



2023.01.04 Lecture 7

18:30 – 20:00

量子ドット 閉じ込めと解放の物理学

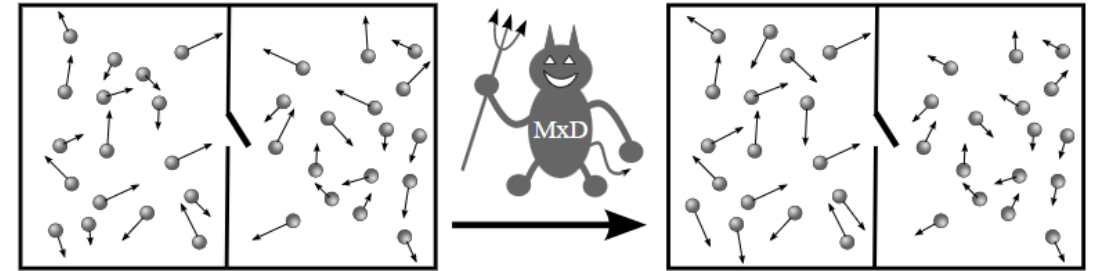
Institute for Solid State Physics, University of Tokyo

Shingo Katsumoto

量子ドットはエンジンになるか？

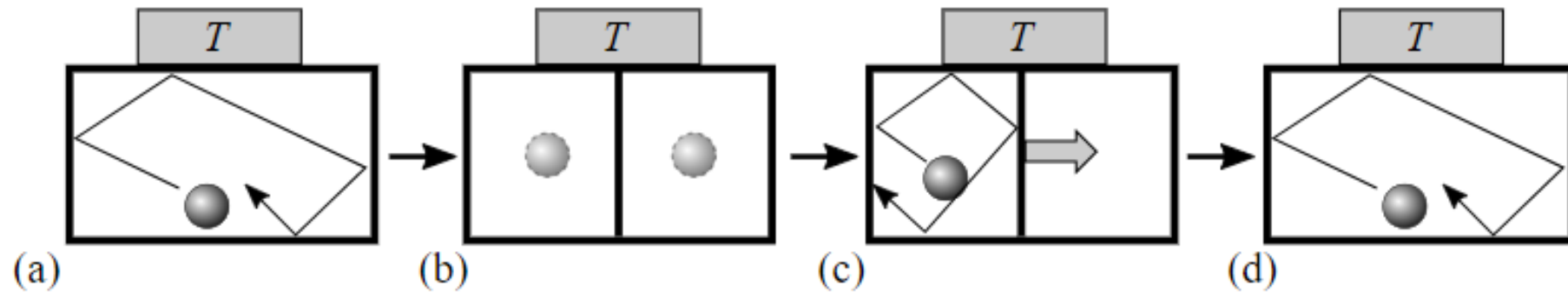


- Daemonはそれぞれの分子を識別し，その速度をそれぞれ測定できる．
- Daemonは上記測定結果に基づき，穴を開閉する．



ゆらぎのため，Daemonは存在しないという説あり

Szilardのエンジン



等温純静膨張 $k_B T \log 2$

情報量, 相互情報量

情報量

$x \in X$ 確率分布を p_x

$$S\{p_x\} = - \sum_{x \in X} p_x \ln p_x$$

Shannon entropy

$$0 \leq S\{p_x\} \leq \ln N$$

$x \in X \quad y \in Y$

連結確率分布を p_{xy}

$$p_x = \sum_{y \in Y} p_{xy}, \quad p_y = \sum_{x \in X} p_{xy}$$

相互情報量

$$S_I\{p_{xy}\} = S\{p_x\} + S\{p_y\} - S\{p_{xy}\} = \sum_{x \in X, y \in Y} p_{xy} \ln \frac{p_{xy}}{p_x p_y}$$

$$0 \leq S_I\{p(x, y)\} \leq \min [S\{p(x)\}, S\{p(y)\}]$$

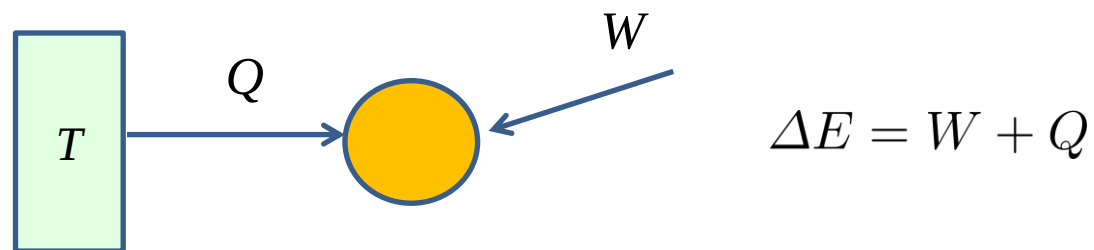
$$X = Y = \{0, 1\}$$

x : 被測定系の状態 y : 測定結果 ϵ : 測定誤り確率 とする

($0 \leq \epsilon \leq 1$, $\epsilon > 1/2$ は, 逆相関変数の測定に相当)

$$p_x(0) = p_x(1) = 1/2 \quad p_{xy}(0, 0) = p_{xy}(1, 1) = \frac{1 - \epsilon}{2}, \quad p(0, 1) = p(1, 0) = \frac{\epsilon}{2}$$

$$S\{p_x\} = S\{p_y\} = \ln 2, \quad S_I\{p_{xy}\} = \ln 2 + \epsilon \ln \epsilon + (1 - \epsilon) \ln(1 - \epsilon)$$



系のミクロな状態を表す変数: $x(t)$ 確率過程, W, Q : 確率変数

確率的エントロピー $s_p(x, t) = -\ln p(x, t)$ $t = 0 \rightarrow \tau$ Δs_p

確率的エントロピー生成 $\sigma = \Delta s_p - Q/k_B T$

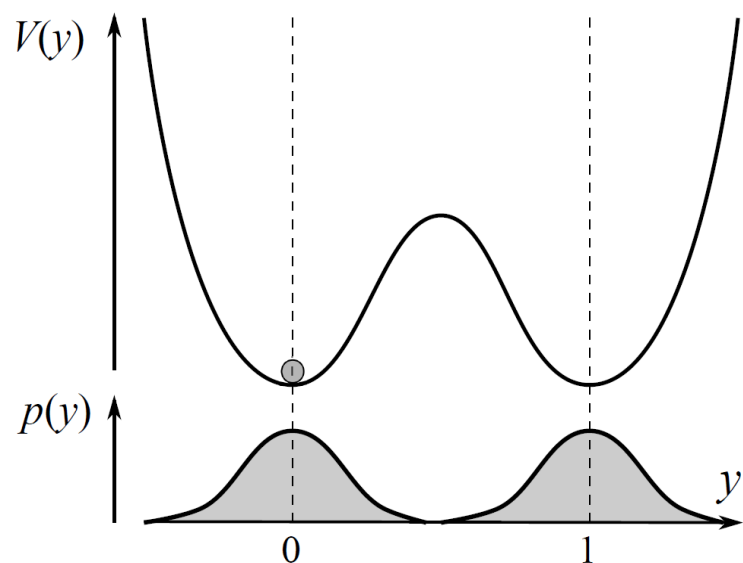
ゆらぎの定理 $\langle e^{-\sigma} \rangle = 1$

$\langle \cdots \rangle$ あらゆる可能な $x(t)$ の経路についての平均

$\langle e^{-\sigma} \rangle \geq e^{-\langle \sigma \rangle}$ ➡ $\langle \sigma \rangle \geq 0$ 熱力学第2法則

$$\langle \Delta s \rangle \geq \langle Q \rangle / k_B T$$

ランダウアー原理



1bit memory 確率分布 $p(y)$

条件確率分布 $p(y|y_b)$ $p(y) = \sum_{y_b=0,1} p(y|y_b)p_{y_b}$

Total system

$$S = - \sum_{y_b=0,1} p_{y_b} \ln p_{y_b} - \sum_{y_b=0,1} p_{y_b} \int dy p(y|y_b) \ln p(y|y_b)$$

$$\equiv S_{\text{mem}} + \sum_{y_b=0,1} p_{y_b} S_{y_b} \cdot \quad (S_{\text{mem}}, S_{y_b} \text{ definition})$$

Memory情報の消去 無情報状態 (標準状態)

