

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ（2つ折り2枚）あります。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙各ページの所定記入欄のすべてに、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、
解答は必ず解答用紙の所定の場所に答えだけでなく、その過程も記述しなさい。
6. 試験終了後、提出は解答用紙のみとし、問題冊子は持ち帰りなさい。

対 象 学 部

理工学部 ／ 建築都市デザイン学部 ／ 情報工学部

1. 次の問に答えよ。

- (1) p を定数とする。2 次方程式 $x^2 - 7x + p = 0$ の 2 つの解 α, β が $\alpha^3 + \beta^3 = 7$ を満たすとき、 p の値を求めよ。
- (2) xy 平面上の 3 点 $O(0, 0)$, $A(1, -1)$, $B(4, 4)$ を通る円の方程式を求めよ。
- (3) 座標空間において $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, -1)$, $B(4, 5, 2)$, $C(2, 2, t)$ が同一平面上にあるとする。このとき、 t の値を求めよ。

2. 次の問に答えよ。

- (1) 曲線 $y = x^2$ と曲線 $y = x^2 + x + 1$ の両方に接する直線の方程式を求めよ。
- (2) $\sin 15^\circ$ の値を求めよ。さらに、半径 1 の円に内接する正 24 角形の面積を求めよ。
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ -\log n + \sum_{k=1}^n \frac{\log(n+k)}{n} \right\}$ を求めよ。

3. a を実数とする。 xy 平面において、点 $P(1, 3)$ を中心とする半径 1 の円を C 、直線 $y = ax + 1$ を l とする。円 C と直線 l が異なる 2 点 Q, R で交わっているとき、次の間に答えよ。

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 点 P を通り直線 l に垂直な直線と、直線 l との交点を H とする。線分 PH の長さを a を用いて表せ。
- (3) (2)の点 H について、 $QR = 6 PH$ となる a の値をすべて求めよ。

4. 関数 $f(x) = \frac{1-x^2}{e^x}$ に対して、次の間に答えよ。

- (1) $f'(x) = 0$ となる x の値をすべて求めよ。
- (2) $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフを描け。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ は用いてよい。グラフの凹凸は調べなくてよい。
- (3) $y = f(x)$ のグラフの $y \geq 0$ の部分と x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(下 書 き 用 紙)