環メデ都人・中０７０１Ｍ

数　　学〔問　題〕

（100点・90分）

注　意　事　項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

２．この**問題冊子は４ページ**あり，**解答用紙は４ページ**（２つ折り２枚）ありますが，４ページ目は採点の対象とならないので解答を記入してはいけません。

　試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁などに気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

３．解答用紙は２つ折りで４ページですが，切り離してはいけません。

４．試験開始後，ただちに**解答用紙の１～３ページ目**の所定記入欄に，**受験番号と氏名を記入**しなさい。

５．問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は，計算などに適宜利用してよいが，**解答は必ず解答用紙の所定の場所**に記載しなさい。

６．この時間は「数学」または「国語」の選択科目となります。メディア情報学部情報システム学科を受験する場合は必ず「数学」を選択して解答しなさい。

７．試験終了後，**提出は解答用紙のみ**とし，問題冊子は持ち帰りなさい。

1. 次の$\boxed{}$を埋めよ。ただし，**解答用紙には計算過程も示せ。**

(1) a，b を $a>b$ を満たす実数の定数とする。x についての2次不等式 $(x-a)(x-b)<x+1$ の解が $1<x<5$ であるとすると，$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) i を虚数単位とする。$\dfrac{1}{1+i}$ を計算するとその実部は $\boxed{\text{ウ}}$，虚部は $\boxed{\text{エ}}$ となる。$\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{(1+i)^3}$ を計算するとその実部は $\boxed{\text{オ}}$，虚部は $\boxed{\text{カ}}$ となる。

(3) x についての不等式 $2\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x+1}>\dfrac{27}{4}$ を解くと $\boxed{\text{キ}}$ である。

(4) 座標平面上の点 (x, y) が原点を中心とする半径1の円周上を動くとき，$x^2+2xy-3y^2$ の最大値と最小値を求めたい。$x=\cos\theta$，$y=\sin\theta$ $(0\leqq\theta<2\pi)$ とおいて，$x^2+2xy-3y^2$ を $\sin 2\theta$，$\cos 2\theta$ を用いて表すと $x^2+2xy-3y^2=\boxed{\text{ク}}$ であり，最大値は $\boxed{\text{ケ}}$，最小値は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(5) 自然数を1から6まで並べ，次の行に7から12まで並べる。この作業を続けて行い，次の表を作る。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

この表の3で始まる縦の列3，9，15，…を数列 $\{a_n\}$ とする。数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{\text{サ}}$ であり，数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は $S_n=\boxed{\text{シ}}$ である。表の1で始まる縦の列1，7，13，…を数列 $\{b_n\}$ とする。数列 $\{b_n\}$ の第2項から第11項までに現れる素数の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。数列 $\{c_n\}$ の一般項が $c_n=5^n$ で表されるとする。数列 $\{c_n\}$ の項のうち，表の5で始まる縦の列5，11，17，…に現れる数を順に取り出し新たに数列 $\{d_n\}$ を作ると，数列 $\{d_n\}$ の一般項は $d_n=\boxed{\text{セ}}$ となる。

(6) xについての多項式$P(x)$を$2x+1$で割ると余りが3となり，$(x-1)^2$で割ると余りが$10x-1$となる。このとき，$P(x)$を$x-1$で割ったときの余りは $\boxed{\text{ソ}}$ であり，$P(x)$を$(2x+1)(x-1)$で割ったときの余りは $\boxed{\text{タ}}$ であり，$P(x)$を$(2x+1)(x-1)^2$で割ったときの余りは $\boxed{\text{チ}}$ である。

(7) 4個のさいころを投げて出た目の数をそれぞれa，b，c，dとし，座標空間において中心が点(a, b, c)で半径がdの球面Qを定める。球面Qがxy平面，yz平面，zx平面のどれとも共有点を持たない確率は $\boxed{\text{ツ}}$ であり，球面Qがxy平面と共有点を持ち，交わってできる図形が半径が4以上の円である確率は $\boxed{\text{テ}}$ である。また，球面Qがxy平面，yz平面，zx平面のそれぞれと共有点を持ち，それぞれと交わってできる図形がすべて円で，かつ3つの円とも半径が最大となるとき，球面Qの方程式は $\boxed{\text{ト}}$ である。

(8) 実数tが$0 < t < 1$を満たすとする。1辺の長さが3の正六面体OABC-DEFGにおいて，辺AEを$t : 1-t$に内分する点をP，辺CGを$t : 1-t$に内分する点をQとし，3つの点O，P，Qを通る平面でこの正六面体を切る。切り口の形がひし形になるとき，tの値の範囲は $\boxed{\text{ナ}}$ であり，切り口の面積をtを使って表すと $\boxed{\text{ニ}}$ となる。切り口の形が五角形になるとき，tの値の範囲は $\boxed{\text{ヌ}}$ であり，辺EF，FG上の五角形の頂点をそれぞれ点R，Sとすると，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$は$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$を使って$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \boxed{\text{ネ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}} + \overrightarrow{\mathrm{OD}}$と表せ，辺RSの長さは$t$を使って $\boxed{\text{ノ}}$ と表せる。

2.

座標平面上で$y = x^2$の表す放物線Qを考える。点P$(1, -3)$からQに引いた2本の接線を，傾きが小さいものから順にℓ，mとする。接線ℓがQに接する接点をA，接線mがQに接する接点をBとする。このとき以下の問に答えよ。ただし，**解答用紙には計算過程も示せ。**

(1) 点A，Bの座標および接線ℓ，接線mの方程式を求めよ。

(2) 放物線Q，直線AB，接線ℓ，接線mを図示せよ。

(3) 放物線Qと直線ABで囲まれた図形の面積を求めよ。

(4) 放物線Qと2本の接線ℓ，mで囲まれた図形の面積を求めよ。

（下　書　き　用　紙）