$$y_b = 0 \quad S_{\text{def0}}$$

$$\Delta S = S_{\text{def0}} - S_{\text{mem}} - \sum_{y_b=0,1} p_{y_b} S_{y_b}$$

T の熱浴に接している場合

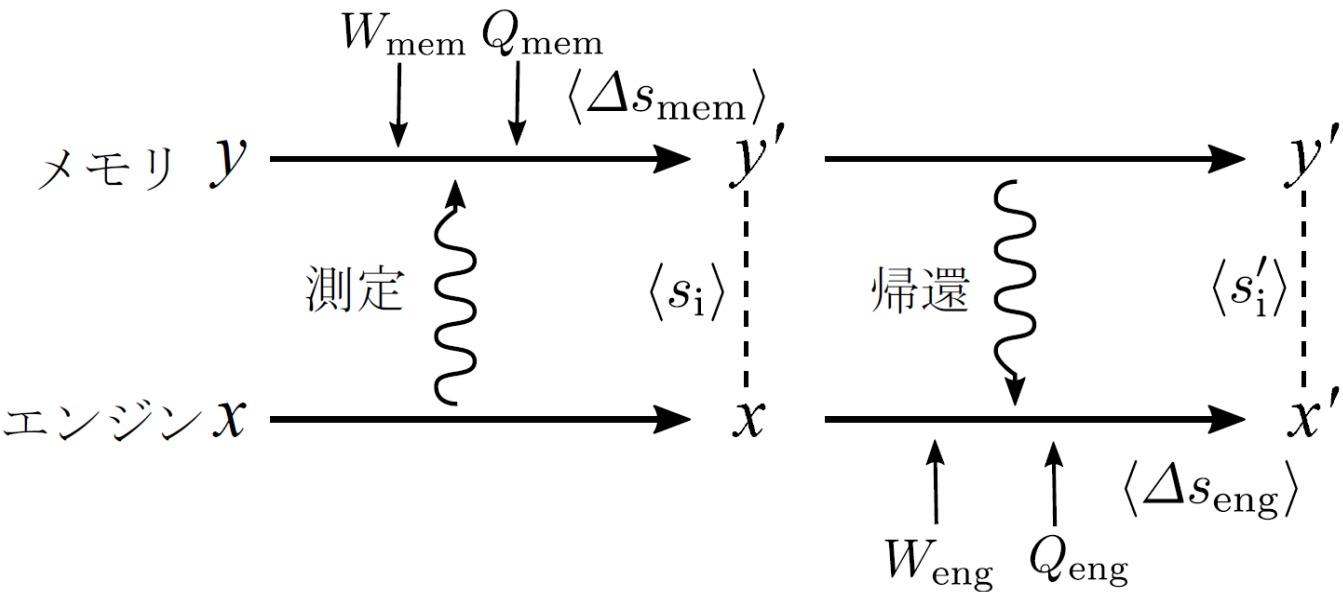
$$-\langle Q \rangle \geq k_B T \left[S_{\text{mem}} + \sum_{y_b=0,1} p_{y_b} S_{y_b} - S_{\text{def0}} \right]$$

$$S_0 = S_1 = S_{\text{def0}} \rightarrow \Delta S = -S_{\text{init}}$$

$$-\langle Q \rangle \geq k_B T S_{\text{init}}$$

Memory消去に伴い, 熱浴へ放出される熱

帰還を伴う操作



$$\langle W_{\text{mem}} \rangle \geq \Delta F_{\text{mem}} + k_B T \langle s_i \rangle \qquad \langle \Delta s_{\text{eng}} \rangle \geq \langle Q_{\text{eng}} \rangle / k_B T - (\langle s_i \rangle - \langle s'_i \rangle)$$

相互エントロピー

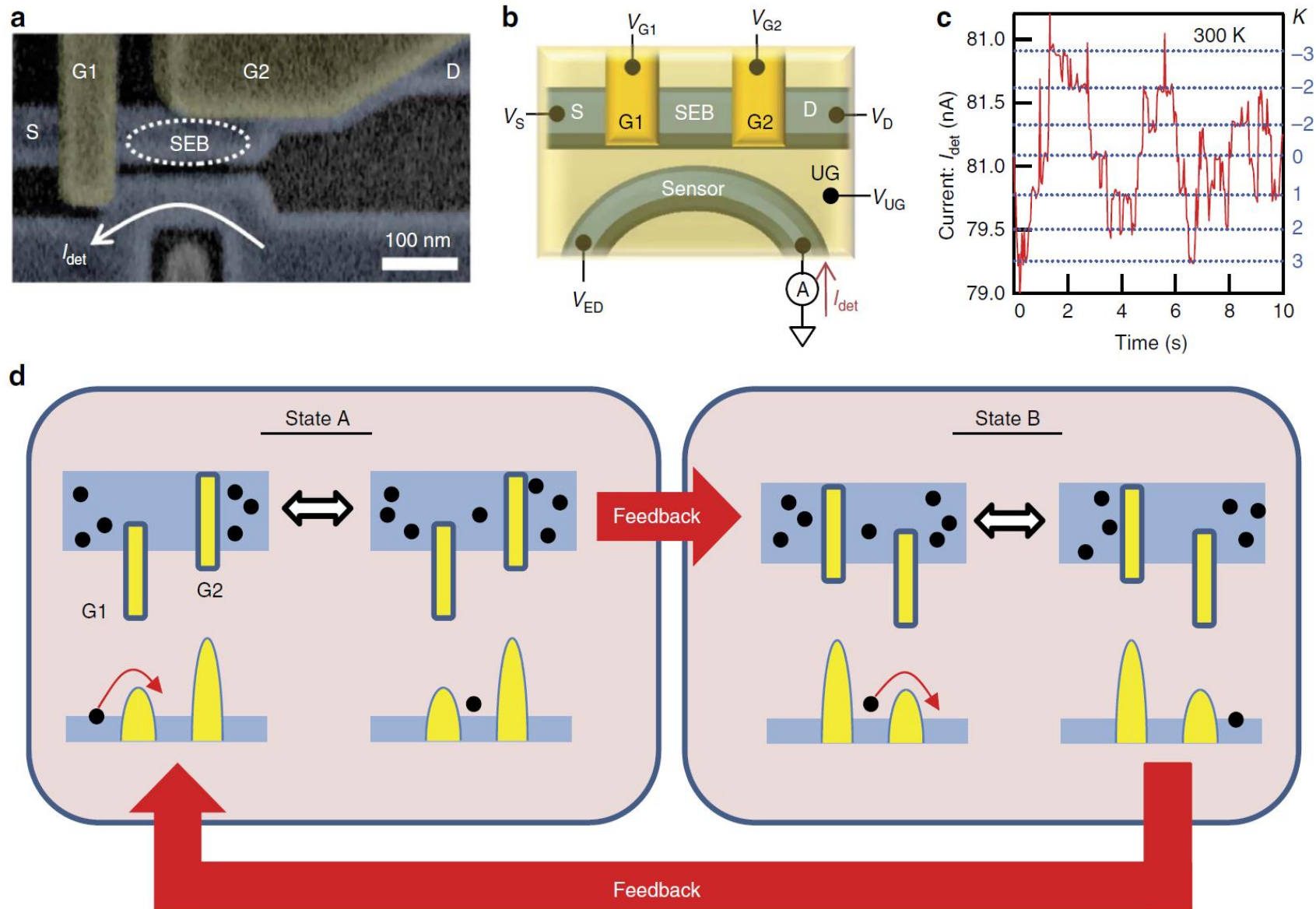
$$\langle W_{\text{ext}} \rangle = \langle -W_{\text{eng}} \rangle \leq -\langle \Delta F_{\text{eng}} \rangle + k_B T \langle s_i \rangle \quad \text{だけの仕事を取り出せる}$$

