

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ(2つ折り2枚)ありますが、4ページ目は採点の対象とならないので解答を記入してはいけません。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙の1～3ページ目の所定記入欄に、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、**解答は必ず解答用紙の所定の場所に記載しなさい。**
6. 試験終了後、**提出は解答用紙のみ**とし、問題冊子は持ち帰りなさい。

1. 次の を埋めよ。ただし、解答用紙には計算過程も示せ。

(1) t を実数の定数とする。方程式 $x^2 + 6x + (t+1)(t-3) = 0$ が2つの異なる負の実数解をもつときの t の値の範囲は ア である。

(2) i を虚数単位とする。 $(1 - \sqrt{7}i)^2$ を計算するとその実部は イ 、虚部は ウ となる。 $\frac{1 + \sqrt{7}i}{1 - \sqrt{7}i}$ を計算するとその実部は エ 、虚部は オ となる。

a, b を実数の定数とする。 x についての方程式 $ax^2 + x + b = 0$ が $1 + \sqrt{7}i$ および $1 - \sqrt{7}i$ を解にもつとき $a =$ カ 、 $b =$ キ である。

(3) 2次方程式 $x^2 - (\log_2 2025)x + \frac{\log_2 6561}{\log_3 2} = 0$ の解は $x =$ ク である。

(4) r と θ をそれぞれ $r > 0$, $0 \leq \theta < \frac{2}{3}\pi$ を満たす実数とし、点 A_n の座標を $(\cos \frac{2}{3}n\pi, \sin \frac{2}{3}n\pi)$ 、点 B_n の座標を $(r \cos(\frac{2}{3}n\pi + \theta), r \sin(\frac{2}{3}n\pi + \theta))$ と定めて、これらの点を $A_0, B_0, A_1, B_1, A_2, B_2, A_0$ の順に結ぶ。ただし点と点の間は線分で結び、また2点が同一の点である場合は何もしない。このときに行なわれる図形が三角形になるのは $r = 1$ では $\theta =$ ケ のときであり、 $\theta = \frac{1}{3}\pi$ では $r =$ コ のときである。

(5) $\{a_n\}$ を初項 a 、公差 d の等差数列とする。 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を a, d, n で表すと $S_n =$ サ である。 $S_{21} = 882$, $S_{20} = 800$ とすると、 a_{21} の値は $a_{21} =$ シ となり、また a, d は $a =$ ス 、 $d =$ セ である。

(6) 正六角形 ABCDEF において、直線 CE と直線 AD の交点を G とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ とすると、 \overrightarrow{AG} は \vec{a}, \vec{b} を用いて $\overrightarrow{AG} =$ ソ と表すことができる。正六角形の1辺の長さを2とするとき、 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE} =$ タ であり、 $\triangle ACG$ の面積は チ である。

- (7) 自然数 a, b に関する3つの条件, 条件 p :「 $a + b + 1$ は奇数」, 条件 q :「 $a \times b$ は奇数」, 条件 r :「 a と b はともに奇数」を考える。次の空欄 ~ に適するものを(A)「必要条件であるが十分条件ではない」, (B)「十分条件であるが必要条件ではない」, (C)「必要十分条件である」, (D)「必要条件でも十分条件でもない」から選び, それぞれ(A)~(D)で答えよ。

p は r であるための 。 \bar{p} は q であるための 。 \bar{q} は「 p かつ \bar{r} 」であるための 。

- (8) 当たりくじ1本を含む3本のくじから1本のくじを引き, 当たりくじかどうかを確認して, くじを戻す。これを3回繰り返し行う。3回連続で当たりくじを引く確率は である。3回中に1回以上当たりくじを引く確率は である。3回目に初めて当たりくじを引く確率は である。

2. 関数 $f(x)$ を $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x$ とし, $y = f(x)$ の表す曲線を P とする。このとき以下の間に答えよ。ただし, 解答用紙には計算過程も示せ。

- (1) 曲線 P を y 軸に関して対称移動して得られる曲線 Q の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 P 上の点 $(x, f(x))$ における曲線 P の接線の傾きが正になる x の範囲を求めよ。
- (3) 曲線 P と x 軸で囲まれた図形のうち, $y \leq 0$ の部分の面積を求めよ。
- (4) 曲線 P と x 軸で囲まれた図形の周および内部を動く点 R の座標を (α, β) とする。 $\alpha + \beta$ の最大値と $\beta - \alpha$ の最小値を求めよ。

(下書き用紙)