数学（環境学部 メディア情報学部 デザイン・データ科学部 都市生活学部 人間科学部）解答と解説

一般選抜〈前期 3 教科型〉／一般選抜〈前期 2 教科型〉

解　説

傾　向

整数、数列、分数式、恒等式、複素数、三角関数、対数、確率、ベクトル、微分、積分、２次方程式、命題と条件、直線の方程式、２次不等式、不等式の表す領域など、数学Ⅰ、Ⅱ、A、B（数列）、C（ベクトル）の範囲からまんべんなく出題された。「確率と２次不等式」などの複合問題や、やや計算量の多い面積の問題もあるが、大半は標準的な解法で解くことができる問題である。それぞれの分野における基本事項を確実に押さえた上で、標準的な問題をスムーズに解けるような実力を養っておくことが肝要である。

対　策

1. では幅広い分野から小問が出題された。整数や命題と条件、ベクトルなどを含め、苦手な分野を作らないよう、普段から意識して取り組む必要がある。解法が比較的見出しやすい問題でも、符号や不等号の向きなどを含め計算ミスによるうっかりした失点をしないよう特に気をつけたい。特に、２次方程式や２次不等式のような基本的な事項で、解の公式、因数分解、解と係数の関係解放など複数の道具から適切なものを取捨選択することが大事である。対数や三角関数の問題では、各関数の性質を正しく使い、式変形を誤らないことが重要である。

2. では微分積分、領域と最大最小などの問題が出題された。グラフの問題では軸や交点を意識し、グラフの概形を正しく理解した上で、接線や直線の式の扱い、傾きなどを間違えないよう注意したい。

解答

環境学部：全学科　　メディア情報学部：全学科
デザイン・データ科学部：デザイン・データ科学科
都市生活学部：都市生活学科
人間科学部：人間科学科

［令和７年２月１日(土)実施］

1. (1)　$32400=\boxed{2^4\cdot 3^4\cdot 5^2}$ ア)

よって 32400 の正の約数の個数は

$(4+1)(4+1)(2+1)=\boxed{75}$ イ)

(2)　初項を a，公比を r とおくと初項から第３項までの和が 26 であることから $a(1+r+r^2)=26$ …①

第４項から第６項までの和が 702 であることから

$ar^3(1+r+r^2)=702$ …②

①，②より $r=3$，$a=2$　よって初項は $\boxed{2}$ ウ)，公比は $\boxed{3}$ エ)

(3)　$2x^2-17=(x-5)(2x+10)+33$ より

$\dfrac{2x^2-17}{x-5}=2x+10+\dfrac{33}{x-5}$　両辺の係数を比較して

$a=\boxed{2}$ オ)，$b=\boxed{10}$ カ)，$c=\boxed{33}$ キ)

$\dfrac{2x-6}{x^2-16}=\dfrac{s}{x-4}+\dfrac{t}{x+4}$ の右辺を整理すると

$\dfrac{s}{x-4}+\dfrac{t}{x+4}=\dfrac{(s+t)x+4s-4t}{x^2-16}$

両辺の係数を比較して

$s+t=2,\ 4s-4t=-6$

これを解いて $s=\boxed{\dfrac{1}{4}}$ ク)，$t=\boxed{\dfrac{7}{4}}$ ケ)

(4)　２次方程式 $x^2+ax+b=0$ の２つの解の和は

$(1+\sqrt{3}i)+(1-\sqrt{3}i)=2$，積は

$(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)=4$ だから，求める２次方程式は $x^2-2x+4=0$ すなわち $a=\boxed{-2}$ コ)，

$b=\boxed{4}$ サ)である。

２次方程式 $x^2+x+5=0$ において，解と係数の関係から $\alpha+\beta=-1$，$\alpha\beta=5$　これを用いると２次方程式 $x^2+cx+d=0$ の解が $\alpha+1$，$\beta+1$ であるとき，$(\alpha+1)+(\beta+1)=(\alpha+\beta)+2=1$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1=5$ となるから

求める２次方程式は $x^2-x+5=0$ すなわち

$c=\boxed{-1}$ シ)，$d=\boxed{5}$ ス)

(5) 加法定理より $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\theta\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos\theta\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}\sin\theta+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta$　よって

$a=\boxed{\dfrac{1}{2}}$ セ)，$b=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ ソ)

