高橋広幸⁴⁾

Nobutoshi MASUDA, Takeo NISHIWAKI, Masaru MINAGAWA, Hiroyuki TAKAHASHI

SUMMARY

An algorithm for a geometrically nonlinear dynamic analysis with Rayleigh damping is presented and dynamic frame analysis is conducted. The proposed method is based on the geometrically nonlinear static analysis method developed by the first author and et al. in which equilibrium equation is represented by the coordinates after the deformation. The governing dynamic equilibrium equation for each element is obtained from the static equation by adding the inertia term and damping term. In the solution procedure, Newmark's-B time integration scheme is combined with the two-step approximation and iterative correction solution procedure. As an numerical example a vibration problem of a shallow arch is solved. The applicability of the method for dynamic relaxation is confirmed.

Key Words : Dynamic Relaxation, Newmark's-B Method, Geometrical Nonlinearity.

1. はじめに

著者らは、近年、骨組構造の幾何的非線形動的応答解析に関する一連の論文を発表し、静的問題に対して十分な有効性が確認されている、座標表示に基づく幾何的非線形解析法^{1), 2)}の動的問題への拡張を行ってきた^{3), 4), 5), 6)}。そこでは、全体座標系での質量行列の時間依存性を考慮して慣性力を評価し、また、形式的には減衰の影響まで考えた支配方程式の定式化を行ったが、全体座標系での質量行列の時間依存性を考慮した慣性項や減衰項を評価して計算する際の具体的な数値解析アルゴリズムは提示されていない。そして、実際の計算においては、図1に示すようなこれらの影響が無視できるとした問題のみを取り扱ってきた。また、近年、Simo, 井浦らは、図1に示すような有限回転を伴うはりの問題を対象とした骨組構造の幾何的非線形動的応答解析法を提案しているが^{7), 8)}、そこでも減衰に関しての取扱いはなされていない。

そこで本論文では、質量行列の時間依存性およびレイリー減衰を実際の計算に取り込むためのアルゴリズムを提案する。すなわち、座標変換行列の時間微分の具体的な評価方法とその計算方法を示す。さらに、レイリー減衰項の導入による動的緩和法への適用性を検討する。

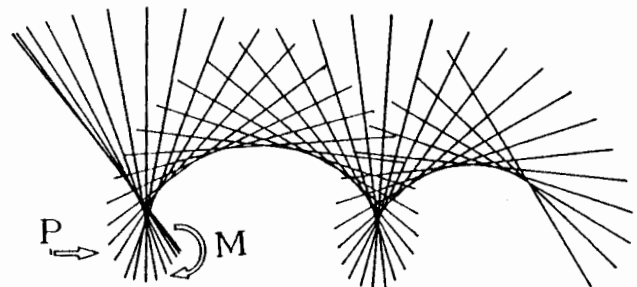


図1 有限回転を伴う梁の運動

1) 武蔵工業大学工学部土木工学科・助教授・工博, 2) 同・教授・工博, 3) 同・助手・工博

4) 武蔵工業大学大学院・修士課程学生

〒158 世田谷区玉堤1丁目28番地1号

なお、減衰に関してはいまだ不明な部分が多く、本論文では減衰に関する詳細な検討は行っておらず、前述の座標表示に基づく幾何的非線形解析法を基礎とした動的緩和法を構成するための一手段としてレイリー減衰を導入している。

2. 支配方程式の定式化

1) 運動方程式⁶⁾

時刻 t における 1 つの要素の運動方程式は、全体座標系での質量行列を M 、復元力ベクトルを R 、外力ベクトルを f 、要素の節点変位ベクトルを u とすると次のように書くことができる。なお、上付きの \cdot は時間に関する微分を表わす。

$$\frac{dM\dot{u}}{dt} + R = f \quad (1)$$

式(1)の第1項は時刻 t における要素座標系での質量行列を M^* 、全体座標系から要素座標系への座標変換行列を T として次の式(2)のように書きかえることができる。ただし、要素座標系は常に要素に固定され、要素とともに移動するものとする。上付きの添え字 $*$ は要素と共に移動する要素座標系に関する量を表わす。また、要素分割を充分細かくすることにより、要素座標系に関しては微小変形が仮定されるものとして、要素座標系に関する質量行列および剛性行列は、時間依存性を持たず、常に一定と仮定する。

$$\frac{dM\dot{u}}{dt} = M\ddot{u} + \dot{M}\dot{u} = T^T M^* T \ddot{u} + \dot{T}^T M^* T \dot{u} + T^T M^* \dot{T} \dot{u} \quad (2)$$

