

一般選抜〈中期 2 教科型〉

解説

傾向

数列、整数、放物線、対数、平面図形、ベクトル、確率など、数学Ⅰ、Ⅱ、A、B（数列）、C（ベクトル）の範囲からまんべんなく出題された。大半は標準的な解法、計算量で解くことができる問題であるので、それぞれの分野における基本事項を確実に押さえた上で、標準的な問題をスムーズに解けるような実力を養っておくことが肝要である。また、簡単な問題であっても不注意による計算ミスをしないように注意したい。

対策

1. (1)、(2)、(8)はそれぞれ整数、数列、確率の基本的な問題であり、着実に得点したい。1. (4)は2次関数を決定する問題であるが、解き方によって計算量が変わる。1. (5)では2次関数の最大最小問題へ帰着するよう対数の性質を使った変形を着実にしたい。1. (6)は円に内接する四角形の内角の性質を使うために、円と各辺の関係を正確にイメージす

ることが重要である。1. (7)のベクトルは内分する点を求めるだけでなく、内積や長さを含め、ベクトルの演算に関する性質をしっかりと理解しておきたい。1. (8)の「ヌ」については、確率が正となる候補が4通りに限られるので一般解から得られる方程式をやみくもに解くよりも、4通り全て求めてしまうほうが効率が良い。問題の前提条件を冷静に捉えて解き方を選択したい。1. (4)、(6)、(7)のように問題の中に計算量や難易度の異なるものが混ざっていることがあるので、全体を見て解きやすい問題を実際に取れるようにしたい。

2. (1)の2次関数のグラフは基礎的なものであるが丁寧に描きたい。また問題文で指定されている図形Aを忘れずに書くこと。2. (3)は積を取っている2つの括弧内の式それぞれの0、正、負の場合を全て尽くせば、混乱することなく求められるはずである。2. (4)は対称性に注意すれば計算の手間を減らすことができる。解き始める前に図形を正確に把握した上で解法をしっかりと考えたい。

解答

環境学部：全学科 メディア情報学部：全学科
デザイン・データ科学部：デザイン・データ科学科
都市生活学部：都市生活学科
人間科学部：人間科学科

[令和8年2月20日(金)実施]

1. (1) $36 = 32 + 4 = 2^5 + 2^2 = \boxed{100100}_{(2)}^{7)}$ 。36を素因数分解すると $36 = \boxed{2^2 \cdot 3^2}^{1)}$ 、336を素因数分解すると $336 = \boxed{2^4 \cdot 3 \cdot 7}^{9)}$ だから、36と336の最大公約数は $2^2 \cdot 3 = \boxed{12}^{10)}$ であり、最小公倍数は $2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 = \boxed{1008}^{11)}$ である。

- (2) $a_1 + a_2 + a_3 = a + ar + ar^2 = a(1 + r + r^2) = 21$ および $a_4 + a_5 + a_6 = ar^3 + ar^4 + ar^5 = ar^3(1 + r + r^2) = -567$ より $r^3 = -567 \div 21 = -27$ であり $r = \boxed{-3}^{12)}$ を得る。 $a(1 + r + r^2) = 21$ より $a = \boxed{3}^{13)}$ となる。

- (3) 方程式 $|x-2| = 4$ の左辺は $x-2 \geq 0$ のとき $x-2$ 、 $x-2 < 0$ のとき $-(x-2)$ だから、方程式 $x-2=4$ の $x \geq 2$ のときの解 $x=6$ と方程式 $-(x-2)=4$ の $x < 2$ のときの解 $x=-2$ を合わせた $x = \boxed{-2, 6}^{14)}$ が方程式 $|x-2| = 4$ の解である。方程式 $|x-2| + |x| = x+2$ の左辺は $x \geq 2$ のとき $(x-2) + x = 2x-2$ 、 $0 \leq x < 2$ のとき

$-(x-2) + x = 2$ 、 $x < 0$ のとき $-(x-2) - x = -2x+2$ である。それぞれの範囲で方程式を解くと、 $x \geq 2$ のとき $x=4$ 、 $0 \leq x < 2$ のとき $x=0$ 、 $x < 0$ のとき解なし。これらを合わせた $x = \boxed{0, 4}^{15)}$ が方程式 $|x-2| + |x| = x+2$ の解である。

- (4) 放物線 $y=f(x)$ および $y=g(x)$ は、その x 座標が0のただ一つの共有点をもつので、 $f(0)=g(0)$ でありかつ、2次方程式 $f(x)-g(x)=0$ の判別式が0となる。前者から $q = \boxed{0}^{16)}$ を得た上で後者を考えると $(-2-p)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (0-0) = 0$ となり、 $p = \boxed{-2}^{17)}$ を得る。同様に $f(4)=h(4)$ より $4r+s=24$ を、2次方程式 $f(x)-h(x)=0$ の判別式が0であることから $r^2+4r+8s+4=0$ を得る。前者を変形した $s=24-4r$ を後者に代入して s を消去すると、 $r^2-28r+196=0$ となり、これを解くと $r = \boxed{14}^{18)}$ となり $s = 24-4r = \boxed{-32}^{19)}$ となる。

