

一般選抜〈前期 3 教科型〉／一般選抜〈前期 2 教科型〉

解説

傾向

整数、数列、多項式、分数式、恒等式、複素数、三角関数、指数関数、対数関数、確率、ベクトル、微分、積分、2次方程式、命題と条件など、数学Ⅰ、Ⅱ、A、B（数列）、C（ベクトル）の範囲からまんべんなく出題された。大半は標準的な解法で解くことができる問題である。それぞれの分野における基本事項を確実に押さえた上で、標準的な問題をスムーズに解けるような実力を養っておくことが肝要である。

対策

1. では幅広い分野から小問が出題された。整数や命題と条件、ベクトルなどを含め、苦手な分野を作らないよう、普段から意識して取り組む必要がある。解法が比較的に見出

しやすい問題でも、符号や不等号の向きなどを含め計算ミスによるうっかりした失点をしないよう特に気をつけた。特に、2次方程式や2次不等式のような基本的な事項で、解の公式、因数分解、解と係数の関係解放など複数の道具から適切なものを取捨選択することが大事である。指数関数や対数関数、三角関数の問題では、各関数の性質を正しく使い、式変形を誤らないことが重要である。確率の問題では同じ種類の球やカードの扱いを間違えないようにしたい。

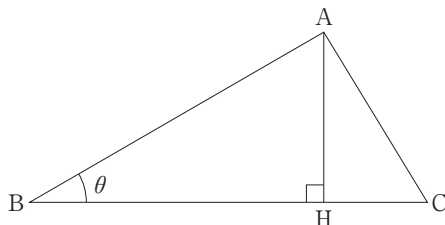
2. では微分積分、領域と最大最小、グラフの対象移動などの問題が出題された。グラフの問題では軸や交点を意識し、グラフの概形を正しく理解した上で、式の扱いや直線の傾きなどを間違えないよう注意したい。

解答

環境学部：全学科 メディア情報学部：全学科
デザイン・データ科学部：デザイン・データ科学科
都市生活学部：都市生活学科
人間科学部：人間科学科

[令和8年2月1日(日)実施]

1. (1) $\triangle ABC$ と垂線 AH を図示すると以下の図になる。



直角三角形 ABC の三角比から、 $\sin \theta = \frac{AC}{BC}$

$\cos \theta = \frac{AB}{BC}$ なので $BC = a$ なので、

$AC = a \sin \theta$ である。

直角三角形 ABH の三角比から、 $\sin \theta = \frac{AH}{AB}$ なの

で、 $AH = AB \sin \theta = a \sin \theta \cos \theta$ である。

直角三角形 ACH の三角比から、 $\sin \theta = \frac{CH}{AC}$ なの

で、 $CH = AC \sin \theta = a \sin^2 \theta$ である。

$BC = a = 2$ 、 $\angle B = \theta = \frac{\pi}{6}$ のとき、

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = |CA| |CB| \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= a \cdot \sin \frac{\pi}{6} \cdot a \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 1$$

$$(2) \quad 1111_{(2)} \text{ は、 } 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$$

$$1111_{(3)} \text{ は、 } 1 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 1 \times 3^0 = 27 + 9 + 3 + 1 = 40$$

$1111_{(2)}$ と $1111_{(3)}$ の和は、 $15 + 40 = 55$ であり、

$$55 = 2 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = 210_{(5)}$$

$$(3) \quad P(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 225 \text{ とすると、}$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - (5 \times 5 \times 3 \times 3) = 0 \text{ であることを参考にして、}$$

$$P(3) = 0 \text{ なので、 } P(x) \text{ は、 } (x-3) \text{ で割り切れ、}$$

$$\text{因数分解すると、}$$

$$P(x) = (x-3)(x^3 + 7x^2 + 25x + 75) \text{ である。}$$

$$Q(x) = x^3 + 7x^2 + 25x + 75 \text{ とすると } Q(-5) = 0 \text{ なので、}$$

$$Q(x) = (x+5)(x^2 + 2x + 15) \text{ となる。}$$

$$x^2 + 2x + 15 = 0 \text{ に実数解はないので、解の公式から解を求める。}$$

$P(x) = (x-3)(x+5)(x^2+2x+15) = 0$ から、
解は、 $\boxed{3, -5, -1 \pm \sqrt{14}i}$ ^ク

- (4) $\log_4(4-x) + \log_2(x+1) = 1$ の底をそろえ、
 $\frac{\log_2(4-x)}{\log_2 4} + \log_2(x+1) = 1$ になる。
 $\frac{1}{2} \log_2(4-x) + \log_2(x+1) = 1$ となるため、
 $\log_2(4-x) + 2\log_2(x+1) = 2$ となり、
 $\log_2(4-x)(x+1)^2 = 2$ である。よって、
 $(4-x) \times (x+1)^2 = 4$ を解くと、
 $x(x^2-2x-7) = 0$ の解であるが、対数の真数は正
 の数なので、 $\boxed{x=0, 1+2\sqrt{2}}$ ^ケ