半角の公式より $\cos^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1+\cos\theta}{2}$ であり，与式を変形すると

$4\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)-2\sqrt{3}\cos^2\dfrac{\theta}{2}=\sqrt{7}\sin(\theta+\alpha)-\sqrt{3}$

ただし α は $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，$\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$，$0\leqq\alpha\leqq\dfrac{\pi}{2}$ を満たす角とする。$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ より $\sin(\theta+\alpha)$ が最大となるのは $\theta=\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ のときであり，さらに $\alpha\leqq\dfrac{\pi}{4}$ となるから最小となるのは $\theta=0$ のときである。よって求める最大値は $\boxed{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ タ)，最小値は $\boxed{0}$ チ)

(6) $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x}{5}=\dfrac{\log_2\dfrac{x}{5}}{\log_2 2^{-1}}=-\log_2 x+\log_2 5$ であるから

$a=\boxed{-1}$ ツ)，$b=\boxed{1}$ テ) $\log_2 x=t$ とおくと，

$y=t(-t+\log_2 5)=\boxed{-t^2+t\log_2 5}$ ト)

$=-\left(t-\dfrac{\log_2 5}{2}\right)^2+\dfrac{(\log_2 5)^2}{4}$

$1\leqq x\leqq 8$ より $\log_2 1\leqq t\leqq \log_2 2^3 \Leftrightarrow \boxed{0\leqq t\leqq 3}$ ナ)

$0\leqq\dfrac{\log_2 5}{2}\leqq\dfrac{3}{2}$ だから y が最大値をとるのは $t=\dfrac{\log_2 5}{2}$ すなわち $x=\boxed{\sqrt{5}}$ ニ)のとき，最小値をとるのは $t=3$ すなわち $x=\boxed{8}$ ヌ)のときである。

(7) 2つのさいころの出た目の数を掛け合わせた計算結果を漢数字で表すと，以下の表のようになる。

	1	2	3	4	5	6
1	一	二	三	四	五	六
2	二	四	六	八	十	十二
3	三	六	九	十二	十五	十八
4	四	八	十二	十六	二十	二十四
5	五	十	十五	二十	二十五	三十
6	六	十二	十八	二十四	三十	三十六

漢数字1文字で表せるのは，網掛けを施した19通りであるから，求める確率は $\dfrac{19}{6\times6}=\boxed{\dfrac{19}{36}}$ ネ)

上で求めた計算結果それぞれの画数の合計を求めると以下の表のようになる。

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	5	4	4
2	2	5	4	2	2	4
3	3	4	2	4	6	4
4	5	2	4	6	4	9
5	4	2	6	4	8	5
6	4	4	4	9	5	9

画数の合計が7になることはないから，求める確率は $\dfrac{0}{6\times6}=\boxed{0}$ ノ)

上表より，計算結果の漢数字が3文字になるのは $4\times6=$ 二十四，$5\times5=$ 二十五，$6\times4=$ 二十四，$6\times6=$ 三十六の4通り。このうち画数の合計が8になるのは二十五の1通りだから，求める確率は $\boxed{\dfrac{1}{4}}$ ハ)

(8) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\dfrac{3}{5}\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{2}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$

であるから

$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OP}}+2\overrightarrow{\mathrm{OQ}}}{3}=\boxed{\dfrac{1}{5}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{3}\vec{c}}$ ヒ)

点Sは直線OR上にあるから，$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=k\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ となる実数 k がある。よって

$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=\dfrac{1}{5}k\vec{a}+\dfrac{1}{3}k\vec{b}+\dfrac{1}{3}k\vec{c}$

Sは平面ABC上にあるから，$\dfrac{1}{5}k+\dfrac{1}{3}k+\dfrac{1}{3}k=1$

より $k=\dfrac{15}{13}$

よって $\overrightarrow{\mathrm{OS}}=\boxed{\dfrac{3}{13}\vec{a}+\dfrac{5}{13}\vec{b}+\dfrac{5}{13}\vec{c}}$ フ)

$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=l$ とおくと，

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\vec{a}\cdot\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{2}+\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{2}=\dfrac{l^2}{2}$ となるから，

$\cos\angle\mathrm{AOQ}=\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}||\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|}=\dfrac{l^2/2}{\sqrt{3}\,l^2/2}=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ ヘ)