ここで、上付きの添え字 T は転置行列を表わす。

一方、式(1)の左辺第2項は、静的つり合い式における内力項^{1), 2)}に粘性減衰項を加えて次のように表わされる。ただし、 K^* は要素座標系での剛性行列であり、前述の仮定に従った通常の線形剛性行列を用いる。粘性減衰はレイリー減衰と仮定し、要素座標系における要素粘性減衰行列 C^* は $\alpha M^* + \beta K^*$ (α, β は実験などにより定まる定数) で表わされるものとする。

$$R = T^T K^* \{ T G (u + z) - T_0 G z_0 \} + T^T C^* T \dot{u} \quad (3)$$

ここに、 $u^T = \{ d^T, \theta^T \}$ 、 $z = a - u$ である。 $d, \theta, a^T = \{ x^T, \theta^T - \kappa^T \}$ 、 x 、および κ はそれぞれ要素の節点並進変位成分ベクトル、要素の節点回転変位成分ベクトル、要素の節点における一般化座標ベクトル、節点座標ベクトル、および要素の剛体回転ベクトルである。また、 G は要素座標系の原点をその要素内の第1節点に設定するためのシフト定数行列である。下付きの添え字 0 は変形前の初期状態に関する量を表わす。座標変換行列は増分表示を用いた場合にも定数ではなく、その時点での一般化座標の関数となる。

2) 増分形の運動方程式

式(1)~(3)で表わされる運動方程式を直接解くことは困難である。そこで本研究でも増分形の解法を適用することを考え、時刻 $t + \Delta t$ および時刻 t における運動方程式を差し引き、次のような増分形の運動方程式を用いる。ただし、 Δ は増分量であることを表わす。

以下の式において、下付きの添え字 $(t + \Delta t)$ は時刻 $t + \Delta t$ における諸量を表わし、時刻 t の諸量に関しては添え字を省略している。

$$\begin{aligned} & T_{(t+\Delta t)}^T M^* T_{(t+\Delta t)} \Delta \dot{u} + \{ T_{(t+\Delta t)}^T M^* \Delta T + \Delta T_{(t+\Delta t)}^T M^* T + \Delta T_{(t+\Delta t)}^T M^* \Delta T \} \dot{u} \\ & + \{ \dot{T}_{(t+\Delta t)}^T M^* T_{(t+\Delta t)} + T_{(t+\Delta t)}^T M^* \dot{T}_{(t+\Delta t)} \} \Delta \dot{u} \\ & + \{ \dot{T}_{(t+\Delta t)}^T M^* \Delta T + \Delta \dot{T}_{(t+\Delta t)}^T M^* T + T_{(t+\Delta t)}^T M^* \Delta \dot{T} + \Delta T_{(t+\Delta t)}^T M^* \dot{T} \} \dot{u} \\ & + T_{(t+\Delta t)}^T C^* T_{(t+\Delta t)} \Delta \dot{u} + \{ T_{(t+\Delta t)}^T C^* \Delta T + \Delta T_{(t+\Delta t)}^T C^* T + \Delta T_{(t+\Delta t)}^T C^* \Delta T \} \dot{u} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \mathbf{T}(t+\Delta t)^T \mathbf{K}^* \mathbf{T}(t+\Delta t) \Delta \mathbf{u} + \mathbf{T}(t+\Delta t)^T \mathbf{K}^* \{ \mathbf{T}(t+\Delta t) \Delta \mathbf{z} + \Delta \mathbf{T} \mathbf{G}(\mathbf{u} + \mathbf{z}) \} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{f}^* \\
 & = \Delta \mathbf{f}
 \end{aligned} \tag{4}$$