エンジン自身の自由エネルギー $\rightarrow 0$

測定のために投入した相互エントロピー

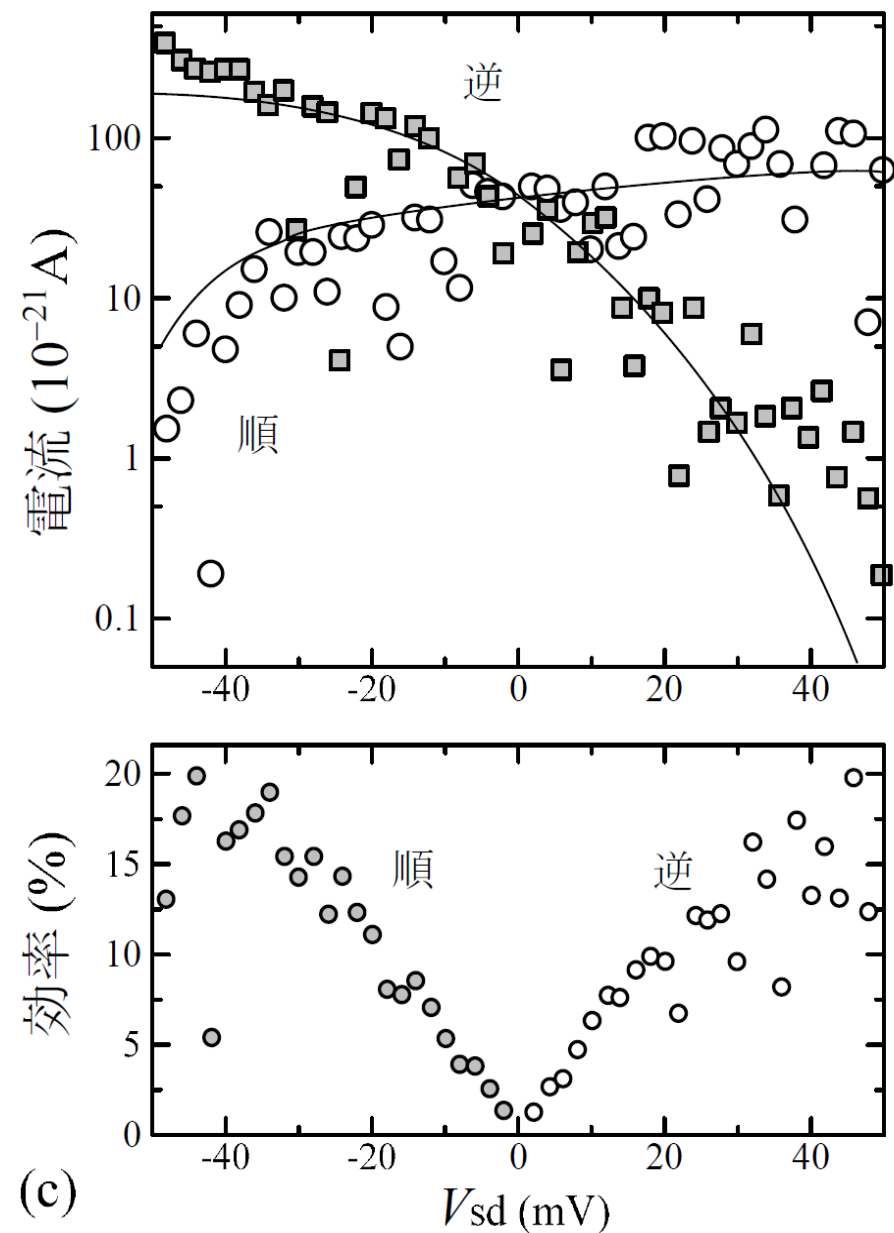
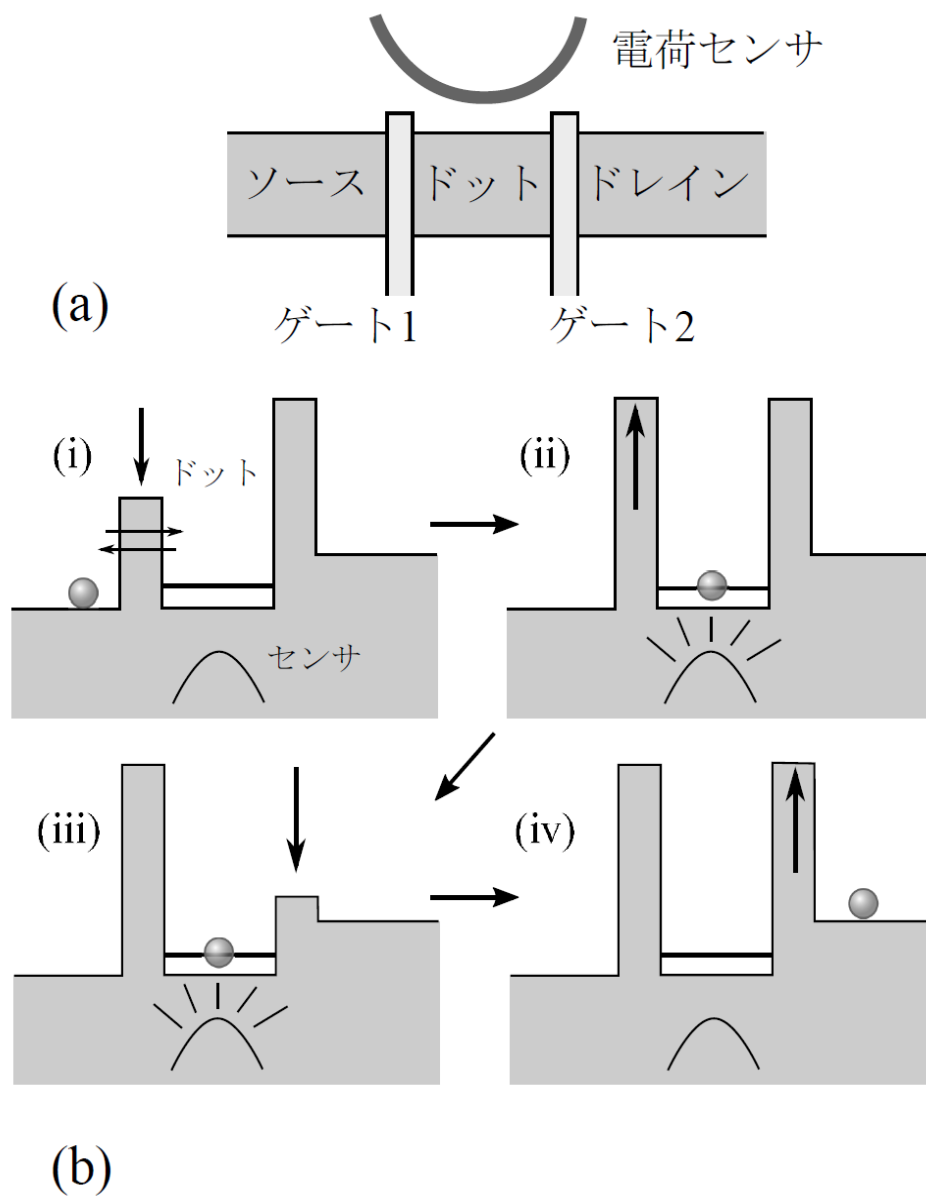
Maxwell daemonの存在は熱力学第2法則とは矛盾しない

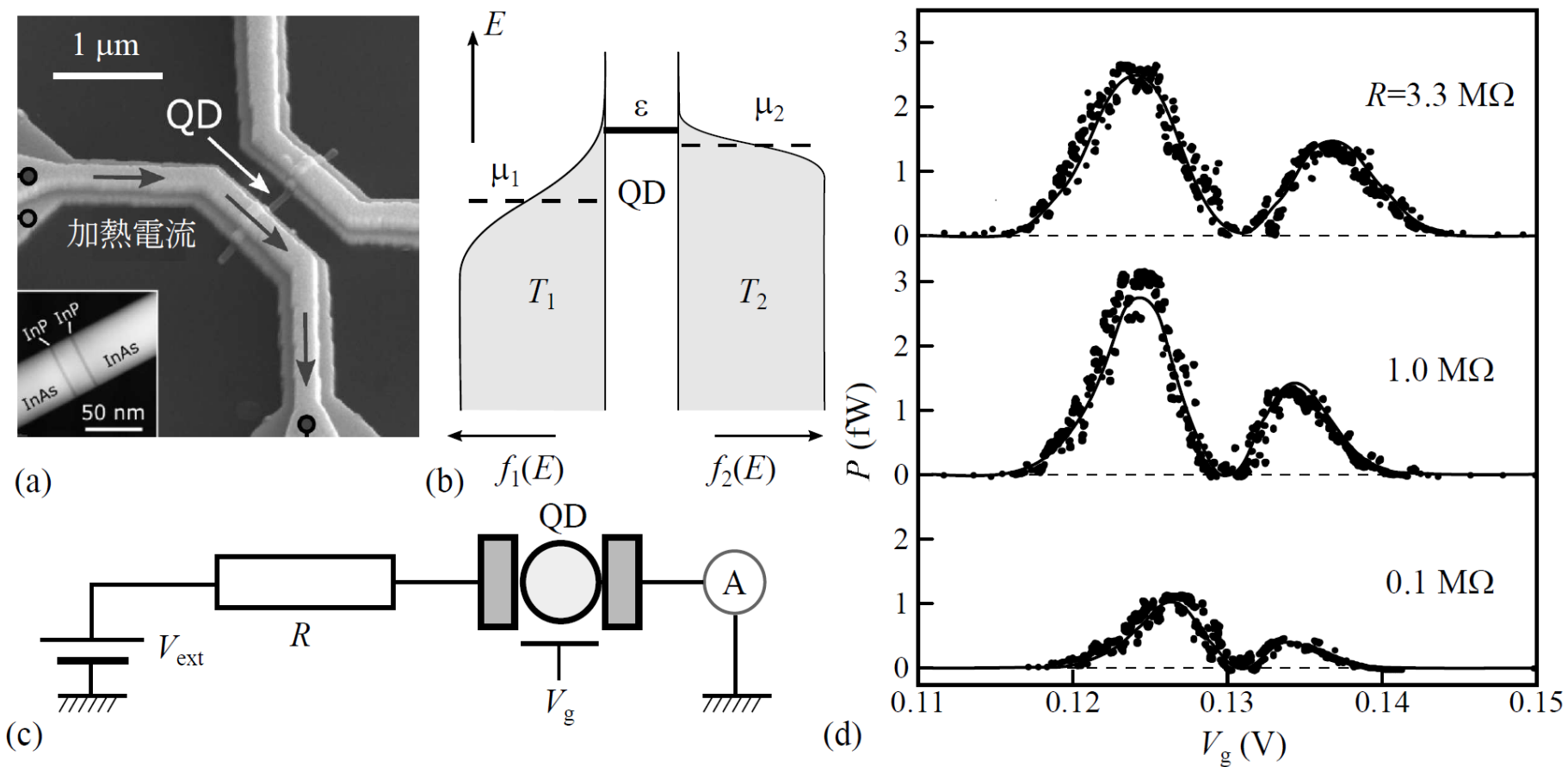
量子ドットマックスウェルの悪魔



Chida et al.
Nature Commn.
8, 15310 (2017).

量子ドットマックスウェルの悪魔 (2)





無限時間があれば，理論的にはカルノー効率が出る．

電気伝導体に量子準位が1つしかなく，エントロピー生成がない．

線形領域：Curzon-Ahlborn 効率 $\eta_{\text{CA}} = 1 - \sqrt{T_2/T_1}$

Josefsson et al., PRB **99**, 235432 (2019).

Pointer state and scar wavefunction



Hugh Everett III
(1930 – 1982)