2. (1) $f(x)=[t^3+t^2-t]_1^x=x^3+x^2-x-1$，

$f'(x)=3x^2+2x-1$ であり，$f'(x)=0$ とすると

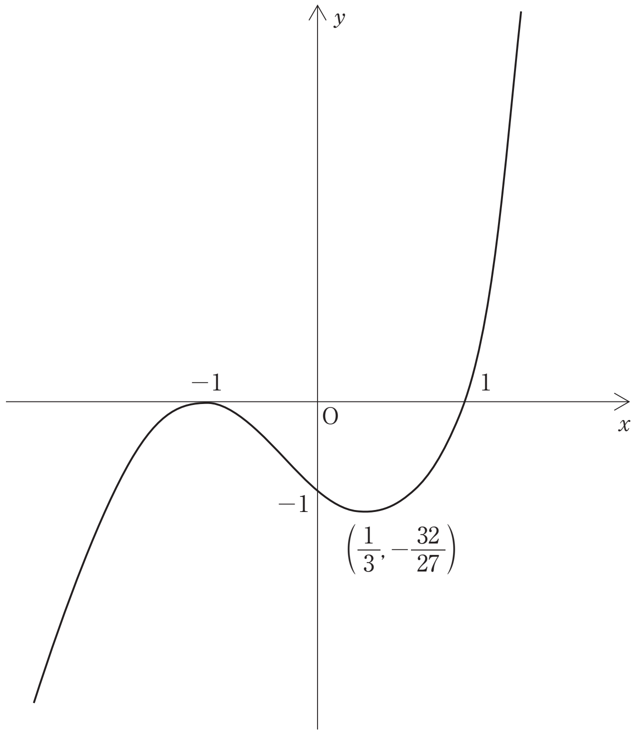
$x=-1,\ \dfrac{1}{3}$　増減表は以下の通り。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	$\dfrac{1}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大 0	↘	極小 $-\dfrac{32}{27}$	↗

よって $f(x)$ は $x=-1$ で極大値0，

$x=\dfrac{1}{3}$ で極小値 $-\dfrac{32}{27}$ をとる。

(2) 曲線 $y=f(x)$ のグラフは以下のようになる。



(3) 曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=x-1$ の交点を求める。
$x^3+x^2-x-1=x-1$ を解くと
$x(x+2)(x-1)=0$ より $x=-2,\ 0,\ 1$
ゆえに交点の座標は $(-2,-3)$，$(0,-1)$，$(1,0)$
求める領域の左側の面積を S_1，右側の面積を S_2 とすると，

$$S_1=\int_{-2}^{0}\{x^3+x^2-x-1-(x-1)\}\,dx=\frac{8}{3}$$

$$S_2=\int_{0}^{1}\{x-1-(x^3+x^2-x-1)\}\,dx=\frac{5}{12}$$

したがって $S_1+S_2=\dfrac{8}{3}+\dfrac{5}{12}=\underline{\dfrac{37}{12}}$ である。

(4) (1)より，点 A の座標は $(-1,0)$ となる。また，(3)より点 B，点 C の座標はそれぞれ $(-2,-3)$，$(0,-1)$ である。よって
$BC=\sqrt{(-2-0)^2+(-3+1)^2}=2\sqrt{2}$
$\triangle ABC$ において，$AC=\sqrt{2}$，$AC\perp BC$ だから
求める面積は $\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\underline{2}$ となる。

[令和７年２月２日(日)実施]

1. (1) 方程式 $x^2+6x+(t+1)(t-3)=0$ が２つの異なる負の実数解を持つ。２つの実数解を持つので，判別式より，$6^2-4(t+1)(t-3)>0$ が成り立つ。よって，$t^2-2t-12<0$ より，t の範囲は $1-\sqrt{13}<t<1+\sqrt{13}$。さらに，２つの異なる実数解は共に負であるので，$(t+1)(t-3)>0$。すなわち，$t$ の範囲は $t<-1$，$3<t$ となる。よって，求める t の範囲は $\boxed{1-\sqrt{13}<t<-1,\ 3<t<1+\sqrt{13}}$ ア)。

(2) $(1-\sqrt{7}i)^2=-6-2\sqrt{7}i$，従って計算結果の複素数の実部は $\boxed{-6}$ イ)，虚部は $\boxed{-2\sqrt{7}}$ ウ) となる。

$$\frac{1+\sqrt{7}i}{1-\sqrt{7}i}=\frac{(1+\sqrt{7}i)^2}{(1-\sqrt{7}i)(1+\sqrt{7}i)}=\frac{-3+\sqrt{7}i}{4},$$