3. 運動方程式の解法

ここでは、第2節で求めた式(4)を支配方程式として、その解法について述べる。解法の手順として、2段階線形化近似とそれに続く反復修正計算からなる予測子-修正子型の計算法を用いる。なお、時間積分法には、以下の式(5)、(6)に示されるようなNewmarkのβ法を用いる。

$$\Delta \ddot{\mathbf{u}} = \frac{\Delta \dot{\mathbf{u}}}{\beta \Delta t^2} - \left[\frac{\dot{\mathbf{u}}(t)}{\beta \Delta t} + \frac{\ddot{\mathbf{u}}(t)}{2\beta} \right] \tag{5}$$

$$\Delta \dot{\mathbf{u}} = \frac{\Delta \mathbf{u}}{2\beta \Delta t} - \left[\frac{\dot{\mathbf{u}}(t)}{2\beta} + \Delta t \left\{ \frac{1}{4\beta} - 1 \right\} \ddot{\mathbf{u}}(t) \right] \tag{6}$$

1) 第1近似解の計算

第1近似の段階では、時刻 $t + \Delta t$ における結量は時刻 t において評価し、増分項および \mathbf{z} に関しては次のように評価する。

$$\Delta \mathbf{T} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)} \cdot \Delta \mathbf{u}, \quad \Delta \dot{\mathbf{T}} = \frac{\partial \dot{\mathbf{T}}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)} \cdot \Delta \dot{\mathbf{u}}, \quad \dot{\mathbf{T}} = \frac{\partial \dot{\mathbf{T}}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)} \cdot \dot{\mathbf{u}}(t) \dots \dots \dots (7), (8), (9)$$

ここで、 $\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)}$ は、時刻 t における座標変換行列 \mathbf{T} を変位 \mathbf{u} の各成分で偏微分したもので、3次のディメンジョンをもつマトリクスである。

式(7)、(8)、(9)を式(4)に代入し、高次の微小項を省略すると、次式(10)の線形化された増分方程式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{T}(t)^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}(t) \Delta \ddot{\mathbf{u}} \\
 & + \left[\left(\frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) \mathbf{M}^* \mathbf{T} + \mathbf{T}^T \mathbf{M}^* \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) + \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} (\mathbf{M}^* \mathbf{T} \dot{\mathbf{u}}) \right\} + \mathbf{T}^T \mathbf{M}^* \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \mathbf{T}^T \mathbf{C}^* \mathbf{T} \right]_{(t)} \Delta \dot{\mathbf{u}} \\
 & + \left[\mathbf{T}^T \mathbf{M}^* \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) + \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} (\mathbf{M}^* \mathbf{T} \dot{\mathbf{u}}) \right\} + \left(\frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) \mathbf{M}^* \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \left\{ \left\{ \mathbf{M}^* \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) \right\} \dot{\mathbf{u}} \right\} + \mathbf{T}^T \mathbf{K}^* \mathbf{T} + \mathbf{T}^T \mathbf{K}^* \left\{ \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{u}^T} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \mathbf{G}(\mathbf{u} + \mathbf{z}) \right\} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \mathbf{f}^* + \mathbf{T}^T \mathbf{C}^* \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \dot{\mathbf{u}} \right) + \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} (\mathbf{C}^* \mathbf{T} \dot{\mathbf{u}}) \right\} \right]_{(t)} \Delta \mathbf{u} \\
 & = \Delta \mathbf{f}
 \end{aligned} \tag{10}$$

これに、式(5)、(6)を代入して第1近似解 $\Delta \mathbf{u}_1$ を求め、それを式(5)、(6)に代入して $\Delta \ddot{\mathbf{u}}_1$ $\Delta \dot{\mathbf{u}}_1$ を求め

2) 第2近似解の計算

第2近似では、求まった第1近似解と時刻 t におけるつり合い点との midpoint で、 $\Delta \mathbf{T}$, $\Delta \mathbf{z}$ を線形化する。 $\Delta \dot{\mathbf{u}}$ は、時刻 $t + \Delta t$ における $\dot{\mathbf{u}}$ と時刻 t における $\dot{\mathbf{u}}$ との差で評価する。

