

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ(2つ折り2枚)あります。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに**解答用紙各ページ**の所定記入欄のすべてに、**受験番号と氏名**を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、**解答は必ず解答用紙の所定の場所**に答えだけではなく、**その過程も記述**しなさい。
6. 試験終了後、**提出は解答用紙のみ**とし、問題冊子は持ち帰りなさい。

1. 次の問に答えよ。

- (1) i を虚数単位とする。このとき、 $(z-i)^3 = -i$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。
- (2) 空間ベクトル $\vec{a} = (k, k+1, k)$ と $\vec{b} = (2k+2, -3, 2k+5)$ が垂直となる k の値をすべて求めよ。
- (3) 定積分 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$ を求めよ。

2. 次の問に答えよ。

- (1) 関数 $F(x) = \int_2^x te^{t^2} dt$ に対して、極限值 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x)}{x-2}$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = x^2$ と曲線 $y = (x-1)^2 + 1$ の両方に接する直線の方程式を求めよ。
- (3) 方程式 $9^x = 6^x + 2 \cdot 4^x$ を解け。

3. 点Oを中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円に内接する $\triangle ABC$ があり、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ 、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 4$ が成り立つとする。また、 $\frac{\pi}{2} < \angle BOC < \pi$ とする。このとき次の間に答えよ。

(1) $\cos \angle AOC$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(3) $0 < t < 1$ のとき、辺BCを $t : (1-t)$ に内分する点をPとする。 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ が成り立つとき、 t の値を求めよ。

4. 関数 $f(x) = (x^2 - 1)e^x$ に対して、次の間に答えよ。

(1) $f'(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べて、 $y = f(x)$ のグラフを描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$ は用いてよい。グラフの凹凸は調べなくてよい。

(3) $y = f(x)$ のグラフの $x \geq -1$ の部分と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

(下 書 き 用 紙)