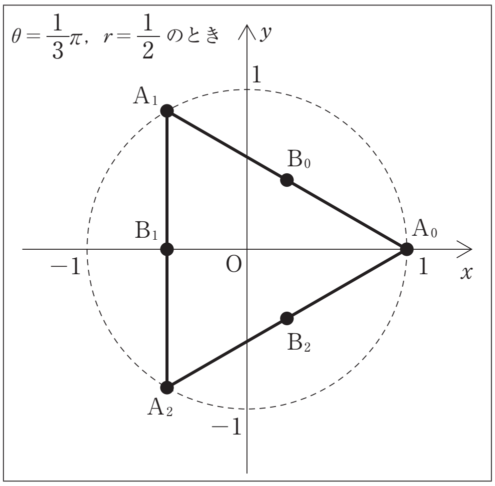
したがって計算結果の複素数の実部は $\boxed{-\dfrac{3}{4}}$ エ)，

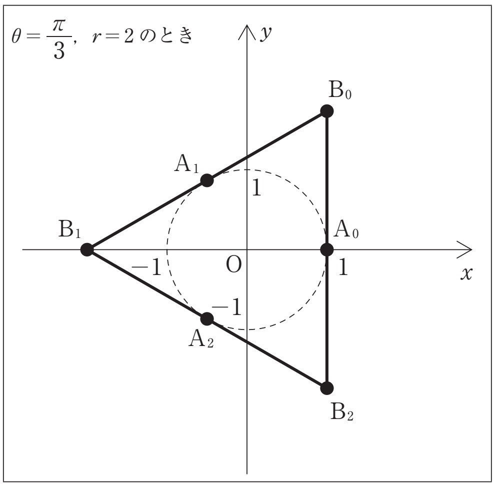
虚部は $\boxed{\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$ オ) となる。

方程式に $1-\sqrt{7}i$ を代入すると，
$(-6-2\sqrt{7}i)a+(1-\sqrt{7}i)+b=0$ を得る。
方程式に $1+\sqrt{7}i$ を代入すると，$(-6+2\sqrt{7}i)a+(1+\sqrt{7}i)+b=0$ を得る。この連立方程式を解くと，$a=\boxed{-\dfrac{1}{2}}$ カ)，$b=\boxed{-4}$ キ)。

(3) $\log_2 2025=\log_2 45^2=2\cdot(\log_2 3^2+\log_2 5)=4\log_2 3+2\log_2 5$，$\log_2 6561=\log_2 3^8=8\log_2 3$
となる。また，$\dfrac{\log_2 6561}{\log_5 2}=(8\log_2 3)\cdot\log_2 5$
である。よって，$x^2-(\log_2 2025)x+\dfrac{\log_2 6561}{\log_5 2}=$
$x^2-(4\log_2 3+2\log_2 5)x+8(\log_2 3)\cdot\log_2 5=$
$(x-4\log_2 3)(x-2\log_2 5)=0$ となるので，方程式の解は $x=\boxed{4\log_2 3,\ 2\log_2 5}$ ク) である。

(4) $r=1$ で $\theta=\boxed{0}$ ケ) のとき，A_0 と B_0，A_1 と B_1，A_2 と B_2 はそれぞれ同一の点となる。よって，６点を順に線分で結んだ図形は三角形となる。$\theta=\dfrac{1}{3}\pi$ で $r=\dfrac{1}{2}$ のとき，A_0 と B_0 と A_1，A_1 と B_1 と A_2，A_2 と B_2 と A_0 がそれぞれ直線上に並ぶ。このとき，６点を順に結んだ線分は点 A_0，A_1，A_2 を頂点とした三角形になる。$\theta=\dfrac{1}{3}\pi$ で $r=2$ のとき，B_2 と A_0 と B_0，B_0 と A_1 と B_1，B_1 と A_2 と B_2 がそれぞれ直線上に並ぶ。このとき，６点を順に結んだ線分は点 B_0，B_1，B_2 を頂点とした三角形になる。したがって，$r=\boxed{\dfrac{1}{2},\ 2}$ コ)。