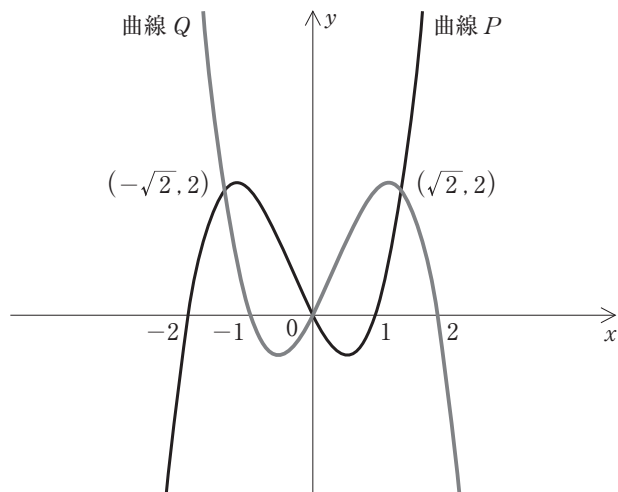
- (5) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 3 \times 0 + 0 \times 4 + 3 \times 2 = 6$ であり、
 $|\vec{OA}| = 3\sqrt{2}$, $|\vec{OB}| = 2\sqrt{5}$,
 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = |\vec{OA}| |\vec{OB}| \cos \theta$ より、
 $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ^コ
 さらに、 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$ より、
 $\vec{OH} = \vec{OA} + t(\vec{OB} - \vec{OA})$ なので、
 $\boxed{(-3t+3, 4t, -t+3)}$ ^カ となる。
 $\vec{AB} = (-3, 4, -1)$ であり、 $\vec{OH}$ と $\vec{AB}$ が直角に交
 わるため内積が 0 であるので、 $t = \frac{6}{13}$ ^キ になり
 H の座標は、 $\left(\frac{21}{13}, \frac{24}{13}, \frac{33}{13}\right)$ ^ク である。

- (6) すべての球の重さの合計は、18 g であるので、つ
 り合うためには、天秤に 9 g ずつのせる必要がある。
 2 個の球で合計 9 g になるのは、天秤の左に
 (④ g, ⑤ g) の球を選んだ場合であり、組合せ総
 数は 1 である。6 個の球から 2 個を選ぶ組合せの
 総数は、 ${}_6C_2 = 15$ なので、左に 2 個、右に 4 個を
 のせてつり合う確率は、 $\frac{1}{15}$ ^セ である。天秤に、
 3 個ずつの球をのせてつり合うためには、(① g,
 ③ g, ⑤ g), または、(② g, ③ g, ④ g) の組み
 合わせで選ぶ必要があるので、組合せの総数は 2
 であるが、3 g の球は 2 つあるので、それぞれの
 組合せが実現できる組合せは 2 倍になる。6 個の
 球から 3 個選ぶ組合せの総数は、 ${}_6C_3 = 20$ なので、
 左に 3 個、右に 3 個をのせてつり合う確率は、
 $2 \text{ 通り} \times 2 \text{ 倍} \div 20$ なので、 $\frac{1}{5}$ ^ソ である。左右の
 天秤に 2 個ずつのせてつり合うための組合せは、
 $[(①, ④)(②, ③)]^*$, $[(①, ⑤)(③, ③)]$,
 $[(①, ⑤)(②, ④)]$, $[(②, ④)(③, ③)]$,
 $[(②, ⑤)(③, ④)]^*$ であるが、3 g の球が 1 つだけ
 使われた場合(*のマークがある場合)、発生する
 組合せは 2 倍になるので、左右の天秤に 2 個ずつ
 のせてつり合うための組合せの合計は 7 である。
 また、左右が反転した場合もあるので、さらに、

全体が 2 倍の組合せの数になり、14 とおりに
 なる。天秤の左に 2 個選ぶ組合せの総数は、 ${}_6C_2 =$
 15 であり、その後、天秤の右に 2 個選ぶ組合せの
 総数は、 ${}_4C_2 = 6$ である。よって、 $14 \div (15 \times 6)$ な
 ので、 $\frac{7}{45}$ ^タ である。

