

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ(2つ折り2枚)ありますが、4ページ目は採点の対象とならないので解答を記入してはいけません。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙の1～3ページ目の所定記入欄に、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、**解答は必ず解答用紙の所定の場所に記載しなさい。**
6. 試験終了後、**提出は解答用紙のみ**とし、問題冊子は持ち帰りなさい。

1. 次の を埋めよ。ただし、解答用紙には計算過程も示せ。

(1) 32400 を素因数分解すると ア である。32400 の正の約数の個数は イ 個である。

(2) 初項から第3項までの和が26の等比数列がある。この等比数列の第4項から第6項までの和が702であるとき、この等比数列の初項は ウ , 公比は エ である。ただし、初項および公比は実数とする。

(3) $\frac{2x^2-17}{x-5} = ax+b+\frac{c}{x-5}$ が x についての恒等式になるとき、定数 a, b, c は $a =$ オ , $b =$ カ , $c =$ キ である。 $\frac{2x-6}{x^2-16} = \frac{s}{x-4} + \frac{t}{x+4}$ が x についての恒等式になるとき、定数 s, t は $s =$ ク , $t =$ ケ である。

(4) a, b, c, d を実数の定数とし、 i を虚数単位とする。2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が $x=1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i$ であるとき、 $a =$ コ , $b =$ サ である。2次方程式 $x^2+x+5=0$ の2つの解を α, β とし、2次方程式 $x^2+cx+d=0$ の解が $x=\alpha+1, \beta+1$ であるとき、 $c =$ シ , $d =$ ス である。

(5) 定数 a, b を用いて $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$ を $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=a\sin\theta+b\cos\theta$ と表すと $a =$ セ , $b =$ ソ である。 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき $4\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)-2\sqrt{3}\cos^2\frac{\theta}{2}$ の最大値は タ , 最小値は チ となる。

(6) 関数 $y = (\log_2 x) \times \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{5}\right)$ ($1 \leq x \leq 8$) が最大または最小となるときの x を考える。定数 a, b を用いて $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{5} = a\log_2 x + b\log_2 5$ と表すと $a =$ ツ , $b =$ テ である。 $\log_2 x = t$ とおき、 y を t で表すと $y =$ ト となる。 t の範囲は ナ なので、 y が最大値をとるときの x は $x =$ ニ , y が最小値をとるときの x は $x =$ ノ である。

- (7) 2つのさいころを同時に投げ、出た目の数を掛け合わせた計算結果を漢数字で表す。このとき、計算結果の漢数字が1文字で表される確率は である。計算結果の漢数字の画数の合計が7である確率は である。計算結果の漢数字が3文字であることがわかっているとき、その画数の合計が8である確率は である。ただし、漢数字には一三四五六七八九十の字のみを用い、その画数はそれぞれ1, 2, 3, 5, 4, 4, 2, 2, 2, 2画と数えるものとする。また、2桁の数のときの十は省略しないものとする。(例：十, 十五, 二十, 三十六, など)
- (8) 正四面体 OABC において $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、線分 OA を 3:2 に内分する点を P, 線分 BC を 1:1 に内分する点を Q とする。線分 PQ を 2:1 に内分する点を R とし、 \overrightarrow{OR} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表すと、 $\overrightarrow{OR} =$ となる。また、直線 OR と平面 ABC の交点を S とし、 \overrightarrow{OS} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表すと、 $\overrightarrow{OS} =$ となる。さらに $\cos \angle AOQ$ は である。

2. 関数 $f(x) = \int_1^x (3t^2 + 2t - 1) dt$ について以下の問に答えよ。ただし、**解答用紙**

には**計算過程も示せ**。

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値, 極小値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ を図示せよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x - 1$ で囲まれた2つの領域の面積の和を求めよ。
- (4) 関数 $f(x)$ が極大値をとるときの x の値を a とし、点 A を $(a, f(a))$ とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x - 1$ の交点を、 x 座標が小さいものから順に B, C, D とする。このとき $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(下書き用紙)