(5)　数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=(a-d)+d\cdot n$ である。よって初項から第 n 項までの和 S_n は $S_n=(a-d)\cdot n+d\cdot\left(\dfrac{1}{2}n(n+1)\right)=\boxed{\left(a-\dfrac{1}{2}d\right)n+\dfrac{1}{2}d\cdot n^2}$ サ)

である。$S_{21}=S_{20}+a_{21}$ であるので，$882=800+a_{21}$ より $a_{21}=\boxed{82}$ シ) である。$82=a_{21}=a+20d$ であり，$800=S_{20}=\left(a-\dfrac{1}{2}d\right)\cdot20+\dfrac{1}{2}d\cdot20^2=190d+20a$ である。この連立方程式を解くと，$a=\boxed{2}$ ス)，$d=\boxed{4}$ セ) である。

(6)　$\overrightarrow{AF}=\vec{c}$ と置くと，$\overrightarrow{AE}=\vec{b}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AF}=\vec{a}+2\vec{c}$。つまり，$\vec{c}=\dfrac{\vec{b}-\vec{a}}{2}$。$\overrightarrow{EG}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{FB}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF})=\dfrac{1}{2}(\vec{a}-\vec{c})=\dfrac{1}{2}\left(\vec{a}-\dfrac{\vec{b}-\vec{a}}{2}\right)=\dfrac{3\vec{a}-\vec{b}}{4}$ よって，

$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EG}=\vec{b}+\dfrac{3\vec{a}-\vec{b}}{4}=\boxed{\dfrac{3\vec{a}+3\vec{b}}{4}}$ ソ)

となる。そして，$\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+\vec{c}=\dfrac{3\vec{a}+\vec{b}}{2}$，$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AE}=\dfrac{-3\vec{a}-\vec{b}}{2}+\vec{b}=\dfrac{-3\vec{a}+\vec{b}}{2}$ であるので，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}=\left(\dfrac{-3\vec{a}-\vec{b}}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{-3\vec{a}+\vec{b}}{2}\right)=\dfrac{1}{4}\left((-3\vec{a}-\vec{b})\cdot(-3\vec{a}+\vec{b})\right)=\dfrac{1}{4}\left(9|\vec{a}|^2-3\vec{a}\cdot\vec{b}+3\vec{a}\cdot\vec{b}-|\vec{b}|^2\right)=\dfrac{1}{4}\left(9\cdot4-|\vec{b}|^2\right)$。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が直行していることに着目すると，△ABE は斜辺 BE の長さが4の直角三角形である。よって，$|\vec{b}|^2=16-|\vec{a}|^2=16-4=12$。よって，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{4}(36-12)=\boxed{6}$ タ) である。△ACG の面積は1辺の長さ2の正三角形の面積の $\dfrac{3}{2}$ 倍である。よって，$\dfrac{3}{2}\times\sqrt{3}=\boxed{\dfrac{3\sqrt{3}}{2}}$ チ) である。

(7)　a も b も偶数とすると $p\to r$ が偽となる。よって，p は r の十分条件ではない。$r\to p$ は真である。したがって，p は r であるための，$\boxed{\text{(A)必要条件であるが十分条件ではない}}$ ツ) となる。a を奇数，b を偶数とすると $\overline{p}\to q$ は偽。よって，$\overline{p}$ は q の十分条件ではない。a を奇数，b を奇数とすると $q\to\overline{p}$ は偽。よって，$\overline{p}$ は q の必要条件ではない。したがって，$\overline{p}$ は q であるための，$\boxed{\text{(D)必要条件でも十分条件でもない}}$ テ) となる。a を奇数，b を偶数とすると $\overline{q}\to$「p かつ $\overline{r}$」は偽。よって，$\overline{q}$ は「p かつ $\overline{r}$」の十分条件ではない。「p かつ $\overline{r}$」$\to\overline{q}$ は真。したがって，$\overline{q}$ は「p かつ $\overline{r}$」であるための，$\boxed{\text{(A)必要条件であるが十分条件ではない}}$ ト) となる。

(8)　3回連続で当たりくじを引く確率は $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\boxed{\dfrac{1}{27}}$ ナ) である。3回中に1回以上当たりくじを引く確率は，$1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\boxed{\dfrac{19}{27}}$ ニ) である。3回目に初めてあたりくじを引く通りは全部で4通りある。よって，求める確率は $\boxed{\dfrac{4}{27}}$ ヌ) である。