- (7) 1, 11, 21, ... の初項は、 $\boxed{1}$ ^チ であり、公差は、
 $\boxed{10}$ ^ツ である。
 数列 $\{a_n\}$ における 333 は、 $a_{3k+3} = 10k+3$ の数列
 にあるので、 $k=33$ である。 $k=0$ から $k=33$ ま
 で、 $a_{3k+1} = 10k+1$, $a_{3k+2} = 10k+2$, $a_{3k+3} = 10k+3$
 の 3 つの数列における和のすべてを足せばよいの
 で、 $a_{3k+1} = 10k+1$ における $k=0$ から $k=33$ ま
 での初項 1, 末項 331, 項数 34 の和(5644) と、
 $a_{3k+2} = 10k+2$ における $k=0$ から $k=33$ までの
 初項 2, 末項 332, 項数 34 の和(5678) と、 $a_{3k+3} =$
 $10k+3$ における $k=0$ から $k=33$ までの初項 3,
 末項 333, 項数 34 の和(5712) の 3 つを合計する
 と、 $\boxed{17034}$ ^テ である。
- (8) $x \leq 0$ の時、 $f(x) < g(x)$ つまり、 $x^2 < x$ は成立し
 ない。よって、命題「 $x < 5 \Rightarrow f(x) < g(x)$ 」は、
 $\boxed{\text{偽}}$ ^ト である。 $f(x) < g(x)$ つまり、 $x^2 < x$ が成り
 立つのは、 $0 < x < 1$ なので、これは、 $x < 5$ に含
 まれている。よって、命題「 $f(x) < g(x) \Rightarrow x < 5$ 」
 は、 $\boxed{\text{真}}$ ^ナ である。 $x < 5$ のとき、 p がすべて成り
 立つためには、 $f(x) \geq g(x)$ つまり、 $x^2 \geq x$ の解で、
 $x < 5$ のときに成り立っていない、 $0 < x < 1$ を、
 $k \leq x \leq k+2$ で成立させないといけない。 $x < 1$ を
 実現するためには、 $-1 \leq k$ の必要があり、 $0 < x$
 を実現するためには、 $k \leq 0$ である必要があるので、
 $\boxed{-1 \leq k \leq 0}$ ^ニ である。

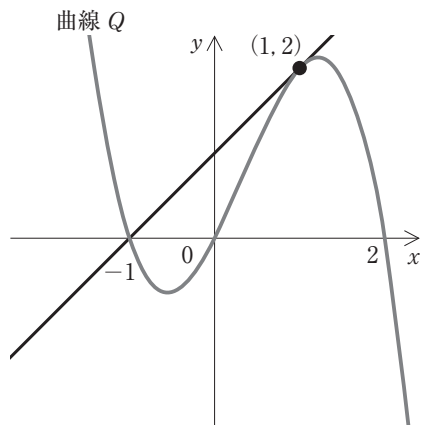
2. (1) 曲線 P の式の x に、 $-x$ を代入することで、曲線
 Q は $y = -x^3 + x^2 + 2x$ が得られる。
- (2) $x^3 + x^2 - 2x = -x^3 + x^2 + 2x$ を変形すると、
 $2x^3 - 4x = 0$ になる。
 $x(x^2 - 2) = x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$ なので、 $x = 0,$
 $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$ のときに、交点があり、
 $(-\sqrt{2}, 2)(0, 0)(\sqrt{2}, 2)$ の 3 つが交点である。
 P と Q と 3 つの交点を図示すると、以下の図にな
 る。



- (3) 曲線 Q と $y = x + k$ の共有点では、 $-x^3 + x^2 + 2x = x + k$ が成立するので、これを变形すると、 $-x^3 + x^2 + x = k$ になる。この方程式が異なる 2 つ以上の実数解をもつためには、3 次関数 $y = -x^3 + x^2 + x$ と、直線 $y = k$ の共有点が 2 個以上になればよい。 $y = -x^3 + x^2 + x$ を微分すると、 $y' = -3x^2 + 2x + 1 = (-x + 1)(3x + 1)$ であり、 $y' = 0$ になるのは、 $x = -\frac{1}{3}$ 、 1 である。 $x = -\frac{1}{3}$ のとき $k = -\frac{5}{27}$ であり、 $x = 1$ のとき $k = 1$ である。

