

第21回

土木情報システムシンポジウム

講演集

Proceedings of the 18th Symposium  
on Civil Engineering Information Processing System

土木学会 土木情報システム委員会





## II-41 コンクリート構造物のファジィひび割れ 診断システムの開発

田中 功\*, 吉川 弘道\*\*, 皆川 勝\*\*

コンクリート構造物に発生するひび割れは、単独あるいは複数の原因により発生する。したがって、ひび割れの発生原因を明らかにするには、多くの情報と専門家の高度な技術的判断が必要である。そこで著者らは、ファジィ関係式の逆問題を解くことにより、ひび割れの症状からひび割れの発生原因を推定する診断システムの開発を行ってきた。

ファジィ関係式の逆問題の解法には、推論時間と逆問題の解なし現象などの問題が存在する。そこで本稿では、推論時間短縮のため逆問題の超高速解法を用いた。また、ファジィ関係式の逆問題の入力に区間値を与えるファジィ関係不等式に拡張し、さらに逆問題の解の存在性判別アルゴリズムを用いることにより、逆問題の解なし現象を改善できることを示した。

**key words :** concrete structure, crack diagnosis, fuzzy relation inequality, inverse problem of fuzzy relation inequality

### 1. はじめに

本診断システムは、観測される症状はある原因に起因しその結果生じるものであるという考えに基づき、症状からその原因を特定するものである<sup>1)</sup>。例えば、原因と症状の因果関係についてファジィ関係式が成り立つものとして、その逆問題を解く方法が用いられている。ただし、このような逆問題の適用に際しては、解の存在判別や解法の高速度化が重要な論点となっており、多くの研究が行われてきた<sup>2), 3), 4)</sup>。

ファジィ関係式の逆問題を解く場合に最も重要なことの一つは、解が存在するかどうかを明確に判別することである。解の存在性判別アルゴリズムとして、記号行列を用いた手法が韓らにより提案されている<sup>4)</sup>。また、塚本らはファジィ関係式の逆問題において直接的に集合解を求める解法を提案<sup>2)</sup>した。さらに、ファジィ関係式の逆問題が数値誤差に弱いことをふまえ、ファジィ対応の逆問題の解法に拡張している。しかし、塚本らによる解法は、原因数と症状数が多くなった場合、多大な推論時間と大容量のメモリを積んだ高性能のコンピュータが必要となる。そこで、この問題を解決するためのファジィ対応の逆問題の超高速解法が、林らにより提案された<sup>3)</sup>。林らは、理論的に原因数を  $m$ 、症状数を  $n$  とすると、塚本らが提案した逆問題の解法の理論的計算

量が  $O(m^{n+1}n)$  であるのに対して、高速解法の理論的計算量が  $O(mn)$  であることを示した。

本稿では、第一にファジィ関係式に柔軟性をもたせたファジィ関係不等式<sup>5)</sup>を採用し、その逆問題を超高速解法で解くシステムを構築した。次に、ファジィ関係不等式の逆問題の解が存在しない判別定理を用いて、推論結果が得られない場合の解決方法を検討する。最後に、RC高架橋のスラブの上面に生じたひび割れ事例<sup>6)</sup>を本システムに適用し、診断結果について考察を行った。

### 2. ひび割れ診断システムの構成

本システムにおいて、まず表-1に示すひび割れの発生原因の集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\}$  と、ひび割れ症状の集合  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{16}\}$  を設定した。実際のひび割れの発生原因と症状は、さらに複雑かつ多くの要素を持つが、ここではひび割れ診断システムのプロトタイプ構築を目的としていることから、主要な項目に限定した。原因  $x_i$  と症状  $y_j$  の間には因果関係  $r_{ij}$  が存在し、この因果関係  $r_{ij}$  は因果関係の程度を表すもので区間  $[0, 1]$  の実数値で与えられる。この因果関係を、4名の経験ある技術者のアンケート調査によ

\* 学生会員 武蔵工業大学大学院工学研究科修士課程土木工学専攻 (〒158 世田谷区玉堤 1-28-1, Tel: 03-3703-3111(ex.3241),

Fax: 03-5707-2125, e-mail: tanaka@shear.civil.musashi-tech.ac.jp)

\*\* 正会員 武蔵工業大学工学部土木工学科

(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1, Tel: 03-3703-3111(ex.3241))