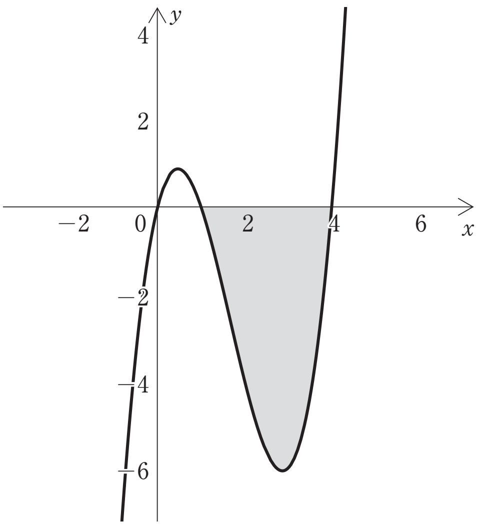
2. (1)　y 軸に関して対称移動して得られる曲線 Q の方程式は，$y=(-x)^3-5(-x)^2+4(-x)=-x^3-5x^2-4x$ である。すなわち，$\boxed{y=-x^3-5x^2-4x}$ である。

(2)　曲線 P の方程式の右辺の関数の導関数は $f'(x)=3x^2-10x+4$。導関数 $f'(x)$ が0になる x 座標は，$x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{3}$ であり，$f'(x)>0$ のときに $(x,f(x))$ における曲線 P の接線の傾きが正になる。$y=f'(x)$ は下に凸のグラフであるから，もとめる x の範囲は

$\boxed{x<\dfrac{5-\sqrt{13}}{3}\ \text{または}\ \dfrac{5+\sqrt{13}}{3}<x}$ となる。

(3) P は $f(x)=x^3-5x^2+4x=x(x-1)(x-4)$ であるので，曲線 P と x 軸で囲まれた図形のうち $y\leqq 0$ の部分の面積は，

$$-\int_1^4(x^3-5x^2+4x)\,dx=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{5}{3}x^3+2x^2\right]_1^4$$
$$=\boxed{\frac{45}{4}}$$



(4) $\alpha+\beta$ の値は，傾きが -1 の一次関数の y 切片の値と同じになる。傾きが -1 の一次関数を曲線 P と x 軸で囲まれた図形の周および内部を動かすと，y 切片の値が最大となるのは，傾き -1 の一次関数が座標$(4,0)$を通過するときである。この時，傾き -1 の一次関数の y 切片の値は4。従って，$\alpha+\beta$ の最大値は $\alpha+\beta=\boxed{4}$ である。次に，$\beta-\alpha$ の値は，傾きが1の一次関数の y 切片の値と同じになる。よって，$f'(x)=3x^2-10x+4=1$ となる x 座標を求めると，$x=\frac{1}{3},3$ である。よって，$\alpha=3$ で $\beta=(3)^3-5(3)^2+4(3)=-6$ のときに $\beta-\alpha$ は最小値をとり，その値は $\beta-\alpha=-6-3=\boxed{-9}$ である。

[令和７年２月３日(月)実施]

1. (1) $1\times2^6+1\times2^5+1\times2^0=64+32+1=\boxed{97}$ア)である。$1\times2^5+1\times2^4+1\times2^2=(2^2+2^1)\times2^3+2^2=6\times8+4=\boxed{64_{(8)}}$イ)である。$99=97+2=1100001_{(2)}+10_{(2)}=\boxed{1100011_{(2)}}$ウ)である。

(2) 求める直線は，傾き１の直線 $y=x$ と垂直に交わるので，その傾きは -1 である。さらに点 $\mathrm{P}(\alpha,\log_2\alpha)$を通るので，求める直線の方程式は，$y=-(x-\alpha)+\log_2\alpha$ である。これを整理し，$y=\boxed{-x+\alpha+\log_2\alpha}$エ)を得る。この直線と $y=x$ との交点をQとするとQの座標は $\left(\frac{\alpha+\log_2\alpha}{2},\frac{\alpha+\log_2\alpha}{2}\right)$ である。線分PQは点Pから直線 $y=x$ に降ろした垂線だから，点Pと直線 $y=x$ との距離は線分PQの長さであり，$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}(\alpha-\log_2\alpha)}$オ)となる。