よって、 $k_{\max} = 1$ 、 $k_{\min} = -\frac{5}{27}$

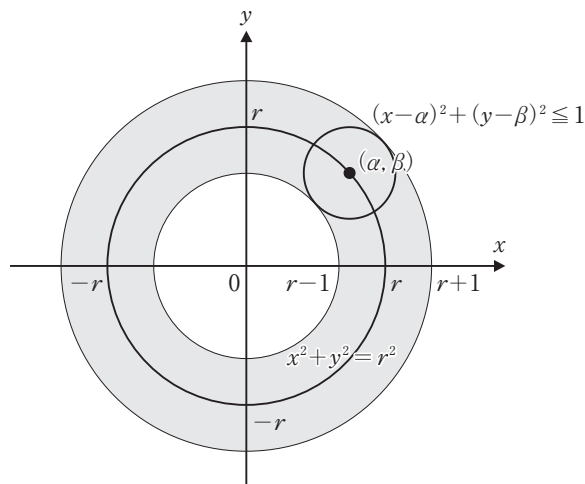
- (4) $k_{\max} = 1$ なので、曲線 Q と $y = x + 1$ の 2 つの共有点の x 座標は、 $x = -1$ と $x = 1$ である。曲線 Q と $y = x + 1$ で囲まれた面積の部分においては、 $y = x + 1$ の方が曲線 Q より上にあるので、 $\int_{-1}^1 \{(x+1) - (-x^3 + x^2 + 2x)\} dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^1 = \frac{4}{3}$ であり、面積は、 $\frac{4}{3}$ である。



[令和 8 年 2 月 2 日(月)実施]

1. (1) $a^2 = (2-2i)^2 = 4-8i+4i^2 = -8i$
 $\therefore$ 実部は $\boxed{0}^{ア)}$ 虚部は $\boxed{-8}^{イ)}$
 $a^3 = -8i(2-2i) = -16i+16i^2 = -16-16i$
 $\therefore$ 実部は $\boxed{-16}^{ウ)}$ 虚部は $\boxed{-16}^{エ)}$
 $b = \frac{1}{2-2i} = \frac{2+2i}{(2-2i)(2+2i)} = \frac{2+2i}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$
 $\therefore$ 実部は $\boxed{\frac{1}{4}}^{オ)}$ 虚部は $\boxed{\frac{1}{4}}^{カ)}$
 $b^2 = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i\right)^2 = \frac{1+2i+i^2}{16} = \frac{1}{8}i$
 $\therefore$ 実部は $\boxed{0}^{キ)}$ 虚部は $\boxed{\frac{1}{8}}^{ク)}$
- (2) $104 = 1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 \therefore \boxed{150}_{(8)}^{ケ)}$
 $12001_{(3)} = 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$
 $\therefore 136$
 $136_{(4)} = 2 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0$
 $\therefore \boxed{2020}_{(4)}^{コ)}$
 $B = 11$, $E = 14$ より $BE_{(16)} = 11 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = \boxed{190}^{サ)}$
- (3) 剰余の定理より、 $P(x)$ を $x-2$ で割った余りは $P(2)$ であるから
 $P(2) = 2^4 + 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = \boxed{17}^{シ)}$
 $P(x)$ を $x^2 - 2x$ で割ったときの商を $Q(x)$ 、余りを $ax + b$ とおくと、 $P(x) = x(x-2)Q(x) + ax + b$ (a , b は定数)
与えられた条件より、 $P(0) = b = 5$,
 $P(2) = 2a + b = 2a + 5 = 17$
 $\therefore a = 6$ よって余りは $\boxed{6x+5}^{セ)}$
 $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 5$
 $= x(x-2)Q(x) + 6x + 5$
 $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x = x(x-2)Q(x)$
これを計算すると商 $Q(x) = \boxed{x^2 + 4x + 5}^{ソ)}$

- (4) 問題の図形の面積 S_r は、下図の色付き部分である。



$$S_r = \pi(r+1)^2 - \pi(r-1)^2 = \boxed{4\pi r} \text{ (ソ)}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n S_{2k} &= S_2 + S_4 + S_6 \cdots + S_{2n} \\ &= 4\pi \cdot 2 + 4\pi \cdot 4 + 4\pi \cdot 6 \cdots + 4\pi \cdot 2n \\ &= \sum_{k=1}^n 8\pi k = 8\pi \cdot \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \boxed{4\pi n(n+1)} \text{ (タ)}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n S_{2k-1} &= S_1 + S_3 + S_5 \cdots + S_{2n-1} \\ &= 4\pi \cdot 1 + 4\pi \cdot 3 + 4\pi \cdot 5 \cdots + 4\pi \cdot 2n-1 \\ &= 8\pi \sum_{k=1}^n k - 4\pi \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 8\pi \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 4\pi n = \boxed{4\pi n^2} \text{ (チ)}$$

(5) $f_n(x) = \log_2 n x$ より,

$$f_1\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2 1 \cdot \frac{1}{2} = \log_2 1 \cdot 2^{-1} = \boxed{-1} \text{ (ツ)}$$

$$f_2(2) = \log_2 2 \cdot 2 = \log_2 4 = \frac{\log_2 2}{\log_2 4} = \boxed{\frac{1}{2}} \text{ (テ)}$$

$$\begin{aligned} |f_n(x) - f_{n+1}(x)| &= |\log_2 n x - \log_2 (n+1)x| \\ &= \left| \frac{\log_2 x}{\log_2 2^n} - \frac{\log_2 x}{\log_2 2^{n+1}} \right| \\ &= \left| \frac{1}{n} \log_2 x - \frac{1}{n+1} \log_2 x \right| \\ &= \left| \frac{1}{n(n+1)} \log_2 x \right| = 1 \end{aligned}$$