表-1 ファジィ関係 R

	ひび割れ症状															
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{14}$	$y_{15}$	$y_{16}$
	規則性			パターン			発生時期			ひび割れ幅			スケーリング			
ひび割れ発生原因	部材長手直方向	配筋方向	その他	なし	網状・亀甲状	一方向複数	二方向複数	数時間から一日	数日	数十日から数ヶ月	一年以上	微細	中	大	有り	無し
$x_1$ 構造物の不同沈下			1.0			0.8				1.0	0.8	0.5	1.0	0.8		1.0
$x_2$ 支保工・施工時応力			1.0			0.8		0.8	1.0			0.6	1.0	0.6		1.0
$x_3$ 内部鉄筋の錆		0.8				0.6					0.8	0.5	0.7	1.0	1.0	
$x_4$ 初期凍害				0.8	0.8		0.5	1.0	1.0			0.5	1.0	0.5	0.3	
$x_5$ 凍結融解				0.8	0.8						1.0	0.8	0.5		1.0	
$x_6$ 温度応力	1.0					1.0		0.5	1.0			0.5	1.0	0.8		1.0
$x_7$ コンクリートの沈下・ブリージング		1.0			0.7		1.0	1.0	0.5			0.8	0.8			1.0
$x_8$ プラスチック収縮				0.8	1.0			1.0	0.5			1.0	0.7			1.0
$x_9$ アルカリ骨材反応				1.0	1.0						1.0	0.8	0.8	0.5	0.8	
$x_{10}$ 乾燥収縮	1.0					1.0				1.0	0.5	0.7	0.8	0.5		1.0

空白は[0.0]を表す。

り獲得した。これを表-1に示す。

ひび割れ発生原因の集合  $X$  上のファジィ集合  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$  を入力、ひび割れの症状の集合  $Y$  上のファジィ集合  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_{16}\}$  を出力と考える。すると、原因と症状の関係は  $X \times Y$  上のファジィ集合であるファジィ関係  $R$  を用いることで、ファジィ・システムの入出力関係として捉えることが可能となる。よって、max-min 合成を用いて次のように記述できる<sup>7)</sup>。

$$A \circ R = B \quad (1)$$

$$\forall (a_i \wedge r_{ij}) = b_j \quad (2)$$

したがって、診断プロセスは、ファジィ関係  $R$  とファジィ集合  $B$  から式(1)の逆問題を解くことでファジィ集合  $A$  を求めることになる。

本システムでは、逆問題を解くときファジィ集合  $B$  に区間値を与えるので、式(3)のようなファジィ関係不等式となる。

$$A \circ R = [B] \quad (3)$$

$$[B] = \{[b_1, \bar{b}_1], [b_2, \bar{b}_2], \dots, [b_j, \bar{b}_j]\} \quad (4)$$

$\underline{b}_j$  は下限値、 $\bar{b}_j$  は上限値である。

### 3. ファジィ関係不等式の逆問題の解が存在しない判別定理

韓らによるファジィ関係式の逆問題の解が存在しない判別定理(十分条件)を、ファジィ関係不等式に適用するとともに、表記法を変え次に説明する。

最初に、 $b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$  の順に並べ替え、それに対応して  $R$  の各列も入れ換える。

