

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ(2つ折り2枚)ありますが、4ページ目は採点の対象とならないので解答を記入してはいけません。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙の1～3ページ目の所定記入欄に、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、**解答は必ず解答用紙の所定の場所に記載しなさい。**
6. 試験終了後、**提出は解答用紙のみ**とし、問題冊子は持ち帰りなさい。

1. 次の を埋めよ。ただし、解答用紙には計算過程も示せ。

(1) 2進法で表された数 $1100001_{(2)}$ を10進法で表すと ア である。2進法で表された数 $110100_{(2)}$ を8進法で表すと イ である。10進法で表された数99を2進法で表すと ウ である。

(2) $y = \log_2 x$ のグラフ上を動く点Pの x 座標を α とする。点Pを通り直線 $y = x$ と垂直に交わる直線の方程式は、 α を使って $y =$ エ と表せる。また、点Pと直線 $y = x$ との距離は、 α を使って オ と表せる。

(3) a を実数の定数とし、3次関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + a^2 - 4a$ を考える。 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は $f'(x) =$ カ である。関数 $f(x)$ の極大値、極小値を定数 a を用いて表すと、極大値は キ , 極小値は ク となる。3次方程式 $f(x) = 0$ がただ1個の実数解をもつ定数 a の範囲は ケ である。

(4) $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする。 $\sin \frac{\theta - \frac{\pi}{3}}{2}$ の最大値は コ , 最小値は サ である。

$2\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ を満たす θ をすべて挙げると $\theta =$ シ である。

$\sin\left(\theta - \frac{1}{2}\pi\right) = \sqrt{3} \cos\left(\theta - \frac{1}{2}\pi\right)$ を満たす θ をすべて挙げると $\theta =$ ス である。

(5) a を実数の定数とする。 $0 < x < 3$ が $ax^2 + 2x > 0$ であるための必要条件となる a の範囲は セ , 十分条件となる a の範囲は ソ であり、必要十分条件となるのは a が タ を満たすときである。

(6) 初項が10、公差が2の等差数列 $\{a_n\}$ と、初項が52、公差が-6の等差数列 $\{b_n\}$ を考える。それぞれの数列の一般項は $a_n =$ チ , $b_n =$ ツ である。 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とおき、 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とおく。 T_n が負になる最小の n は $n =$ テ である。 $S_n + T_n$ が負になる最小の n は $n =$ ト である。 $S_n + T_n$ の最大値は ナ である。

- (7) 平面上のベクトル \vec{a} , \vec{b} が $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ を満たすとする。
 \vec{a} , \vec{b} のなす角を θ (ただし $0 \leq \theta \leq \pi$) とする。このとき, $\theta = \boxed{\text{ニ}}$ であり,
 $|\vec{a} - \vec{b}| = \boxed{\text{ヌ}}$ である。 \vec{a} , \vec{b} の成分表示が正の実数 s , t , u を用いて
 $\vec{a} = (s, 0)$, $\vec{b} = (-t, u)$ となるとき, $s = \boxed{\text{ネ}}$, $t = \boxed{\text{ノ}}$, $u = \boxed{\text{ハ}}$ である。
- (8) 3 ~ 9 の数字の書かれたハート, スペード, クラブ, ダイアのマークのトランプ計 28 枚から同時に 3 枚を抜き出す。3 枚とも同じマークになる確率は $\boxed{\text{ヒ}}$ である。3 枚の数字が, $\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline 4|5 \\ \hline \end{array}$ や $\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline 5|7 \\ \hline \end{array}$ のように連続した数字となる確率は $\boxed{\text{フ}}$ である。3 枚のうち 2 枚だけが同じ数字で 1 枚は異なる数字になる確率は $\boxed{\text{ヘ}}$ である。

2. x , y に関する 4 つの不等式 $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 2y \leq 12$, $x + 2y \leq 8$ からなる連立不等式を A とする。ただし, **解答用紙には計算過程も示せ**。

- (1) 座標平面上で連立不等式 A の表す領域を図示せよ。
- (2) x , y が連立不等式 A を満たすとき, $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。
- (3) m を実数の定数とする。 x , y が連立不等式 A を満たすときの $mx + y$ の値が, $x = 4$, $y = 0$ のときのみ最大となるような m の範囲を求めよ。

(下書き用紙)