

数 学〔問 題〕

(100点・90分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は4ページあり、解答用紙は4ページ（2つ折り2枚）ありますが、4ページ目は採点の対象とならないので解答を記入してはいけません。
試験中に問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁などに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は2つ折りで4ページですが、切り離してはいけません。
4. 試験開始後、ただちに解答用紙の1～3ページ目の所定記入欄に、受験番号と氏名を記入しなさい。
5. 問題冊子の余白や解答用紙の裏面余白は、計算などに適宜利用してよいが、
解答は必ず解答用紙の所定の場所に記載しなさい。
6. 試験終了後、提出は解答用紙のみとし、問題冊子は持ち帰りなさい。

対 象 学 部

環境学部 ／ メディア情報学部 ／ デザイン・データ科学部 ／
都市生活学部 ／ 人間科学部

1. 次の を埋めよ。ただし、解答用紙には計算過程も示せ。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ を計算した値の整数部分を a 、小数部分を b とする

と $a = \text{ア}$, $b = \text{イ}$ である。

(2) $\frac{x^2-4x+4}{x-4} = ax + b + \frac{c}{x-4}$ が x についての恒等式であるとき定数 a, b, c

は $a = \text{ウ}$, $b = \text{エ}$, $c = \text{オ}$ となる。 $\frac{x-3}{x^2-3x+2} - \frac{x-1}{x^2-5x+6}$ を計算し既約分数式にすると カ となる。

(3) 2進法で表された数 $1010_{(2)}$ を 10進法で表すと キ である。自然数 n, m を 2進法で表すと、それぞれ $1001_{(2)}$ と $1111_{(2)}$ になる。このとき n に 2 を掛けた値を 2進法で表すと ク である。 n に 3 を掛けた値を 2進法で表すと ケ である。 m に 4 を足した値を 2進法で表すと コ である。

(4) $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。 $\cos \theta = x$, $\sin \theta = y$ とおくと、 $\sin 2\theta$ と $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ は x と y を用いてそれぞれ $\sin 2\theta = \text{サ}$, $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \text{シ}$ と表される。また、不等式 $2\sin 2\theta - 2\sqrt{6} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + 3 \geq 0$ を満たす θ の値の範囲は ス である。

(5) 正六面体(立方体)OADB-CEGF において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。線分 AB を 2:1 に内分する点を P, 線分 CP を 3:1 に内分する点を Q とし、3点 B, D, F を含む平面と直線 OQ の交点を R とする。 $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表すと $\overrightarrow{OP} = \text{セ}$ である。 $\overrightarrow{OQ}$ と $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表すとそれぞれ $\overrightarrow{OQ} = \text{ソ}$, $\overrightarrow{OR} = \text{タ}$ である。正六面体の各辺の長さを 1 とすると $\overrightarrow{OR}$ の大きさは チ である。

(6) a を $0 < a < 1$ を満たす定数とする。 x についての不等式

$$a^{2x-1} - a^{x+1} - a^{x-2} + 1 \leq 0 \text{ を解くと } \boxed{\text{ツ}} \text{ である。}$$

(7) 等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とし、 $S_{104} = 50440$, $S_{105} = 51450$,

$S_{106} = 52470$ が成り立つとする。このとき、数列 $\{a_n\}$ の公差は $\boxed{\text{テ}}$ である。

また、 $S_{109} - S_{107} = \boxed{\text{ト}}$ である。数列 $\{a_n\}$ の初項は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

(8) 表の面に 0 と書かれたカードが 3 枚、1 と書かれたカードが 2 枚、2 と書かれたカードが 1 枚ある。この 6 枚のカードを十分にかき混ぜ、A 氏、B 氏、C 氏の 3 人に 2 枚ずつ裏の面を上にして配布する。A 氏の手元にあるカードが 2 枚とも 1 と書かれたカードである確率は $\boxed{\text{ニ}}$ である。B 氏の手元のカードの数字の合計が 1 である確率は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。B 氏の手元に 2 と書かれたカードがあることがわかっているとき、C 氏の手元のカードの数字の合計が 1 以上となる確率は $\boxed{\text{ネ}}$ である。

2. c を実数の定数とし、直線 $y = cx$ と放物線 $y = -x^2 + 2x + 4$ の交点の x 座標を α , β とする。ただし $\alpha < \beta$ とする。また、直線 $y = cx$ と放物線 $y = -x^2 + 2x + 4$ で囲まれる図形を A とする。このとき以下の間に答えよ。ただし、**解答用紙には計算過程も示せ**。

- (1) $c = -1$ のときの α , β を求めよ。
- (2) $c = -1$ のときの図形 A を図示せよ。
- (3) $\beta - \alpha$ が最小となるときの c の値を求めよ。
- (4) $\beta - \alpha$ が最小となるときの A の面積を求めよ。

(下 書 き 用 紙)