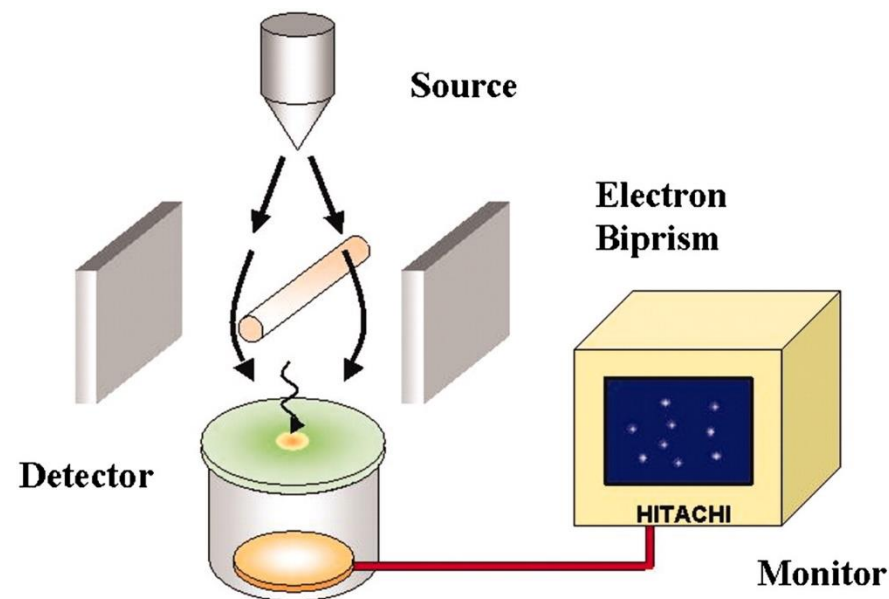
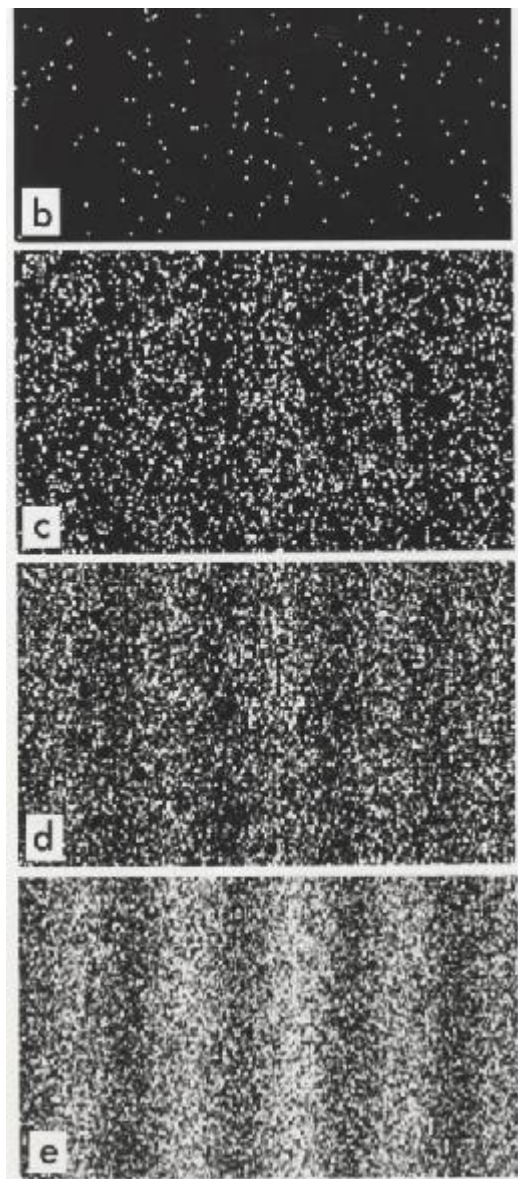
W. H. Zurek
(1951 -)



David Ferry
(1940 -)

“If you are not completely confused by quantum mechanics, you do not understand it.”
– John Wheeler

量子力学の「例の問題」



電子波の2重スリット干渉実験
(日立製作所, 外村彰)

電子は、ディテクタ上で点として
観測される。
しかし、多数回測定すると、波の
干渉縞が現れる

測定過程自身の定式化：量子情報理論によって決着

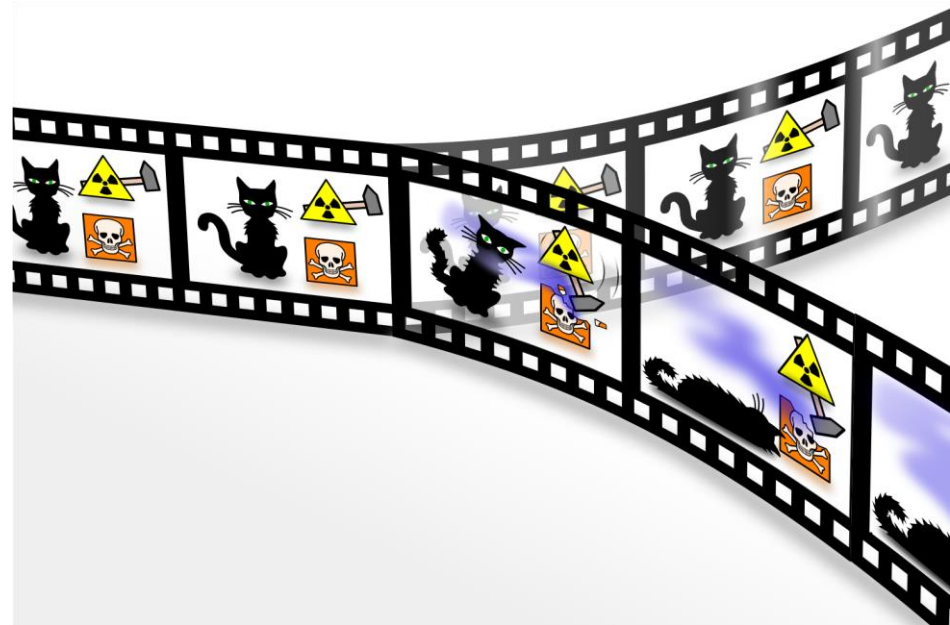
観測問題 (measurement problem) $\Rightarrow$ 量子力学の解釈 (?)

量子力学のコペンハーゲン解釈

量子力学的波動関数は、(例えば実空間内で) 観測されると収縮
(collapse)し、観測点に δ 関数的に分布するものに遷移する。

物理学として不自然ではないか？

多世界解釈 (Splitting universe, many worlds)



<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17512691>

The many-worlds interpretation of quantum mechanics
PhD thesis in Princeton by Hugh Everett III 1957

1. 量子力学的状態は時間発展と共に多世界に分岐する
2. 観測, 等の量子デコヒーレンス $\Rightarrow$ 世界間の干渉効果 (情報交換) が途絶

cf. 純粋状態 $\Rightarrow$ 混合状態への遷移

支持者は増えつつあるが, 批判も多い.

The concept of a splitting universe is **naturally uneconomical**, and the idea of an infinite number of universes **can never be proved**, since individual universes do not interact. This model is thus **accepted by only a small number of scientists**, although its clearly deterministic character is attractive.

- Walter Greiner, *Quantum Mechanics -- an Introduction* (Springer, 1989)

良くある誤解: 「先生、我々は量子的な無線を使って、南部が南北戦争に勝った世界とつながれるでしょうか？」 (Colin Bruce, *Quantum Rabbits: The Many Worlds of Quantum*, 2004)

「量子力学の解釈問題」 和田純夫 訳 講談社ブルーバックス

Quantum Darwinism (「あらすじ」のみ)

量子デコヒーレンス過程 (観測過程) についての一般論 (多世界論の誤解を避ける上で有効)

Pointer状態 : 系が環境とエンタングルする(デコヒーレンスを起す)ことで, 特定の状態が選定される (**einselection**). (単一, 更には離散的な状態である必要はない)

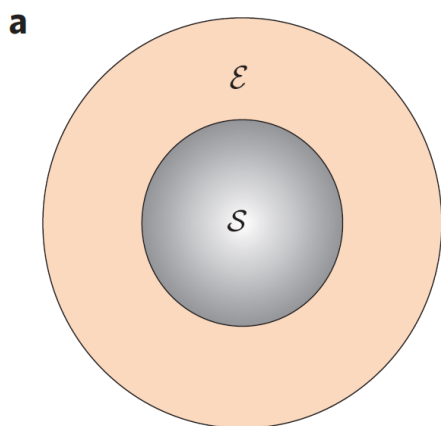
Pointer状態自身はrobustで環境とのエンタングルメントで影響されない

デコヒーレンス $\Rightarrow$ Pointer状態の混合状態へと遷移

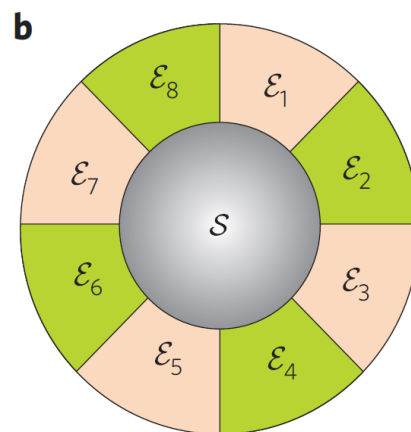
すなわち, 「あらゆる状態に対応する世界が無数に存在」するわけではない

系の「情報」は環境の「フラグメント」に冗長性を持って保存

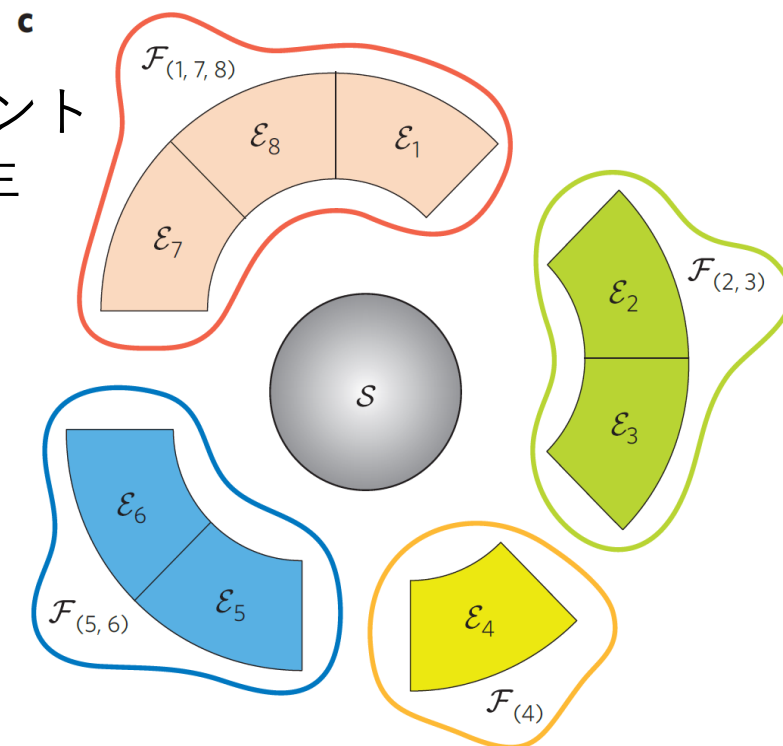
系と環境



環境の分割



フラグメント
(断片)発生



Quantum Darwinism (2)

