

# 数 学〔問 題〕

(100点・90分)

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ(2つ折り2枚)あります。  
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに**解答用紙各ページ**の所定記入欄のすべてに、**受験番号と氏名**を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、**解答は必ず解答用紙の所定の場所**に答えだけではなく、**その過程も記述**しなさい。
6. 試験終了後、**提出は解答用紙のみ**とし、問題冊子は持ち帰りなさい。

1. 次の問に答えよ。

(1) 2つの平面ベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  について,  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ ,  $|4\vec{a}-3\vec{b}|=3$  とする。内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ。さらに  $\vec{a} + t\vec{b}$  の長さが最小となるような実数  $t$  を求めよ。

(2)  $a$  を実数とし, 集合  $A$ ,  $B$  を

$$A = \{x \mid |x-a| \leq 1, x \text{ は実数}\}, \quad B = \{x \mid x > 2a+3, x \text{ は実数}\}$$

で定める。  $A$  と  $B$  の共通部分が空集合であるとき,  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} \log_4 x - \log_4 y = 1 \\ \frac{x}{2^x} - \frac{y}{2^y} = 0 \end{cases}$$

2. 次の問に答えよ。

(1) 楕円  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$  上の点  $(3, -1)$  における接線の方程式を求めよ。

(2)  $i$  を虚数単位とする。複素数  $z$  が  $|z|=3+4i$  を満たしている。このとき,  $|z|$  を求めよ。さらに  $z$  を求めよ。

(3) 定積分  $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$  を求めよ。

3. 順に大きくなる3つの異なる素数  $a_1, a_2, a_3$  がこの順に等差数列をなしている。

この等差数列の公差を  $d$  とおくと、次の間に答えよ。

- (1) 上の条件を満たす  $a_1, a_2, a_3$  であって  $a_3 < 20$  となる例を一組与えよ。
- (2)  $a_1 \neq 2$  であることを示せ。
- (3)  $d$  は偶数であることを示せ。
- (4)  $d$  が3の倍数でない正の整数であるとき、 $a_1 = 3$  であることを示せ。

4. 関数  $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)^2}$  に対して、次の間に答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の定義域を求めよ。
- (2)  $f(x)$  の増減を調べて、 $y = f(x)$  のグラフを描け。ただし、グラフの凹凸は調べなくてよい。
- (3)  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = k$  がちょうど2個の共有点をもつための定数  $k$  の条件を求めよ。

(下書き用紙)