(3) $f'(x)=\boxed{3x^2-12x}$カ) $=3x(x-4)$ である。$f'(x)$ は $x<0,x>4$ で正，$0<x<4$ で負，$x=0,4$ で0になるので，$f(x)$は $x=0$ のとき極大値 $f(0)=\boxed{a^2-4a}$キ)を，$x=4$ のとき極小値 $f(4)=\boxed{a^2-4a-32}$ク)をとる。３次方程式 $f(x)=0$ がただ１個の実数解を持つのは，極大値が負となるか極小値が正となるときだから，$a^2-4a<0$ または $a^2-4a-32>0$ を満たすときであり，そのときの a の範囲は $\boxed{a<-4,0<a<4,a>8}$ケ)である。

(4) $0\leqq\theta\leqq2\pi$ のときの $\sin\frac{\theta-\frac{\pi}{3}}{2}$ の最大値と最小値は $-\frac{\pi}{6}\leqq x\leqq\frac{5}{6}\pi$ のときの $\sin x$ の最大値と最小値だから，それぞれ $\boxed{1}$コ) $\boxed{-\frac{1}{2}}$サ)である。

$\frac{\pi}{3}<2\theta+\frac{\pi}{3}<4\pi+\frac{\pi}{3}$ だから $2\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$ すなわち $\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ となるのは $2\theta+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3},\frac{5}{3}\pi,\frac{7}{3}\pi,\frac{11}{3}\pi,\frac{13}{3}\pi$，すなわち $\theta=\boxed{0,\frac{2}{3}\pi,\pi,\frac{5}{3}\pi,2\pi}$シ)のときである。$\sin\left(\theta-\frac{1}{2}\pi\right)=\sqrt{3}\cos\left(\theta-\frac{1}{2}\pi\right)$ となるのは，$\frac{1}{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=0$ のときである。この式の左辺は $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)\cos\frac{\pi}{3}-\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)\sin\frac{\pi}{3}=\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\theta-\frac{5}{6}\pi\right)$ であり，$0\leqq\theta\leqq2\pi$ でこれが0となるのは，$\theta-\frac{5}{6}\pi=0,\pi$ のとき，すなわち $\theta=\boxed{\frac{5}{6}\pi,\frac{11}{6}\pi}$ス)のときである。

数学(環・メ・デ・都・人)

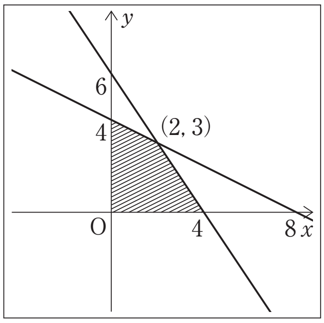
（5） $a>0$ のとき $ax^2+2x>0 \Leftrightarrow x<-\frac{2}{a}$ または $x>0$ である。$a=0$ のとき $ax^2+2x>0 \Leftrightarrow x\neq 0$ である。$a<0$ のとき $ax^2+2x>0 \Leftrightarrow 0<x<-\frac{2}{a}$ である。したがって $ax^2+2x>0 \Rightarrow 0<x<3$ となるのは $a<0$ かつ $-\frac{2}{a}\leqq 3$ のとき，すなわち $\boxed{a\leqq -\frac{2}{3}}$ セ) のときである。$0<x<3 \Rightarrow ax^2+2x>0$ となるのは，(i) $a>0$ のとき，(ii) $a=0$ のとき，(iii) $a<0$ かつ $-\frac{2}{a}\geqq 3$ のとき，すなわち $-\frac{2}{3}\leqq a<0$ のときである。(i)から(iii)までを合わせせると $\boxed{a\geqq -\frac{2}{3}}$ ソ) である。$ax^2+2x>0 \Leftrightarrow 0<x<3$ となるのは，$a<0$ かつ $-\frac{2}{a}\leqq 3$ のとき，すなわち $\boxed{a=-\frac{2}{3}}$ タ) のときである。