#### (1) 定理 1

$$\exists_j (r_{ij} < \underline{b}_j), \text{ for all } i \quad (5)$$

ならば、ファジィ関係式の逆問題の解は存在しない。

#### (2) 定理 2

$\underline{b}_i > \underline{b}_p$  とする。

$$\exists s \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (6)$$

$$\exists s (r_{ij} < \underline{b}_j), \text{ for } i \neq s \quad (7)$$

$$\exists s (r_{ij} > \underline{b}_j), \text{ for } i = s \quad (8)$$

の場合、

$$\exists s (r_{sp} > \underline{b}_p), \text{ for } p \in P \quad (9)$$

ならば、ファジィ関係式の解が存在しない。ただし、 $P = \{p | r_{sp} > \underline{b}_p, p > j\}$  である。

#### (3) 定理 3

$\underline{b}_i > \underline{b}_p$  とする。

$$\exists s (r_{ij} < \underline{b}_j), \text{ for } i \neq s \quad (10)$$

$$\exists s (r_{ij} = \underline{b}_j), \text{ for } i = s \quad (11)$$

の場合、

$$\exists s (r_{sp} > \underline{b}_p), \text{ for } p \in P \quad (12)$$

ならば、ファジィ関係式の解が存在しない。ただし、 $P = \{p | r_{sp} > \underline{b}_p\}$  である。

#### (4) 定理 4

$p \geq 2$  で、

$$\exists_p (r_{ip} > \underline{b}_p), \text{ for all } i \quad (13)$$

ならば、ファジィ関係式の解が存在しない。

#### 4. ファジィ関係不等式の逆問題の超高速解法

式(3)のようにファジィ集合  $B$  が区間値として与えられたときの逆問題の解法、すなわち、ファジィ関係不等式の逆問題の解法を次に示す。林らにより提案されてファジィ対応の逆問題の超高速解法を、ファジィ関係不等式に適用し、 $\psi$  合成、 $\tilde{\psi}$  合成を定義した。

区間  $[0,1]$  に属する実数値  $a$  と、区間  $[0,1]$  内の 1 つの集合  $[b,c]$  に対して、次のような  $\psi$  合成、 $\tilde{\psi}$  合成を定義する。ただし  $\phi$  は空集合である。

$$a\psi[b,c] = \begin{cases} [b,1] & \text{if } a \cap [b,c] \neq \phi \\ [b,c] & \text{if } a > c \\ \phi & \text{if } a < b \end{cases} \quad (14)$$

$$a\tilde{\psi}[b,c] = \begin{cases} [0,c] & \text{if } a > c \\ [0,1] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

解法のアルゴリズムは、以下の 4 つに分けられる。

(1) 行列  $U = \{u_{ij}\}$  および  $V = \{v_{ij}\}$  を求める

$$U = \{u_{ij}\} = \{r_{ij} \psi b_j\} \quad (16)$$

$$V = \{v_{ij}\} = \{r_{ij} \tilde{\psi} b_j\} \quad (17)$$

このとき、 $U$  行列の各  $i$  行の空集合以外の要素の上限値の最小値を以下のように求める。

$$UMIN_i = \min_j \bar{u}_{ij} \quad (18)$$

ただし、 $\bar{u}_{ij}$  は  $u_{ij}$  の上限値を意味する。ここで、 $\exists j, \forall i, u_{ij} = \phi$  ならば“解なし”で終了する。

(2) 行列  $C = \{c_{ij}\}$  の算出

$$c_{ij} = \begin{cases} 1: \text{if } u_{ij} \neq \phi \text{ and } u_{ij} \neq v_{ij} \\ 0: \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

このとき、 $C$  行列の各  $j$  列ごとの和を以下のように求める。

$$CSUM_j = \sum_{i=1}^m c_{ij} \quad (20)$$

(3)  $c_{ij}$  および  $CSUM_j$  の変更

$c_{ij} = 1$  かつ  $\underline{u}_{ij} > UMIN_i$  であるとき、 $c_{ij}$  の 1 を 0 に変更し  $CSUM_j$  を 1 だけ減らす。この修正によって  $CSUM_j = 0$  となったとき、“解なし”で終了する。ただし、 $\underline{u}_{ij}$  は  $u_{ij}$  の下限値を意味する。

