

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ（2つ折り2枚）あります。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙各ページの所定記入欄のすべてに、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、
解答は必ず解答用紙の所定の場所に答えだけでなく、その過程も記述しなさい。
6. 試験終了後、提出は解答用紙のみとし、問題冊子は持ち帰りなさい。

対 象 学 部

理工学部 ／ 建築都市デザイン学部 ／ 情報工学部

1. 次の問に答えよ。

- (1) i を虚数単位とする。複素数平面上の3点 $O(0)$, $P(z)$, $Q(w)$ が正三角形をなし、かつ z の実部は正とする。線分 PQ の中点が複素数 $2-6i$ で表されるとき、 z を求めよ。
- (2) a を0でない実数とする。2次方程式 $ax^2+(1-a)x+a=0$ が $x \geq 0$ を満たす実数解をもつとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) 平面上のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=1$ とし、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たすとする。 t が実数を動くときの $|\vec{a}+t\vec{b}|$ の最小値が2であるとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

2. 次の問に答えよ。

- (1) 方程式 $3^{3x+1}-3^{2x}-12 \cdot 3^x+\alpha=0$ の解の1つが $x=\log_3 2$ であるとき、定数 α の値と、他の解をすべて求めよ。
- (2) $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ を満たす θ に対して、3つの数
 $\log_2 \sin 3\theta, \quad -1, \quad \log_2 \cos 3\theta$
がこの順で等差数列をなすとき、 θ をすべて求めよ。
- (3) 定積分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ を求めよ。

3. $AB = 1$, $AC = 2$, $BC = \sqrt{2}$ である $\triangle ABC$ について、次の間に答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の半径 R を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とおく。実数 x, y を用いて $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ と表す。このとき、 $\overrightarrow{BO}$ を $x, y, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ で表せ。また、 $\overrightarrow{CO}$ を $x, y, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ で表せ。
- (4) (3)の x, y を求めよ。

4. 関数 $f(x) = \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e}$ に対して、次の間に答えよ。

- (1) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフを描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ は用いてよい。グラフの凹凸は調べなくてよい。
- (3) $y = f(x)$ のグラフと x 軸、および y 軸で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(下 書 き 用 紙)