フラグメントが保持する情報量

Remember von Neumann entropy: $H_X = -\text{Tr}[\rho_X \ln \rho_X]$

全体系 (系+環境) の状態: $|\Psi_t\rangle$ 系: S, フラグメント: F

$$\rho_S = \text{Tr}_F[|\Psi_t\rangle \langle \Psi_t|] = \sum_{i=1}^N |a_i|^2 |S_i\rangle \langle S_i| \quad \rho_F = \text{Tr}_S[|\Psi_t\rangle \langle \Psi_t|] = \sum_{i=1}^N |a_i|^2 |F_i\rangle \langle F_i|$$

$$H_S = -\text{Tr}[\rho_S \ln \rho_S] = -\sum_{i=1}^N |a_i|^2 \ln |a_i|^2 = \text{Tr}[\rho_F \ln \rho_F]$$

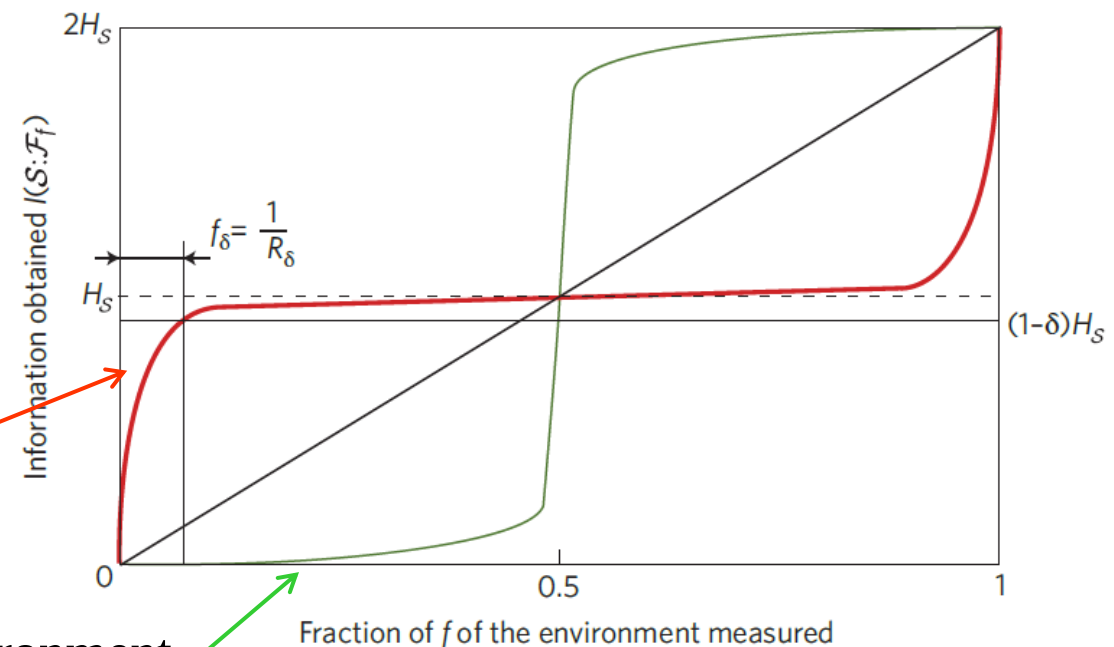
相互情報量:

$$I(S, F) = H_S + H_F - H_{SF} = -2 \sum_{i=1}^N |a_i|^2 \ln |a_i|^2$$

SE created by decoherence

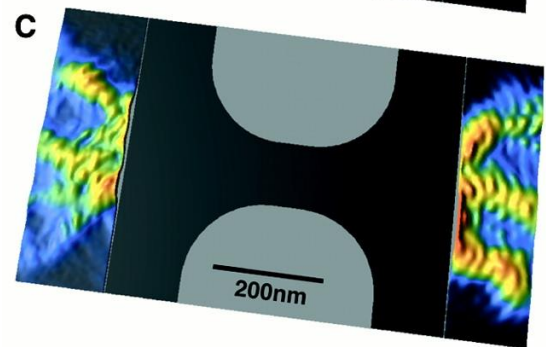
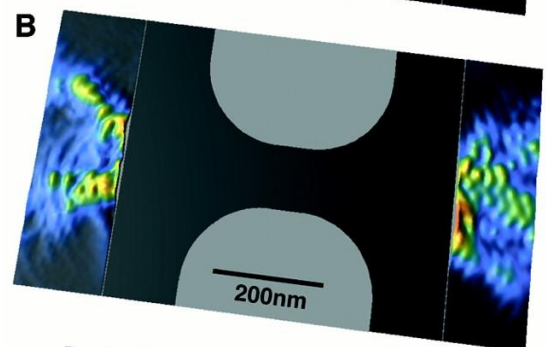
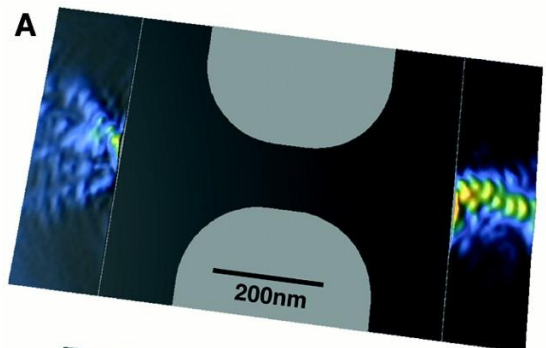
pure state SE

randomly picked out environment

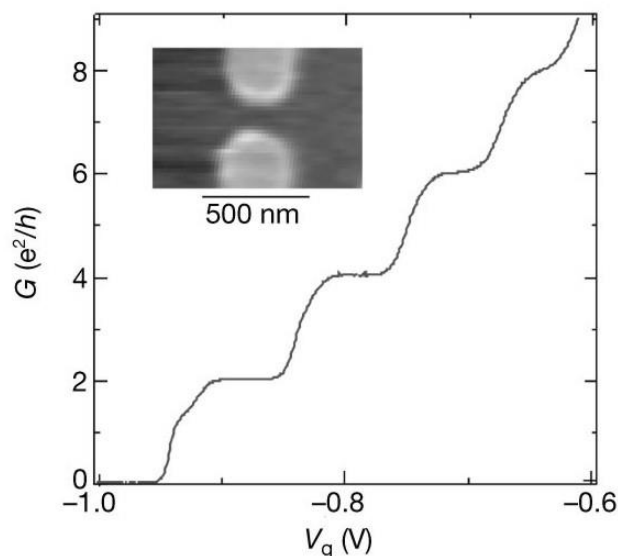
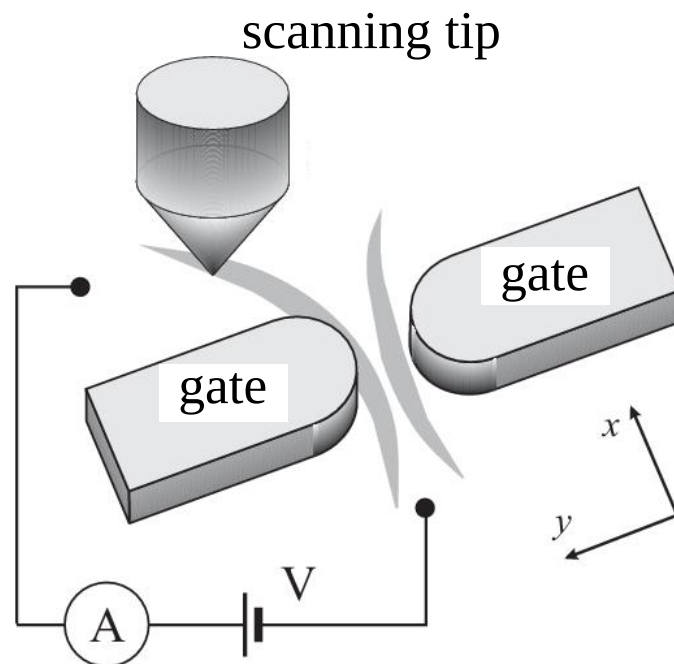


Evidence of quantum Darwinism in open quantum dots?

Remember scanning
gate microscopy (SGM)



ΔG : $0 e^2/h$  $-1.7 e^2/h$



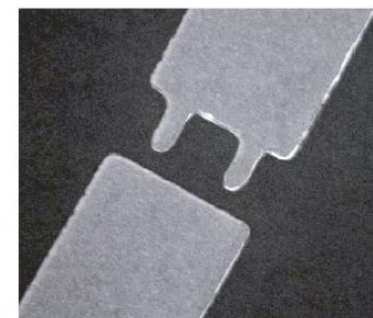
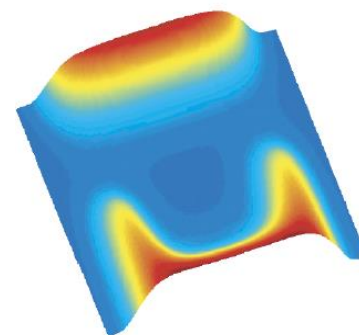
M. A. Topinka et al., Nature **410**, 183 (2001)

Pointer状態：測定に対してrobust



量子ドットのPointer状態が測定に対してrobustであるならば，SGMで測定できて良い？

環境との結合が強い量子ドット：
開放量子ドット
(open quantum dots)



