

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ（2つ折り2枚）あります。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙各ページの所定記入欄のすべてに、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、
解答は必ず解答用紙の所定の場所に答えだけでなく、その過程も記述しなさい。
6. 試験終了後、提出は解答用紙のみとし、問題冊子は持ち帰りなさい。

対 象 学 部

理工学部 ／ 建築都市デザイン学部 ／ 情報工学部

1. 次の問に答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ に対し,

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^4 + n^2 + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つとする。このとき, a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。

- (2) i を虚数単位とする。実数 x, y が $x + iy = (8 + 6i)^3$ を満たすとき, $x^2 + y^2$ を求めよ。

- (3) 座標平面上の点 $O(0, 0)$, $A(-1, -4)$, $B(3, -2)$, および $P(x, y)$ について, $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 11$ が成り立つとき, $|\overrightarrow{OP}|$ の最大値を求めよ。

2. 次の問に答えよ。

- (1) 不等式 $\sqrt{2x-1} > x-3$ を解け。

- (2) 方程式 $1 + \log_2(5x+9) = 3\log_8 x + \log_2(x+1)^2$ を解け。

- (3) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin 2x \, dx$ を求めよ。

3. 1 から 10 までの 10 枚の番号札と 1 枚の硬貨がある。番号札から 2 枚引いて硬貨を投げる。引いた 2 枚の札の番号のうち、大きいほうの番号を a 、小さいほうの番号を b とおき、次のルールで得点を定める。

- $a \leq 6$ のときは、硬貨が表であれば得点を $a + b$ 、裏であれば得点を $a - b$ とする。
- $a \geq 7$ のときは、硬貨の表裏によらずに得点を a とする。

次の間に答えよ。

- (1) 得点が 11 となる確率を求めよ。
- (2) 得点が 10 となる確率を求めよ。
- (3) 得点が 5 となる確率を求めよ。

4. 関数 $f(x) = e^{-x} \left(\frac{3}{5}x^2 + x + 1 \right)$ に対して、次の間に答えよ。

- (1) $f'(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフを描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ は用いてよい。グラフの凹凸は調べなくてよい。
- (3) k を定数とする。 $f(x) = k$ となる x の値がちょうど 3 つあるような k の範囲を求めよ。
- (4) $e < 2.744$ を示せ。

(下 書 き 用 紙)