(4) ファジィ関係式の逆問題の解  $a_i$  を求める

$a_i$  は  $C$  行列の第  $i$  行に対して  $c_{ij} = 1$  かつ  $CSUM_j = 1$  を満足する  $j$  列が、

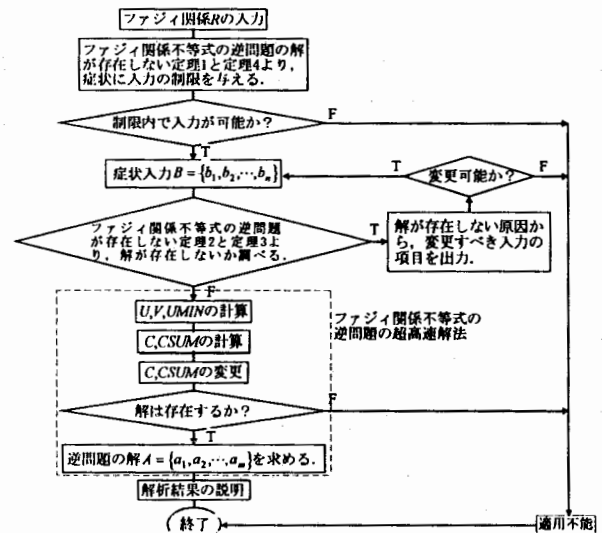


図-1 ひび割れ診断システムの流れ

(i) 全くない場合

$$a_i = [0, UMIN_i] \quad (21)$$

(ii) 少なくとも 1 つある場合

$$a_i = \left[ \max_j \underline{u}_{ij}, UMIN_i \right] \quad (22)$$

ただし、 $j_i$  は  $C$  行列の第  $i$  行において  $c_{ij} = 1$  かつ  $CSUM_j = 1$  を満足する列である。

#### 5. ひび割れ診断の解析手順

本診断システムの解析手順を、次の 4 つの Step に分けて説明する。また、その流れを図-1 に示す。

Step1: 設定したファジィ関係  $R$  と、ファジィ関係不等式の逆問題の解が存在しない判別定理 1 と 4 より、ファジィ集合  $[B]$  に入力の制限が発生する。その制限内でファジィ  $[B]$  を入力する。ここで、制限内で入力が不可能ならば診断不可能として終了する。

Step2: 入力したファジィ集合  $[B]$  とファジィ関係  $R$  より、ファジィ関係不等式の逆問題の解が存在しない判別定理 2 と 3 について審査を行う。ここで抵触すれば、解が存在しない原因から変更すべき入力の項目を出力し、その入力の確信度を 1 段階下げる。ここで、観測された症状より変更不可能と判断した場合、診断不可能として終了する。

Step3: 最終的に決定したファジィ集合  $[B]$  とファジィ関係  $R$  より、ファジィ関係不等式の逆問題を超高速解法を用いて解く。 $C$  と  $CSUM$  の変更のステップで、解なしと判断された場合、診断不可能として終了する。

表-2 観測された症状

区分	ひび割れの症状	1次入力 $[b_1, \bar{b}_1]$	2次入力 $[b_2, \bar{b}_2]$
$y_1$	規則性	[0.0, 0.3]	[0.0, 0.3]
$y_2$	部材長手直方向	[0.7, 1.0]	[0.7, 1.0]
$y_3$	配筋方向	[0.0, 0.3]	[0.0, 0.3]
$y_4$	その他	[0.0, 0.3]	[0.0, 0.3]
$y_5$	無し	[0.0, 0.3]	[0.0, 0.3]
$y_6$	パターン	[0.5, 1.0]	[0.5, 1.0]
$y_7$	網状・亀甲状	[0.0, 0.1]	[0.0, 0.1]
$y_8$	一方向複数	[0.7, 1.0]	[0.5, 1.0]
$y_9$	二方向複数	[0.7, 1.0]	[0.7, 1.0]
$y_{10}$	発生時期	[0.5, 1.0]	[0.5, 1.0]
$y_{11}$	数日	[0.0, 0.1]	[0.0, 0.1]
$y_{12}$	数日以上~数ヶ月	[0.0, 0.1]	[0.0, 0.1]
$y_{13}$	一年以上	[0.9, 1.0]	[0.7, 1.0]
$y_{14}$	ひび割れ幅	[0.7, 1.0]	[0.7, 1.0]
$y_{15}$	微細(0.1mm程度)	[0.7, 1.0]	[0.7, 1.0]
$y_{16}$	中(0.2~0.5mm)	[0.0, 0.3]	[0.0, 0.3]
$y_{17}$	大(1.0mm以上)	[0.0, 0.1]	[0.0, 0.1]
$y_{18}$	スケーリング	[0.0, 0.1]	[0.0, 0.1]
$y_{19}$	有り	[0.7, 1.0]	[0.7, 1.0]
$y_{20}$	無し	[0.7, 1.0]	[0.7, 1.0]

Step4: Step3 より得られた解より, 診断結果を出力する.

6. ひび割れ診断システムの適用例

RC 高架橋のスラブの上面に生じたひび割れ事例<sup>6)</sup>を, 開発したシステムを用いて診断した. ファジィ関係  $R$  は, 専門家へのアンケート調査で獲得した表-1を用いた.

ファジィ関係  $R$  とファジィ関係不等式の逆問題の解が存在しない判別定理 1 と 4 より,  $b_{12}$  と  $b_{13}$  は 0.5~1.0 間に設定しなければならない. これをふまえ, 表-2 に示す 1 次入力を決定した.