ゲート，そのポテンシャル

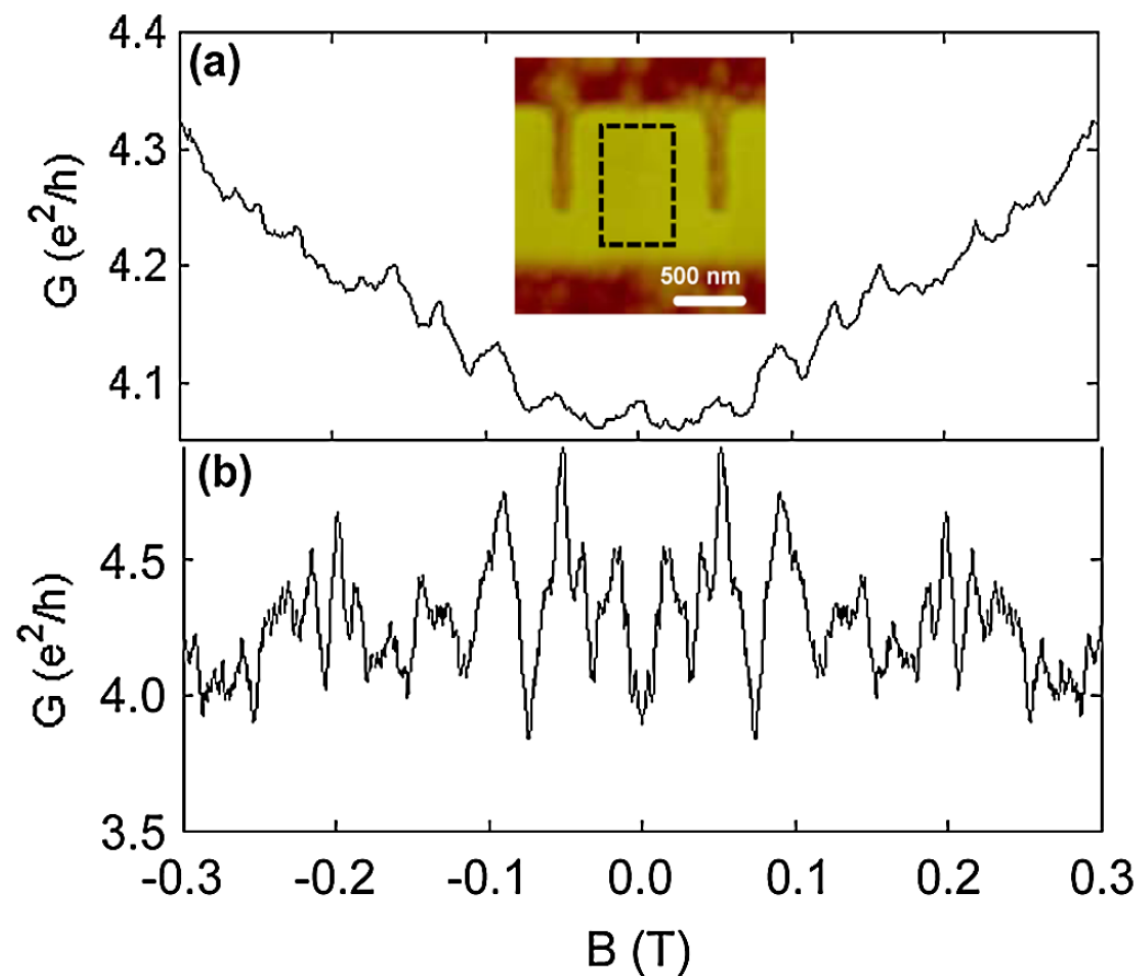
Ferry et al., PRL **93**, 026803 (2004)
この時は計算のみ

Pointer状態としてのScar 波動関数 (1)

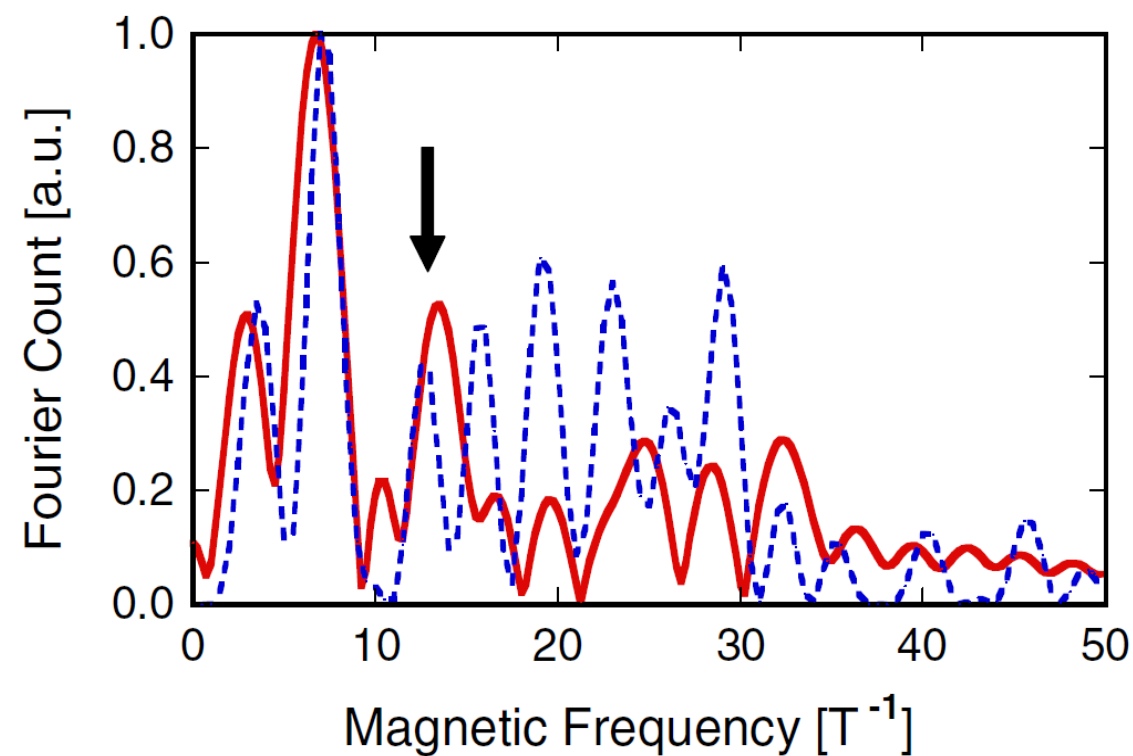
Burk et al., PRL **104**, 176801 (2010)

試料は, InAs量子井戸, AlGaSb障壁に変更

磁気伝導度, (b)はシミュレーション

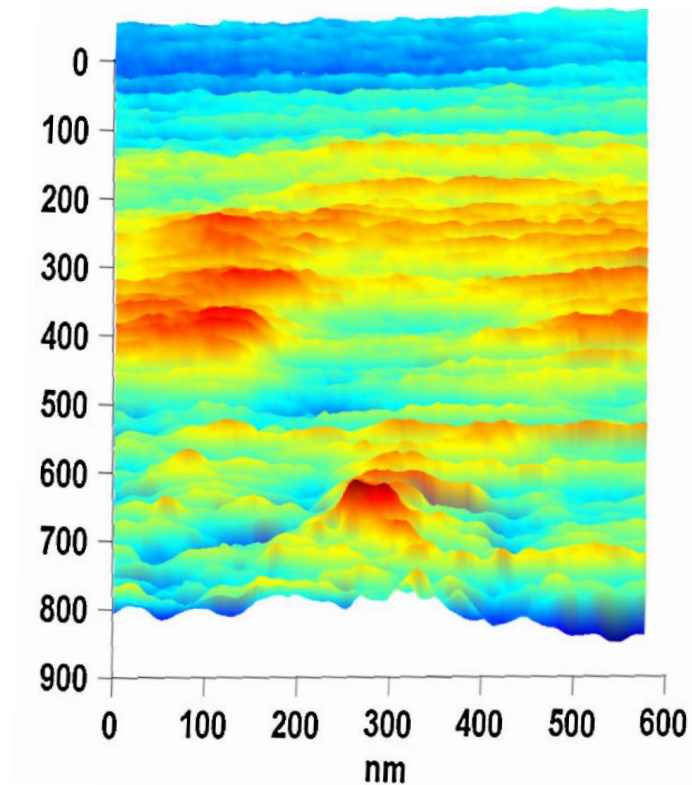


磁気伝導度のFourier cosineスペクトル
実線：実験, 破線：シミュレーション

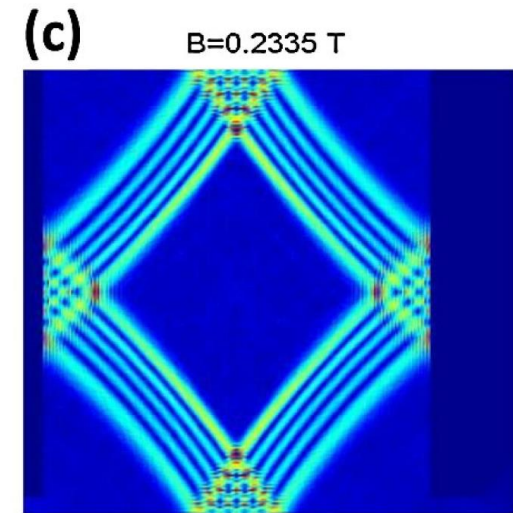
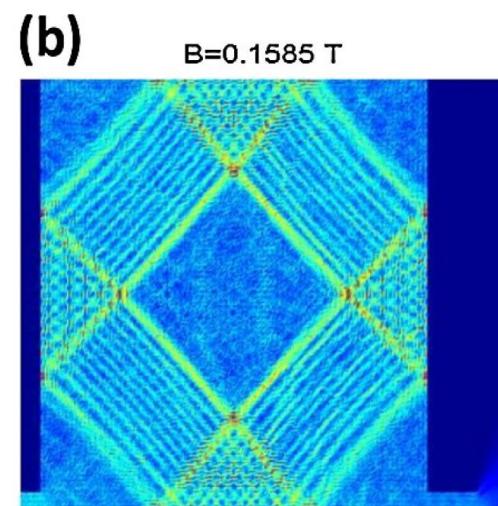