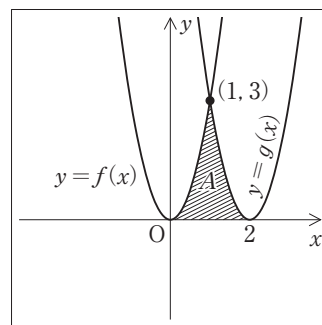
- (5) $\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{1}{2} \log_2 x$ であり, $\log_2 x^3 = 3 \log_2 x$ であり, $\log_4 4^4 = 4$ であるから問題の関数は $\log_2 x = t$ とおくと, $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2 + 3t + 4$ と書ける。右辺を t についての2次式と見て平方完成すると $y = \frac{1}{2}(t+3)^2 - \frac{1}{2}$ となる。 $-4 \leq t \leq 1$ だから, この関数は $t=1$ のとき(つまり $x=2$ のとき) 最大値 $\frac{15}{2}$ を, $t=-3$ のとき(つまり $x=\frac{1}{8}$ のとき) 最小値 $-\frac{1}{2}$ をとる。

- (6) 円の中心を点Gとすると点Gは点Oと点Cから等距離(距離3)だから, 点Gは点Oと点Cの中点を通り線分OCと直交する直線上にあり, その座標は定数 t を用いて $(2, t)$ と表せる。点Oと点Cの中点を点Hとすると, 3平方の定理より $OH^2 + HG^2 = OG^2$, $OH=2$, $HG=t$, $OG=3$ より $t = \pm\sqrt{5}$ となる。点Gは第1象限にあるから $t = \sqrt{5}$ であり, 点Gの座標は $(2, \sqrt{5})$ である。点Gを中心とする半径3の円の方程式は $(x-2)^2 + (y-\sqrt{5})^2 = 9$ すなわち $x^2 - 4x + y^2 - 2\sqrt{5}y = 0$ である。円に内接する四角形の性質から, $\angle EFC = \pi - \angle COE = \pi - \angle COA$ となる。点Aから x 軸に下ろした垂線をAJとすると, $\cos \angle COA = \cos \angle JOA = \frac{OJ}{OA} = \frac{1}{\sqrt{1^2+7^2}} = \frac{1}{\sqrt{50}}$ である。これらより, $\cos \angle EFC = \cos(\pi - \angle COA) = -\cos \angle COA = -\frac{1}{\sqrt{50}} = -\frac{\sqrt{2}}{10}$ となる。

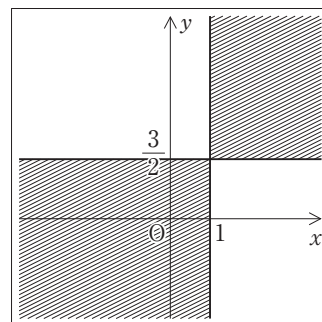
- (7) $\vec{OD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ および $\vec{OE} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ から $\vec{OF} = \frac{1}{3}\vec{OD} + \frac{2}{3}\vec{OE} = \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b} + \frac{7}{18}\vec{c}$ である。また $\vec{OG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ である。 $\vec{FG} = \vec{OG} - \vec{OF} = \frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{9}\vec{b} - \frac{1}{18}\vec{c} = \frac{1}{18}(3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c})$ および $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{b} \cdot \vec{b} = \vec{c} \cdot \vec{c} = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ より, $|\vec{FG}|^2 = \vec{FG} \cdot \vec{FG} = \left(\frac{1}{18}\right)^2 (3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}) = \left(\frac{1}{18}\right)^2 (9\vec{a} \cdot \vec{a} + 4\vec{b} \cdot \vec{b} + \vec{c} \cdot \vec{c} - 12\vec{a} \cdot \vec{b} - 6\vec{a} \cdot \vec{c} + 4\vec{b} \cdot \vec{c}) = \left(\frac{1}{18}\right)^2 (9+4+1-6-3+2) = \frac{7}{18^2}$ であるから, FGの長さは $\sqrt{\frac{7}{18^2}} = \frac{\sqrt{7}}{18}$ である。

- (8) 「ナ」の確率は, ${}_4C_2 \div {}_7C_2 = \frac{2}{7}$ である。「ニ」の確率は, $({}_3C_2 \times {}_5C_1) \div {}_8C_3 = \frac{15}{56}$ である。「ヌ」の問題を考えると, 取り出した3個の球のうちの2個が白, 1個が赤である確率が0でないためには $n \geq 2$, $m \geq 1$ でないといけないから, (n, m) の取り得る値の組は $(2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ のいずれかである。それぞれのときの確率は, n を用いて $({}_nC_2 \times {}_{6-n}C_1) \div {}_6C_3 = \frac{n(n-1)(6-n)}{40}$ であり, $n=2, 3, 4, 5$ のときの確率はそれぞれ $\frac{1}{5}, \frac{9}{20}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}$ だから, 確率が $\frac{9}{20}$ になるのは $n=3$ のときである。

2. (1) 次の図のとおり。



- (2) $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 2$
- (3) 不等式の左辺が0以上になるのは, (a) $x-1 < 0$ かつ $y - \frac{3}{2} \leq 0$ のとき, (b) $x-1 = 0$ のとき, (c) $x-1 > 0$ かつ $y - \frac{3}{2} \geq 0$ のとき, のいずれかであるから, 次の図の斜線部である(ただし境界線を含む)。



- (4) 共通部分は左図の斜線部であるが, 対称性からその面積は右図の斜線部の面積と等しい。したがって求める面積は $\int_0^1 f(x) dx = 1$ である。