したがって $|\log_2 x| = n(n+1)$ となる。

$$\therefore x = \boxed{2^{\pm n(n+1)}} \text{ (ト)}$$

(6) $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (1, 2)$, $\vec{x} = (s, t)$ とおく (s と t は実数)。 $\vec{x} - \vec{a} = (s-2, t-1)$ となり, $\vec{x} - \vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行であるため $\vec{x} - \vec{a} = \mu \vec{b}$ とおく (μ は実数)。

$$\therefore (s-2, t-1) = \mu(1, 2)$$

これを解くと $t = 2s - 3 \cdots \text{①}$

$$\begin{aligned} |\vec{x} - \vec{a}| = 3 &\Leftrightarrow |\vec{x} - \vec{a}|^2 = 9 \Leftrightarrow (s-2)^2 + (t-1)^2 = 9 \\ &= (s-2)^2 + (2s-4)^2 = 9 \end{aligned}$$

$$\text{これと①より } s = \frac{10 \pm 3\sqrt{5}}{5}$$

よって $\vec{x} = (s, t) =$

$$\left(\frac{10+3\sqrt{5}}{5}, \frac{5+6\sqrt{5}}{5} \right), \left(\frac{10-3\sqrt{5}}{5}, \frac{5-6\sqrt{5}}{5} \right) \text{ (ナ)}$$

(7) 右へ1区画進むことを a, 上へ1区画進むことを b で表すと, 求める道順は7個の a と4個の b をおく11個の場所から, b をおく4個を選ぶ方法となる。

$$\text{よって, } {}_{11}C_4 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \boxed{330(\text{通り})} \text{ (ニ)}$$

P を通るとき A から P が ${}_4C_2$ 通り, P から B が ${}_7C_2$ 通りあるので ${}_4C_2 \times {}_7C_2 = \boxed{126(\text{通り})} \text{ (ス)}$

P を通るとき A から P が ${}_4C_2$ 通り, P から Q が ${}_4C_1$, Q から B が ${}_3C_1$ 通りあるので

$${}_4C_2 \times {}_4C_1 \times {}_3C_1 = \boxed{72(\text{通り})} \text{ (セ)}$$

S の左の交点を S1, 右の交点を S2 とおく。ここで, S を通る経路 (A → S1 → S2 → B) を考えると, ${}_5C_2 \times 1 \times {}_5C_2 = 100(\text{通り})$ となるため, S を通らな

い道順は $330 - 100 = \boxed{230(\text{通り})} \text{ (ソ)}$ となる。

(8) 数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ は $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{8}{5}, \frac{16}{5}, \dots$ となりこれは, 初項 $\frac{2}{5}$, 公比 2 の等比数列である。

$$\text{よって } b_n = \frac{2}{5} \cdot 2^{n-1} = \boxed{\frac{2^n}{5}} \text{ (ハ)}$$

これより数列 $\{a_n\}$ は $n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2^k}{5} = \boxed{\frac{2^n - 3}{5}} \text{ (ヒ)}$$

これは $n=1$ でも成り立つ。

$c_1 = 3$ と漸化式より, すべての n について $c_n \neq 0$ よって, 与えられた漸化式の両辺の逆数をとると

$$\frac{1}{c_{n+1}} = \frac{2 - c_n}{c_n} = \frac{2}{c_n} - 1$$

$$\frac{1}{c_n} = d_n \text{ とおくと } d_{n+1} = 2d_n - 1 \cdots \text{①}$$

①は $d_{n+1} - 1 = 2(d_n - 1)$ と変形でき,

数列 $\{d_n - 1\}$ は公比 2 の等比数列で初項 $d_1 - 1 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$