（6） 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項はそれぞれ $a_n=10+2(n-1)=\boxed{2n+8}$ チ)，$b_n=52-6(n-1)=\boxed{-6n+58}$ ツ) である。$T_n=\frac{1}{2}n(b_1+b_n)=n(-3n+55)$ だから T_n が負になる最小の n は $-3n+55<0\left(\text{つまり } n>18+\frac{1}{3}\right)$ となる最小の n であり，$n=\boxed{19}$ テ) である。$S_n=\frac{1}{2}n(a_1+a_n)=n(n+9)$ だから $S_n+T_n=n(-2n+64)$ だから，S_n+T_n が負になる最小の n は $-2n+64<0$（つまり $n>32$）となる最小の n であり，$n=\boxed{33}$ ト) である。$S_n+T_n=-2n^2+64n=-2(n-16)^2+512$ だから，S_n+T_n は $n=16$ で最大値 $\boxed{512}$ ナ) をとる。

（7） $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ より $\cos\theta=-\frac{1}{2}$ であり $\theta=\boxed{\frac{2}{3}\pi}$ ニ) である。$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=19$ だから $|\vec{a}-\vec{b}|=\boxed{\sqrt{19}}$ ヌ) である。$|\vec{a}|^2=9=s^2+0^2$ だから $s=\boxed{3}$ ネ) である。$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3=s(-t)+0=-3t$ だから $t=\boxed{1}$ ノ) である。$|\vec{b}|^2=4=t^2+u^2=1+u^2$ だから $u=\boxed{\sqrt{3}}$ ハ) である。

（8） 28枚から3枚抜き出す抜き出しかたは ${}_{28}C_3=3276$ 通りである。3枚ともハートになる抜き出しかたは ${}_7C_3=35$ 通りだから，3枚とも同じマークになる抜き出しかたは $4\times{}_7C_3=140$ 通りであり。3枚とも同じマークになる確率は $\frac{140}{3276}=\boxed{\frac{5}{117}}$ ヒ) となる。3枚の連続した数字は3, 4, 5から7, 8, 9までの5通りある。マークの違いを考えると，3枚の連続した数字の抜き出し方は $5\times4^3=320$ 通りだから，3枚の数字が連続した数字になる確率は $\frac{320}{3276}=\boxed{\frac{80}{819}}$ フ) となる。3枚のうち2枚の数字が同じ n であり残りの1枚が別の数字であるような抜き出し方は ${}_4C_2\times{}_{24}C_1=144$ 通りで n は7通りの値を選べるから，3枚のうち2枚が同じ数字で1枚は異なる数字になる抜き出し方は $144\times7=1008$ 通り。したがって3枚のうち2枚が同じ数字で1枚は異なる数字になる確率は $\frac{1008}{3276}=\boxed{\frac{4}{13}}$ ヘ) である。

2. （1） 直線 $3x+2y=12$ の x 切片，y 切片はそれぞれ4, 6であり，直線 $x+2y=8$ の x 切片，y 切片はそれぞれ8, 4であり，直線 $3x+2y=12$ と直線 $x+2y=8$ の交点の座標は $(2, 3)$ なので，連立不等式Aの表す領域は次の図の斜線部の四角形の周および内部である。



（2） $x+y=k$ と置くと，これは y 切片が k で傾き -1 の直線となる。この直線が連立不等式を満たす領域が共有点を持つ k の最大値，最小値を求めればよい。この直線が点 $(2, 3)$ を通るとき k の値は最大となり，原点 $(0, 0)$ を通るとき k の値は最小となる。したがって $x+y$ は，$x=2$，$y=3$ のとき最大値 $\underline{5}$ をとり，$x=0$，$y=0$ のとき最小値 $\underline{0}$ をとる。

（3） $mx+y=\ell$ と置くと，これは y 切片が ℓ で傾き $-m$ の直線となる。$mx+y$ が $x=4$，$y=0$ でのみ最大値をとるので，$\ell\geqq 4m$ を満たす任意の ℓ に対して，$mx+y=\ell$ の表す直線と連立不等式を満たす領域が点 $(4, 0)$ 以外で共有点を持たなければ良い。したがって $mx+y\geqq 4m$ の表す領域と連立不等式を満たす領域が点 $(4, 0)$ 以外で共有点を持たなければ良い。$mx+y\geqq 4m$ の表す領域は点 $(4, 0)$ を通り傾き $-m$ の直線の上側（y 軸正方向側）の領域（直線を含む）だから，点 $(4, 0)$ 以外で共有点を持たないためには傾きが $-\frac{3}{2}$ より小さければ良い。

これより，m の範囲は，$\underline{m>\frac{3}{2}}$