時刻 t における座標を用いての評価、時刻 t における座標に第1近似解の変位増分 $\Delta \mathbf{u}_I$ を加えた座標を用いての評価、および時刻 t における座標に変位増分 $\Delta \mathbf{u}_I$ の $\frac{1}{2}$ を加えた座標を用いての評価をそれぞれ下付きの添え字 (1), (1) および $(\frac{1}{2})$ で表わすとすると、第2段階の線形化された増分方程式は次の式(11)のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(1)} \Delta \dot{\mathbf{u}} \\
 & + [\{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \dot{\mathbf{u}}_{(1)} \} \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(1)} + \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{M}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \dot{\mathbf{u}}_{(1)} \} + \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{C}^* \mathbf{T}_{(1)} \\
 & + \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \{ \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} + \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{M}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \}] \Delta \dot{\mathbf{u}} \\
 & + [\mathbf{T}_{(t)}^T \mathbf{M}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} + \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \{ \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} \} \\
 & + \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \dot{\mathbf{u}}_{(1)} \} \mathbf{M}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} \\
 & + \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \{ \{ \mathbf{M}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} + \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{K}^* \mathbf{T}_{(1)} \\
 & + \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{K}^* \{ \mathbf{T}_{(1)} \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \mathbf{G}_{(1)} (\mathbf{u}_{(t)} + \mathbf{z}_{(t)}) \} + \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \mathbf{f}^*(t) \\
 & + [\mathbf{T}_{(t)}^T \mathbf{C}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} + \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(\frac{1}{2})} \{ \mathbf{C}^* \mathbf{T}_{(t)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} \}] \Delta \mathbf{u} \\
 & = \Delta \mathbf{f} - [\{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \dot{\mathbf{u}}_{(1)} - \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \} \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} \\
 & + \mathbf{T}_{(1)}^T \mathbf{M}^* \{ \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(1)} \dot{\mathbf{u}}_{(1)} - \frac{\partial \mathbf{T}^T}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(t)} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \}] \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \tag{11}
 \end{aligned}$$

これに、式(5), (6)を代入して第2近似解 $\Delta \mathbf{u}_{II}$ を求め、それを式(5), (6)に代入して $\Delta \dot{\mathbf{u}}_{II}$, $\Delta \dot{\mathbf{u}}_{II}$ を求めらる。

3) 反復修正計算

反復修正計算において、増分項は、一つ前の近似段階で得られた近似解をもとに評価したものと時刻 t における精量をもとに評価したものととの差で評価する。すなわち、第 $k+1$ 近似解(ただし、 $k+1 \geq 3$)を求める際の増分項は次のように評価される。

$$\Delta \mathbf{T} = \mathbf{T}_{(k)} - \mathbf{T}_{(t)}, \quad \Delta \mathbf{z} = \mathbf{z}_{(k)} - \mathbf{z}_{(t)}, \quad \Delta \dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}_{(k)} - \dot{\mathbf{T}}_{(t)} \quad \dots \dots \dots (12), (13), (14)$$

ただし、 $\dot{\mathbf{T}}_{(k)} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{u}^T} \Big|_{(k)} \dot{\mathbf{u}}_{(k)}$ である。