$$\text{ゆえに } d_n - 1 = -\frac{2}{3} \cdot 2^{n-1} = -\frac{2^n}{3}$$

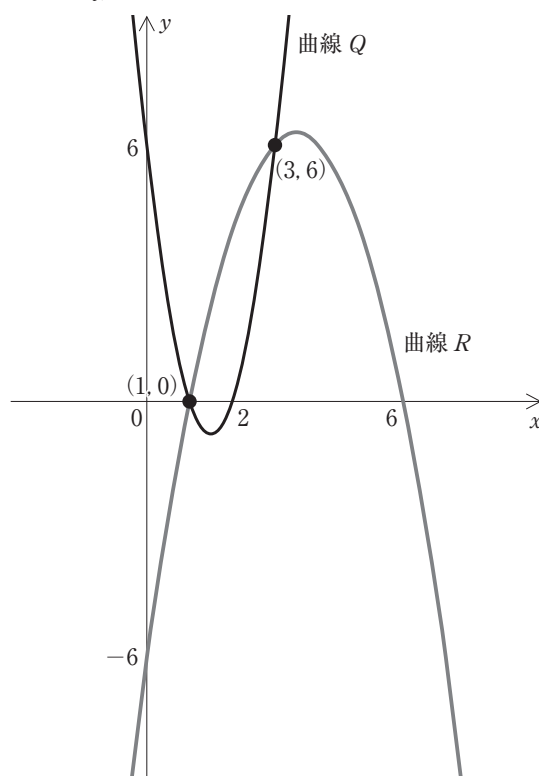
$$\therefore d_n = 1 - \frac{2^n}{3}$$

$$c_n = \frac{1}{d_n} = \boxed{\frac{3}{3 - 2^n}} \text{ (フ)}$$

2. (1) $f(x) = g(x)$ より $3x^2 - 9x + 6 = -x^2 + 7x - 6$

整理すると $x^2 - 4x + 3 = 0$ となり, これを解くと交点の座標 $(x, y) = \underline{(1, 0), (3, 6)}$

(2) 曲線 Q, R を以下の図に示す。



- (3) 曲線 Q , R に囲まれた図形の面積を S とおくと

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 \{(-x^2+7x-6) - (3x^2-9x+6)\} dx \\ &= \int_1^3 (-4x^2+16x-12) dx \\ &= -4 \int_1^3 (x^2-4x+3) dx \\ &= -4 \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right]_1^3 = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

- (4) 曲線 Q , R の中点 P の座標を (X, Y) とおくと

$$X = t, \quad Y = \frac{f(t)+g(t)}{2} = \frac{2t^2-2t}{2} = t^2-t \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{より } Y = X^2 - X$$

$$\text{したがって } h(x) = x^2 - x$$

- (5) $a < t < b$ のとき, 曲線 Q 上の点 $(t, f(t))$ と(4)の

点 $P(t, h(t))$ の距離は $h(t) - f(t)$ と表せる。

$$\begin{aligned} \text{よって } h(t) - f(t) &= (t^2 - t) - (3t^2 - 9t + 6) = \\ &= -2t^2 + 8t - 6 = -2(t-2)^2 + 2 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$\textcircled{2}$ より $t = 2$ のとき距離が最大となり, そのときの2点間の距離は 2 となる。

[令和8年2月3日(火)実施]

$$\begin{aligned} 1. (1) \quad & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} + \\ & \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \frac{3+\sqrt{21}}{2} \text{である。} 4 = \sqrt{16} < \\ & \sqrt{21} < \sqrt{25} = 5 \text{より } 3 < \frac{3+4}{2} < \frac{3+\sqrt{21}}{2} < \\ & \frac{3+5}{2} = 4 \text{となり, } a = \boxed{3}^{\text{ア)}} \text{を得る。また } b = \\ & \frac{3+\sqrt{21}}{2} - 3 = \boxed{\frac{-3+\sqrt{21}}{2}}^{\text{イ)}} \text{となる。} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & ax+b+\frac{c}{x-4} = \frac{ax^2+(-4a+b)x+(-4b+c)}{x-4} \\ & \text{だから, } a = \boxed{1}^{\text{ウ)}}, -4a+b = -4, -4b+c = 4. \\ & \text{これより, } b = \boxed{0}^{\text{エ)}}, c = \boxed{4}^{\text{オ)}} \text{となる。} \\ & \frac{x-3}{x^2-3x+2} - \frac{x-1}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} - \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{(x-3)^2}{(x-1)(x-2)(x-3)} - \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{(x^2-6x+9) - (x^2-2x+1)}{(x-1)(x-2)(x-3)} \\ &= \frac{-4x+8}{(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{-4}{(x-1)(x-3)} \\ &= \boxed{\frac{-4}{x^2-4x+3}}^{\text{カ)}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 = 8 + 2 = \boxed{10}^{\text{キ)}}. \\ & 1001_{(2)} \times 2 = (1 \times 2^3 + 1 \times 2^0) \times 2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 = \\ & \boxed{10010}_{(2)}^{\text{ク)}}. 1001_{(2)} \times 3 = (1 \times 2^3 + 1 \times 2^0) \times (2+1) \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = \boxed{11011}_{(2)}^{\text{ケ)}}. \\ & 1111_{(2)} + 4 = (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) + 2^2 = 2^3 + 2 \times 2^2 + \\ & 2^1 + 2^0 = 2^3 + 2^3 + 2^1 + 2^0 = 2^4 + 2^1 + 2^0 = \\ & \boxed{10011}_{(2)}^{\text{コ)}}. \end{aligned}$$