Pointer状態としてのScar 波動関数 (2)

12.7 T⁻¹のピーク高を，SGMの探針位置に対してプロット

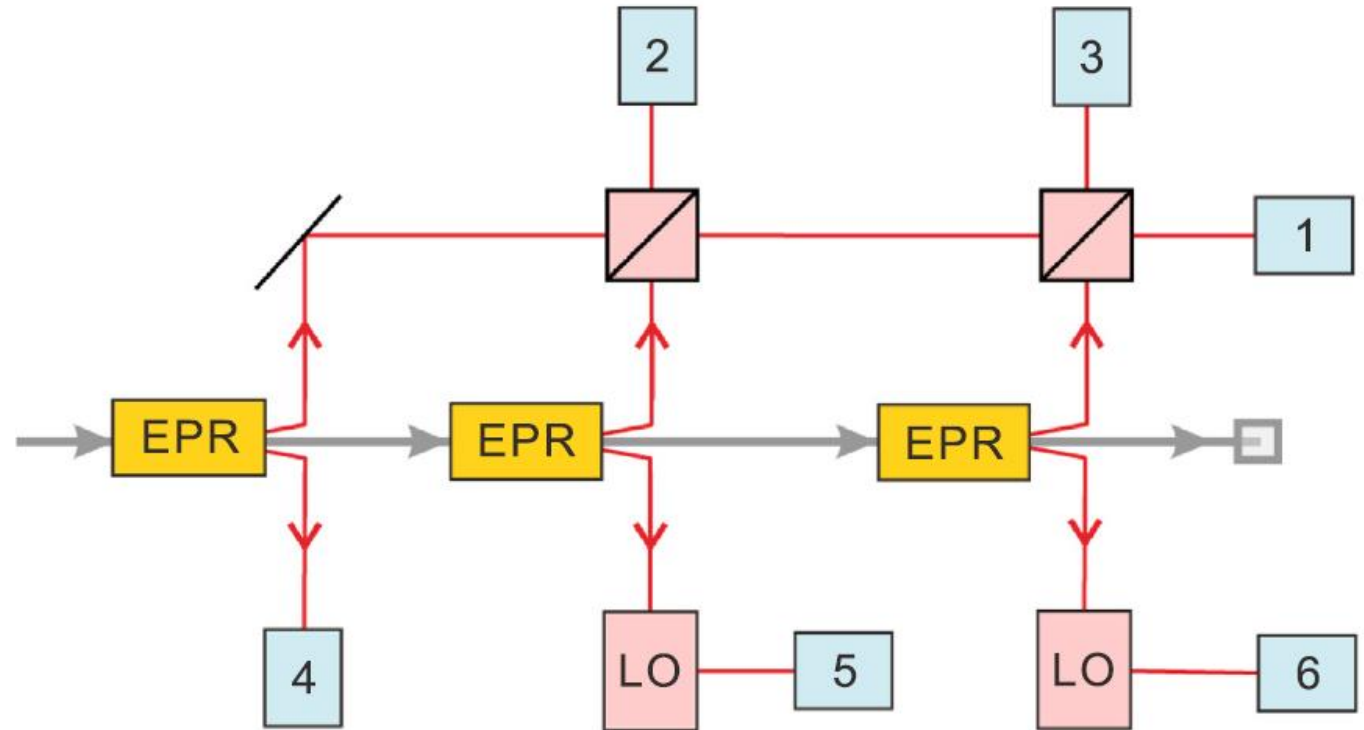
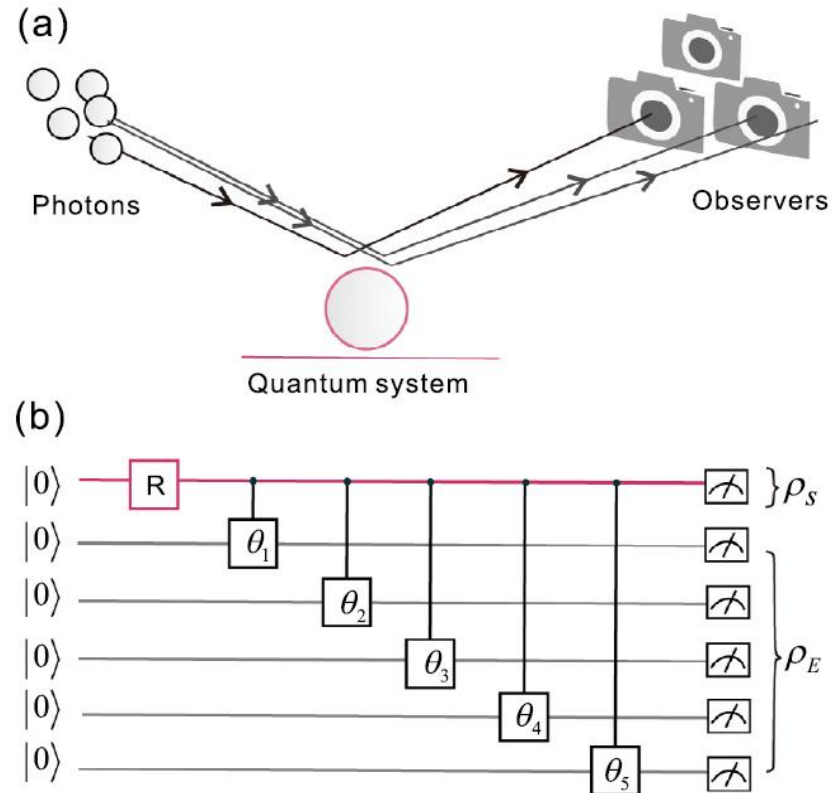


シミュレーションに現れたダイヤモンド型のScar波動関数

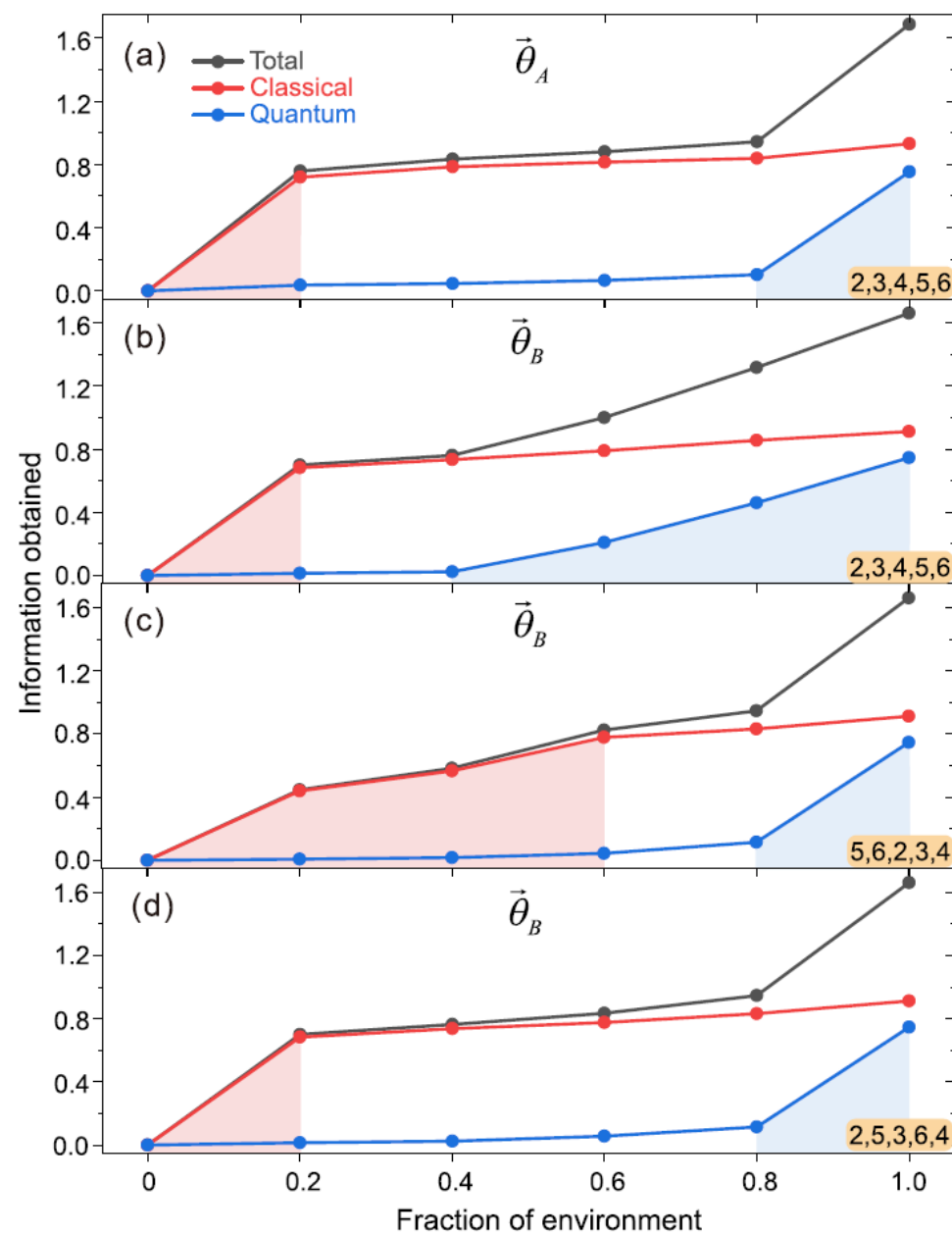
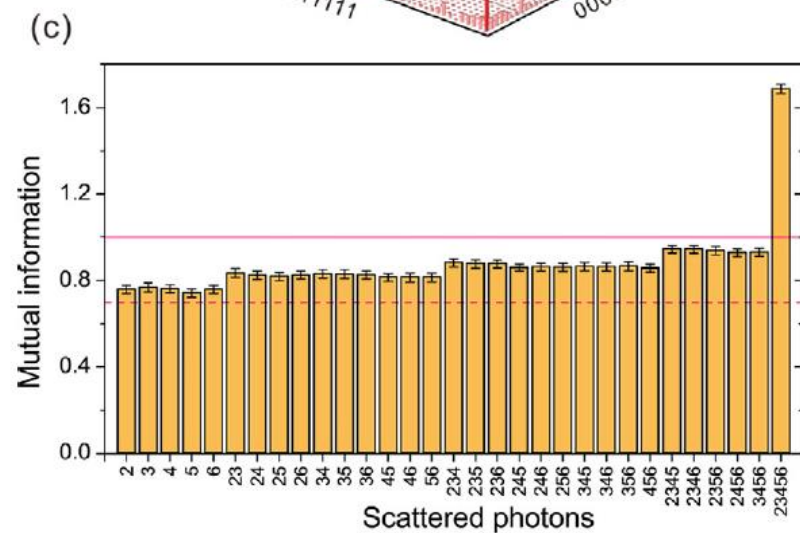
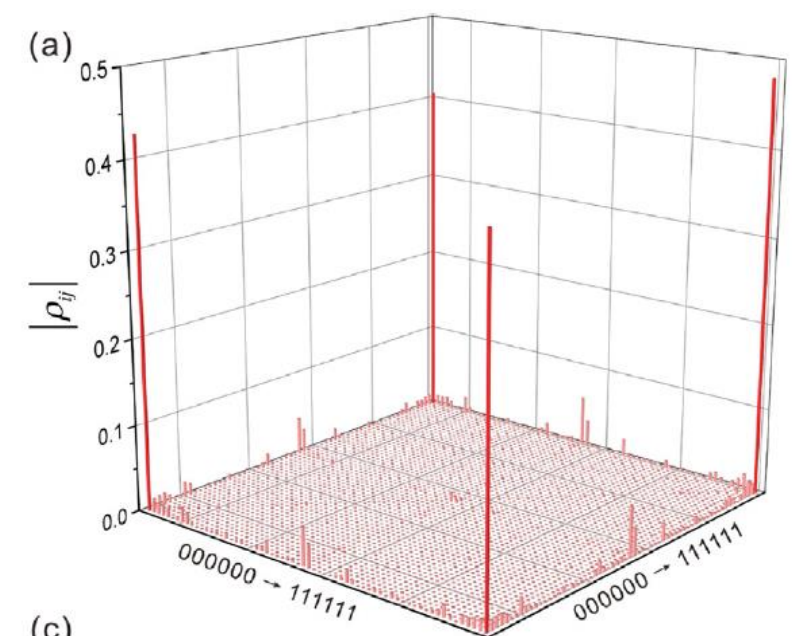