式(12), (13), (14)を式(4)に代入して、第 $k+1$ 近似解を求める際の方程式は次のように求まる。

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(k)} \Delta \dot{\mathbf{u}}_{k+1} + \{ \dot{\mathbf{T}}_{(k)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(k)} + \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{M}^* \dot{\mathbf{T}}_{(k)} + \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{C}^* \mathbf{T}_{(k)} \} \Delta \dot{\mathbf{u}}_{k+1} \\
 & + \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{K}^* \mathbf{T}_{(k)} \Delta \mathbf{u}_{k+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 = & \Delta \mathbf{f} - \{ \mathbf{T}_{(t)}^T \mathbf{M}^* \Delta \mathbf{T} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{M}^* \Delta \mathbf{T} \} \ddot{\mathbf{u}}_{(t)} - \{ \dot{\mathbf{T}}_{(k)}^T \mathbf{M}^* \Delta \mathbf{T} + \Delta \dot{\mathbf{T}}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} \\
 & + \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{M}^* \Delta \dot{\mathbf{T}} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{M}^* \dot{\mathbf{T}}_{(t)} + \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{C}^* \Delta \mathbf{T} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{C}^* \mathbf{T}_{(k)} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{C}^* \Delta \mathbf{T} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \\
 & - \mathbf{T}_{(k)}^T \mathbf{K}^* \{ \mathbf{T}_{(k)} \Delta \mathbf{z} + \Delta \mathbf{T} \mathbf{G}_{(k)} (\mathbf{u}_{(t)} + \mathbf{z}_{(t)}) \} + \Delta \mathbf{T}^T \mathbf{f}^*_{(t)} \quad (15)
 \end{aligned}$$

収束条件が満足されるまでこの計算を繰り返して、次の時間ステップに移行する。

4. 収束の判定

収束の判定は、不釣り合い力ノルムと外力ノルムの比で行う。ただし、ステップ荷重のように $\Delta \mathbf{f} = \mathbf{0}$ の場合には、不釣り合い力 \mathbf{Q} は次のように評価される。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q} = & \Delta \mathbf{f} - [\{ \mathbf{T}_{(t+\Delta t)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t+\Delta t)} \} \ddot{\mathbf{u}}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{T}_{(t)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} \} \ddot{\mathbf{u}}_{(t)} \\
 & + \{ \dot{\mathbf{T}}_{(t+\Delta t)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t+\Delta t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t+\Delta t)} - \dot{\mathbf{T}}_{(t)}^T \mathbf{M}^* \mathbf{T}_{(t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \\
 & + \{ \mathbf{T}_{(t+\Delta t)}^T \mathbf{M}^* \dot{\mathbf{T}}_{(t+\Delta t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{T}_{(t)}^T \mathbf{M}^* \dot{\mathbf{T}}_{(t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \\
 & + \{ \mathbf{T}_{(t+\Delta t)}^T \mathbf{C}^* \mathbf{T}_{(t+\Delta t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{T}_{(t)}^T \mathbf{C}^* \mathbf{T}_{(t)} \} \dot{\mathbf{u}}_{(t)} \\
 & + \{ \mathbf{T}_{(t+\Delta t)}^T \cdot \Delta \mathbf{f}^* + \Delta \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{f}^*_{(t)} \}] \quad (16)
 \end{aligned}$$

収束判定基準を ε_0 とすれば、

$$\varepsilon = \left(\frac{\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}}{\Delta \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{f}} \right)^{\frac{1}{2}} < \varepsilon_0$$

のとき、収束したと判断する。

5. 数値計算例

本解析方法は、3次元骨組構造および薄肉立体構造に対しても適用可能であるが、本論文においては簡単な平面骨組構造を対象として、浅いアーチの計算例を示す。荷重は、アーチの頂点に鉛直下向きにステップ荷重として作用する。ここで、解析対象モデルを図2に示す。諸量は図中に示す通りである。

解析結果として、①非減衰、② $\alpha = 0.00025, \beta = 0.001$ 、③ $\alpha = 0.000025, \beta = 0.0001$ としたときの、中央点の Y 座標の時間的な推移を図3に示す。この図より、非減衰の場合には、振幅の減衰もなく、周期も一定となることが確認できる。また、 $\alpha = 0.000025, \beta = 0.0001$ とした場合には、非減衰の場合に対して相対的に周期が短くなっているが、時間とともに振幅は減少している。この解析における α, β が比較的小さいために、解析を行った時間では静的な解析解への収束には至っていない。しかし、 $\alpha = 0.00025, \beta = 0.001$ と大きめの値を与えて解析を行うと、