- (4) 三角関数の倍角の公式より $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta =$

$$\boxed{2xy}^{\text{サ)}}. \text{加法定理より } \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$\sin \theta \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos \theta \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \theta = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y}^{\text{シ)}}.$$

$$\text{不等式の左辺は } 2 \times 2xy - 2\sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y \right) + 3$$

$$= 4xy - 2\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}y + 3 = (2x - \sqrt{3})(2y - \sqrt{3})$$

であり, これが0以上となるのは, $2x - \sqrt{3} \geq 0$

かつ $2y - \sqrt{3} \geq 0$ のときと, $2x - \sqrt{3} \leq 0$ かつ

$2y - \sqrt{3} \leq 0$ のときである。すなわち $\cos \theta \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

かつ $\sin \theta \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のときと $\cos \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ かつ

$\sin \theta \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ のときであり,

$$\boxed{\frac{1}{6}\pi \leq \theta \leq \frac{1}{3}\pi, \frac{2}{3}\pi \leq \theta \leq \pi}^{\text{ス)}} \text{のときである。}$$

$$(5) \quad \overrightarrow{OP} = \left[\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} \right] \text{セ). } \overrightarrow{OQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OP} + \frac{1}{4}\vec{c} =$$

$$\left[\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c} \right] \text{ソ). } \overrightarrow{OR} \text{ は定数 } t \text{ を使って}$$

$\overrightarrow{OR} = t\overrightarrow{OQ}$ と書けるが、 $\overrightarrow{BR}$ は $\vec{b}$ と直交するから

$$\vec{b} \cdot \overrightarrow{BR} = (\overrightarrow{OR} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = \left(\frac{t}{4}\vec{a} + \frac{t-2}{2}\vec{b} + \frac{t}{4}\vec{c} \right) \cdot$$

$$\vec{b} = \frac{t}{4}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{t-2}{2}\vec{b} \cdot \vec{b} + \frac{t}{4}\vec{c} \cdot \vec{b} = \frac{t-2}{2}|\vec{b}|^2 =$$

0 であり $t=2$ となる。したがって、 $\overrightarrow{OR} =$

$$\left[\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \right] \text{タ). } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ は互いに直交する}$$

大きさが 1 のベクトルなので、 $OR =$

$$\sqrt{\overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OR}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \left[\frac{\sqrt{6}}{2} \right] \text{チ).}$$

$$(6) \quad \text{不等式は } a^{-1}a^{2x} - (a+a^{-2})a^x + 1 \leq 0 \text{ だから、}$$

$$t = a^x \text{ とおくと、 } a^{-1}t^2 - (a+a^{-2})t + 1 =$$

$$(at-1)(a^{-2}t-1) \leq 0 \text{ である。 } 0 < a < 1 \text{ だから}$$

$$a^2 < a^{-1} \text{ であり、不等式を } t \text{ について解くと}$$

$$a^2 \leq t \leq a^{-1} \text{ である。各辺を底を } a \text{ とする対数を取}$$

$$\text{ると、 } \boxed{-1 \leq x \leq 2} \text{ ヲ) を得る。}$$

$$(7) \quad a_{105} = S_{105} - S_{104} = 1010, \quad a_{106} = S_{106} - S_{105} = 1020$$

$$\text{より公差は } \boxed{10} \text{ テ) である。 } S_{109} - S_{107} = a_{109} + a_{108} =$$

$$a_{106} + 3 \times 10 + a_{106} + 2 \times 10 = \boxed{2090} \text{ ト). } a_{105} = a_1 +$$

$$104 \times 10 (= 1010) \text{ だから初項は } a_1 = \boxed{-30} \text{ ナ) である。}$$

$$(8) \quad \text{以下では } 0, 1, 2 \text{ と書かれたカードをそれぞれ}$$

$$[0], [1], [2] \text{ と表す。6 枚のカードから A 氏の}$$

$$2 \text{ 枚のカードを選ぶ選び方は、 } {}_6C_2 = 15 \text{ 通りある}$$

$$\text{が、そのなかで 2 枚の } [1] \text{ が選ばれるのは 1 通りな}$$

$$\text{ので、A 氏の手元のカードが } [1], [1] \text{ である確率}$$

$$\text{は } \left[\frac{1}{15} \right] \text{ ニ) である。6 枚のカードから B 氏の 2 枚}$$

$$\text{のカードを選ぶ選び方は、 } {}_6C_2 = 15 \text{ 通りある。B}$$

$$\text{氏の手元のカードの数字の合計が 1 であるのは、}$$

$$\text{B 氏の手元のカードが } [0], [1] \text{ のときで、6 枚の}$$

$$\text{カードのうち 3 枚の } [0] \text{ から 1 枚、2 枚の } [1] \text{ から}$$

$$1 \text{ 枚選ばれたときであり、その選び方は } 3 \times 2 = 6$$

$$\text{通りであるから、B 氏の手元のカードの数字の合}$$

$$\text{計が 1 である確率は } \frac{6}{15} = \left[\frac{2}{5} \right] \text{ ス) である。B 氏の手}$$

