

一般選抜〈後期 2 教科型〉

解説

傾向

数列、積分、確率、2 次方程式の解、対数関数、空間ベクトル、点と直線、関数のグラフ、体積が出題された。いずれも基本的な理解と計算力を問う標準的な問題である。

対策

教科書の基本事項を確実に理解し、使いこなせる能力を身につけておくことが必要である。指数関数、対数関数、三角関数及び分数関数の性質を正しく理解するとともに、それらの関数の微分や積分、特に合成関数の微分、置換積分・部分積分の計算を正しくできるように十分練習するこ

と、またそれらの関数のグラフを描く練習をすることが重要である。また、いろいろな数列やその和の計算ができるようにすること。また、平面上のベクトル、曲線および複素数平面に関する問題では、単に式の計算だけでなく、図示して幾何的に考察することが有効である。問われている内容を理解して、見通しを立てる習慣を身につけておくことも必要である。出題されるほとんどの問題の難易度は、通常の教科書の基本問題や発展問題の水準であるので、教科書の例題や巻末問題を十分復習し、解答に際して、自分の考えを論理的に記述する能力を身につけることが重要である。

解答

理工学部：全学科
建築都市デザイン学部：全学科
情報工学部：全学科

[令和 8 年 3 月 4 日(水)実施]

- ア. 3 イ. 0 ウ. 3 エ. 0
 - オ. - カ. 1 キ. - ク. 2 ケ. 3
 - コ. 1 サ. 2 シ. 0
 - ス. 1 セ. 7
 - ソ. 7
 - タ. - チ. 4 ツ. 3
 - テ. 2 ト. 6 ナ. 4
- $100 \leq 5n - 1 < 200$ となる n は $21 \leq n \leq 40$ である。
 $\sum_{n=1}^k (5n-1) = \frac{5k(k+1)}{2} - k = \frac{k(5k+3)}{2}$ であるか
 ら、 $\sum_{n=21}^{40} (5n-1) = \sum_{n=1}^{40} (5n-1) - \sum_{n=1}^{20} (5n-1)$
 $= \frac{40(5 \cdot 40 + 3)}{2} - \frac{20(5 \cdot 20 + 3)}{2} = 3030$ 。
 - $\int_a^{a+1} (3x^2 + 2x) dx = [x^3 + x^2]_a^{a+1}$
 $= (a+1)^3 + (a+1)^2 - a^3 - a^2 = 3a^2 + 5a + 2$
 $= (3a+2)(a+1)$ を得る。したがって
 $a < -1, \frac{-2}{3} < a$ 。
 - 両端の大人 2 人の並び方は $7 \cdot 6$ 通り、残りに子供 3 人が連続する並び方は $6 \cdot 3!$ 通り、残りの大人 5 人の並び方は $5!$ 通りだから
 $\frac{7 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3! \cdot 5!}{10!} = \frac{1}{20}$ 。

- $-x^2 + 3x + 1 - (ax + 2) = -x^2 + (3-a)x - 1$ の判別式は $(a-1)(a-5)$,
 $x^2 + 5x + 3 - (ax + 2) = x^2 + (5-a)x + 1$ の判別式は $(a-3)(a-7)$ である。したがって $y = ax + 2$ がグラフ $y = -x^2 + 3x + 1$ と共有点を持つためには $a \leq 1, 5 \leq a$, $y = ax + 2$ がグラフ $y = x^2 + 5x + 3$ と共有点を持つためには $a \leq 3, 7 \leq a$ となる。したがって $a \leq 1$ または $7 \leq a$ 。
 - $\log_{\sqrt{2}}(x-3) - \log_2(x+1) = \log_2 \frac{(x-3)^2}{x+1} = 1$ より
 $\frac{(x-3)^2}{x+1} = 2$, したがって $(x-1)(x-7) = 0$ を得る。 $x-3 > 0, x+1 > 0$ より $x=7$ 。
 - $(\vec{a} + t\vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} + t|\vec{b}|^2 = 4 + 3t = 0$ より
 $t = \frac{-4}{3}$ 。
 - $(4, 4)$ を通り、直線 $y = 3x + 2$ に垂直な直線は
 $y - 4 = \frac{-1}{3}(x - 4)$ であり、整理すると
 $y = \frac{-1}{3}x + \frac{16}{3}$ となる。 $y = 3x + 2$ と
 $y = \frac{-1}{3}x + \frac{16}{3}$ の交点は $(1, 5)$ である。
 $(4, 4) = (1, 5) + 3\left(1, \frac{-1}{3}\right)$ であるから、
 直線 $y = 3x + 2$ に関して $(4, 4)$ と対称な点は
 $(1, 5) - 3\left(1, \frac{-1}{3}\right) = (-2, 6)$ である。したがって、
 直線 $y = 3x + 2$ に関して、円 $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 4$
 と対称な円の方程式は $(x+2)^2 + (y-6)^2 = 4$ 。

2. (1) $f'(x) = 2ae^{ax} \sin(ax)$ 。

(2) (1)で $a=2$ の結果を用いると

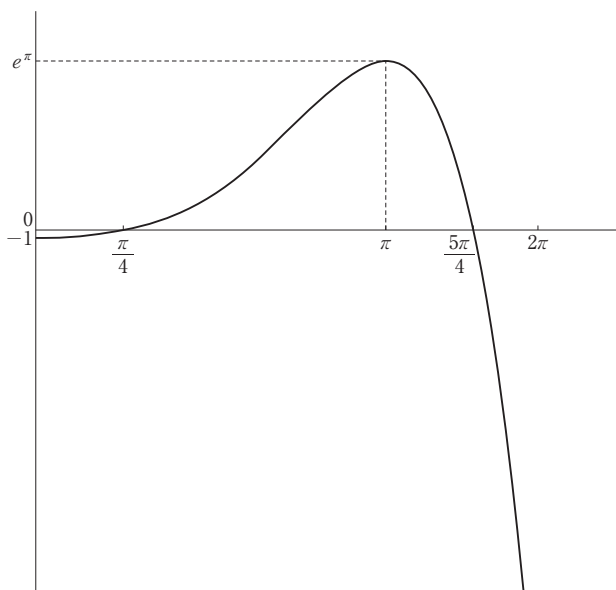
$$\int e^{2x} \sin 2x dx = \frac{1}{4} e^{2x} (\sin 2x - \cos 2x) + C,$$

C は積分定数。

(3) $f'(x) = 2e^x \sin x = 0$ となる x ($0 < x < 2\pi$) は $x = \pi$ である。増減表は

x	$\cdots$	π	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	e^π	$\searrow$

で、グラフは



(4) $f(x) = \sqrt{2} e^x \left(\sin x \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos x \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)$
 $= \sqrt{2} e^x \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ となるから、 $0 \leq x \leq 2\pi$ において $f(x) = 0$ となる x は $x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ である。(2)

の結果を用いて体積は $\pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (e^x (\sin x - \cos x))^2 dx$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{2x} (1 - 2 \sin x \cos x) dx$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{2x} (1 - \sin 2x) dx$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{2x} dx - \pi \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} e^{2x} \sin 2x dx$$

$$= \pi \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} - \frac{\pi}{4} [e^{2x} (\sin 2x - \cos 2x)]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}}$$

$$= \pi \frac{e^{\frac{5}{2}\pi} - e^{\frac{\pi}{2}}}{4}.$$