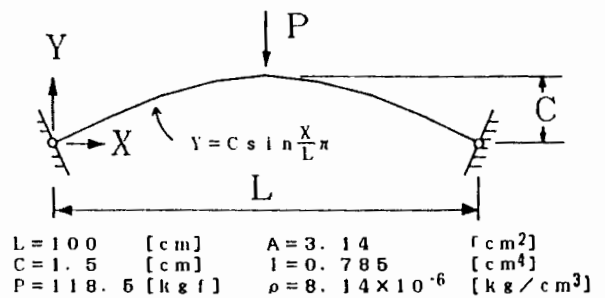


図2 解析対象モデル

設定した時間内でも充分静的な解析解へ収束している。以上のような結果から、本解析方法の動的緩和法への応用は充分可能であると考えられる。

なお、本解析の収束判定基準には不釣り合い力ノルムで 0.000001 を与え、Newmarkの β 法の β は 0.25 を採用した。減衰のパラメータ α , β の設定は、ここでは試行錯誤的に行った。

6. おわりに

本研究では、著者らが提案した座標表示に基づく静的な非線形解析法を基礎とした幾何学的非線形動的応答解析について、粘性減衰と

してレイリー型の減衰を考慮した場合の支配方程式を示した。また、ここでは、座標変換行列の時間微分項の具体的な評価法、さらに、それを用いての支配方程式の解法をも示した。数値計算例においては比較的簡単な平面骨組構造の解析を行い、提案した解析法の動的緩和法への適用性を示した。

なお、本論文中の数値計算は東京大学大型計算機センターHITAC M-682IIを用いて行ったことを付記する。

◆ 参考文献 ◆

- [1] 吉田 裕・増田陳紀・松田 隆：薄板で構成される立体構造の弾塑性・大変位離散化要素解析法，土木学会論文報告集，第228号，pp.41～55，1979年8月。
- [2] 吉田 裕・増田陳紀・森本 剛・広沢規行：立体骨組構造の増分つり合い方程式とその解法，土木学会論文報告集，第300号，pp.21～31，1980年8月。
- [3] 増田陳紀・西脇威夫・皆川 勝・山本英男：骨組構造の幾何学的非線形動的応答解析のための一方法，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第10巻，pp.431～436，昭和61年7月。
- [4] Masuda, N., Nishiwaki, T. and Minagawa, M.: Nonlinear Dynamic Analysis of Frame Structures, Computers & Structures, Vol.27, No.1, pp.103-110, 1987.
- [5] 増田陳紀・西脇威夫・皆川 勝・加藤修且：Flexible Beamの幾何学的非線形動的応答解析，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第12巻，pp.413～418，昭和63年7月。
- [6] 増田陳紀・西脇威夫・皆川 勝・高橋広幸：幾何学的非線形動的応答解析の一手法と平面骨組解析への応用，構造工学論文集，Vol.35A, pp.185-194, 1989年3月。
- [7] J.C.Simo and L.vu Quoc: A Novel Approach to the Dynamic of Flexible Beams Under Large Overall Motions - The Plane Case, Electronics Research Laboratory, Memorandum No.UCB/ERL M85/63 31, 1985.
- [8] 井浦雅司, S.N. Atluri: 有限回転を伴う空間曲線充実棒部材の動的解析，構造工学論文集，Vol.35A, pp.165-174, 1989年3月。

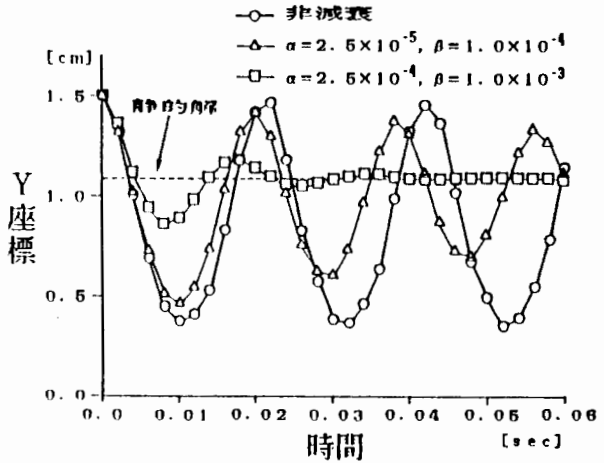


図3 頂点のY座標の時間的推移