$$\text{元に } [2] \text{ があるときの、カードの選び方は、}$$

$${}_5C_1 \times {}_4C_2 = 30 \text{ 通りある。B 氏の手元に } [2] \text{ があ}$$

$$\text{って、C 氏の手元のカードの数字の合計が 1 以上で}$$

$$\text{あるのは、C 氏の手元のカードが } [0], [1] \text{ または}$$

$$[1], [1] \text{ のときである。前者の C 氏の手元のカー}$$

$$\text{ドが } [0], [1] \text{ となるのは、3 枚の } [0] \text{ から 1 枚、}$$

$$2 \text{ 枚の } [1] \text{ から 1 枚 C 氏に選ばれ、残りの 3 枚の}$$

$$\text{カードから B 氏に 1 枚選ばれるときだから、その}$$

$$\text{組み合わせは } 3 \times 2 \times 3 = 18 \text{ 通り。後者の C 氏の手}$$

$$\text{元のカードが } [1], [1] \text{ となるのは、2 枚の } [1] \text{ から}$$

2 枚とも C 氏に選ばれ、残りの 3 枚のカードから B 氏に 1 枚選ばれるときだから、その組み合わせは $1 \times 3 = 3$ 通り。したがって、B 氏の手元に [2] があることがわかっているとき、C 氏の手元のカードの数字の合計が 1 以上ある確率は

$$\frac{18+3}{30} = \left[\frac{7}{10} \right] \text{ ネ) である。}$$

$$2. (1) \quad \text{直線 } y = cx \text{ と放物線 } y = -x^2 + 2x + 4 \text{ の交点の } x$$

$$\text{座標は 2 次方程式 } cx = -x^2 + 2x + 4 \text{ の解である。}$$

$$\text{この方程式は } x^2 + (c-2)x - 4 = 0 \text{ と変形できるから}$$

$$\text{解の公式より、解は } \frac{2-c \pm \sqrt{(c-2)^2 + 16}}{2} \text{ であ}$$

$$\text{るから、 } \alpha = \frac{2-c - \sqrt{(c-2)^2 + 16}}{2}, \quad \beta =$$

$$\frac{2-c + \sqrt{(c-2)^2 + 16}}{2} \text{ である。したがって } c = -1$$

$$\text{のとき } \alpha = -1, \quad \beta = 4 \text{ となる。}$$

$$(2) \quad c = -1 \text{ のとき直線 } y = cx \text{ は原点を通る傾き } -1$$

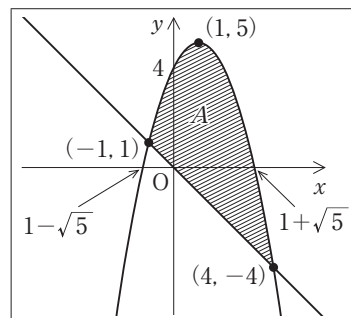
$$\text{の直線である。 } y = -x^2 + 2x + 4 \text{ は } x \text{ 軸と } x =$$

$$1 \pm \sqrt{5} \text{ で交わり、頂点が } (1, 5) \text{ の放物線であり、}$$

$$\text{放物線と直線の交点は } (-1, 1), (4, -4) \text{ である。}$$

$$\text{それらに囲まれる図形 A を図示すると以下のとお}$$

$$\text{りである。}$$



$$(3) \quad (1) \text{ の途中式より } \beta - \alpha = \sqrt{(c-2)^2 + 16} \text{ となる。こ}$$

$$\text{れが最小になるのは、 } (c-2)^2 + 16 \text{ が最小のときで}$$

$$\text{あり、 } (c-2)^2 \text{ が最小のとき、すなわち } c = 2 \text{ の}$$

$$\text{ときである。}$$

$$(4) \quad c \text{ が 2 のとき、 } \alpha = -2, \quad \beta = 2 \text{ だから求める面積}$$

$$\text{は } \int_{-2}^2 \{(-x^2 + 2x + 4) - 2x\} dx =$$

$$\left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x \right]_{-2}^2 = \frac{32}{3} \text{ である。}$$