1 次入力とファジィ関係  $R$  より, 解が存在しない判別定理 2 または 3 により解が存在しないか判別する. その結果, 定理 2 により解が存在しないことが判明し, その主な要因は,  $b_7$  と  $b_{12}$  の設定にあった. そこで,  $b_7$  と  $b_{12}$  の確信度を一段階下げ表-2 に示す 2 次入力を設定した.

この 2 次入力をファジィ関係不等式の逆問題の入力値とし, 超高速解法で計算を行った結果, 解は存在し, これを表-3 に示した.

最後にひび割れ原因の判定を行うが, 出力結果の解釈には, 区間値で表された原因  $A$  の要素の大きさと, 区間の範囲を考慮する必要がある. 算出された下限値の最大値を推論結果とするならば,  $x_7$  (コンクリートの沈下・ブリージング) と判定される. また, 算出された区間値の中間値の最大値を推論結果としても同様となる. よって, ひび割れ発生原因は  $x_7$  (コンクリートの沈下・ブリージング) である. これは文献(6)にて行っている診断の結果(コンクリートの沈下・ブリージング)と一致した.

7. まとめ

表-3 診断結果

	ひび割れの発生原因	評価
$x_1$	構造物の不同沈下	[0.0, 0.1]
$x_2$	支保工・施工時応力	[0.0, 0.1]
$x_3$	内部鉄筋の錆	[0.0, 0.1]
$x_4$	初期凍害	[0.0, 0.1]
$x_5$	凍結融解	[0.0, 0.1]
$x_6$	温度応力	[0.0, 0.1]
$x_7$	コンクリートの沈下・ブリージング	[0.7, 1.0]
$x_8$	プラスチック収縮	[0.0, 0.3]
$x_9$	アルカリ骨材反応	[0.0, 0.1]
$x_{10}$	乾燥収縮	[0.0, 0.1]

ひび割れ症状からひび割れ発生原因を推定するシステムを, ファジィ関係不等式の逆問題に帰着することにより検討した. その推論結果は, 実際のひび割れ診断例と一致した.

ファジィ関係不等式の逆問題の解が存在しない判別定理を用い, 解が存在しない要因を知ることにより, 入力となる症状の値を変更した. これにより, ファジィ逆問題の解が存在しない場合, 推論結果が導き出せないという問題を改善できることを示した. しかし, 入力の変更は入力を行う人が可能な範囲で行うものであり, 変更できない場合は本診断システムの適用外である. また, 解が存在しない判別定理は, あくまでも十分条件であり, 判別定理に抵触しなかったとしても, 解が存在しないことがあり得る.

本システムには, 重要な 2 つの問題が残されている. 観測されない症状が 1 つでも存在すると, その症状と関係する原因はほとんど可能性がないと推論されてしまう問題と, ファジィ関係の信頼性である. 入力すべき症状が欠落した場合の問題は, 逆問題を解く場合の合成法を改善することで解決する. 信頼性の問題は, ファジィ関係にも区間値を与える, ファジィ対応の逆問題に拡張することで検討する.

参考文献

- 1) 吉川・大塚・三浦・小玉: ひび割れ診断におけるファジィ関係方程式の適用と逆解法, コンクリート年次論文報告集, 13-1, pp. 497-502, 1991.
- 2) 韓・関口・高橋: ファジィ関係逆問題における解の存在性判別, 日本ファジィ学会誌, Vol. 5, No. 5, pp. 1142-1154, 1993.
- 3) 塚本・田代: Fuzzy 逆問題の解法, 計測自動制御学会論文集, Vol. 15, No. 1, pp. 21-25, 1979.
- 4) 林・井村: ファジィ対応の逆問題の超高速解法, 第 6 回ファジィシステム講演論文集, 日本ファジィ学会, pp. 183-188, 1990.
- 5) 韓・関口: ファジィ関係不等式の一般解法, 日本ファジィ学会誌, Vol. 4, No. 4, pp. 710-721, 1992.
- 6) 日本コンクリート工学協会: コンクリートのひびわれ指針, 補修・補強指針, pp. 48-50, 1987.
- 7) 寺野・浅居・菅野: ファジィシステム入門, オーム社, 1987.