Experiment with a photon quantum simulator

M.-C. Chen et al. , Science Bulletin **64**, 580–585 (2019)



Experiment with a photon quantum simulator (2)



5 qubit
fragment

3 qubit+2 qubit
fragments

Quantum Many-Body Scar States and Quantum Coherence



<https://www.news9live.com/science/physicists-manipulate-ultracold-rydberg-atoms-to-create-synthetic-dimensions-155153>

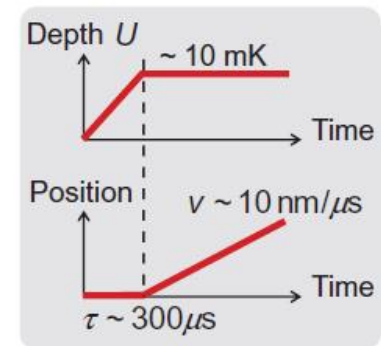
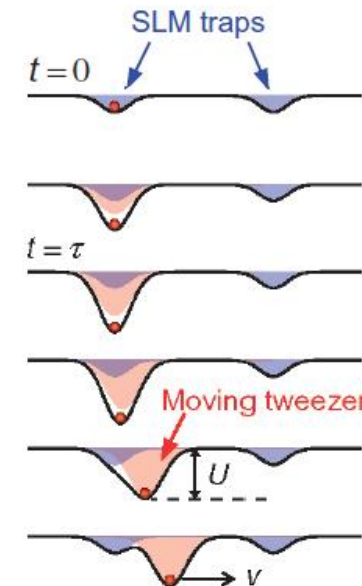
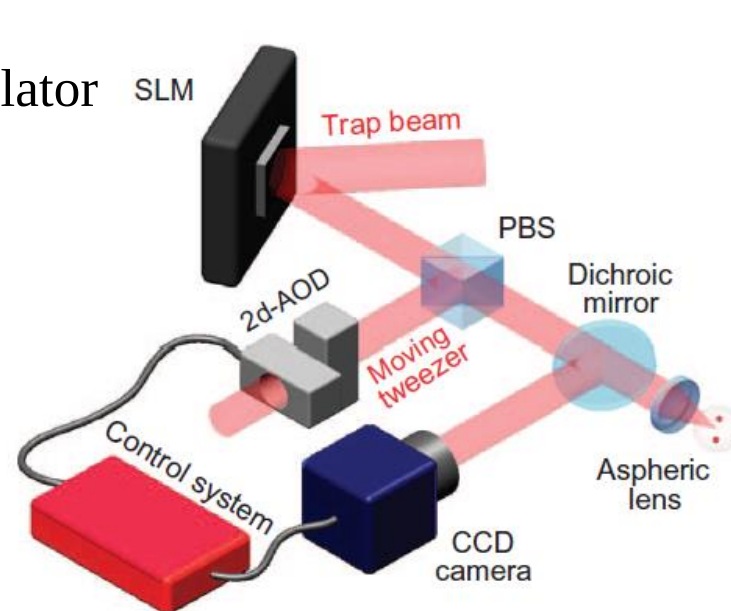
リュードベリ (Rydberg) 原子：最外殻電子を大きな主量子数 n (数10～100)に励起したもの

- 巨大なサイズ (~ 100 nm)を持つため、量子ドットと同様に外部電場・磁場に敏感
- 相互作用レンジ，強度を制御できる
- 光ピンセットによって配列制御できる

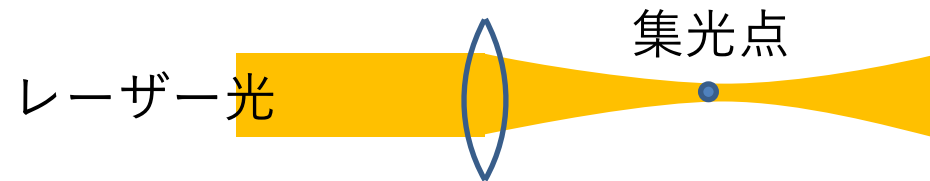
➡ プログラム可能な多体量子シミュレーター

冷却原子を1個ずつ光ピンセットでトラップし，並べる．

Spatial light modulator



光双極子トラップ

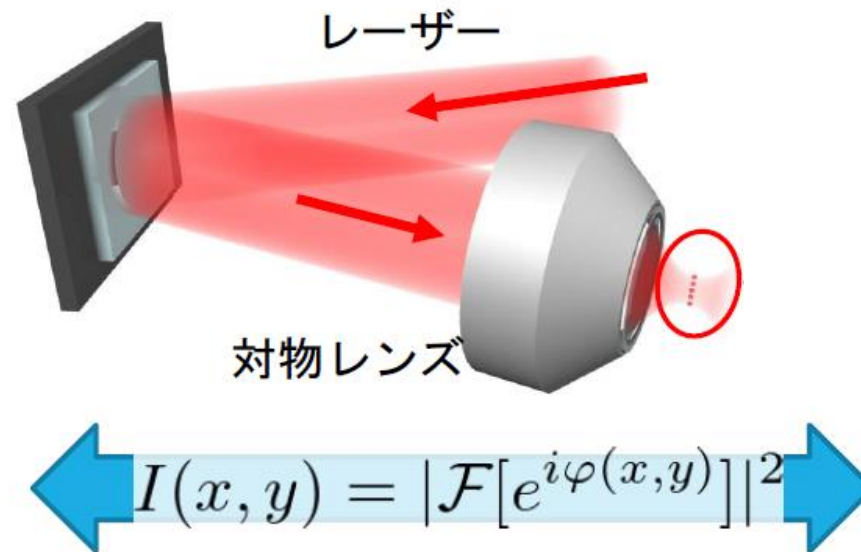
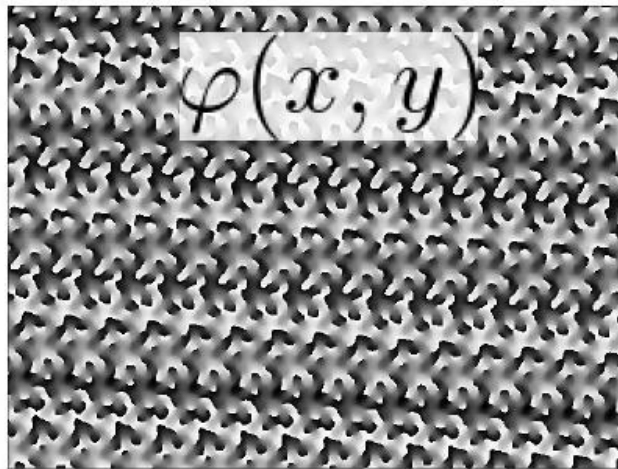


集光点には原子がトラップされる

光によりAC Stark シフトが生じてエネルギー準位が下がる
⇒ 光強度の強い集光点にポテンシャルの低い点

蒸発冷却により原子系を冷やすことも可能

トラップ配列



光波面に位相パターンを印加

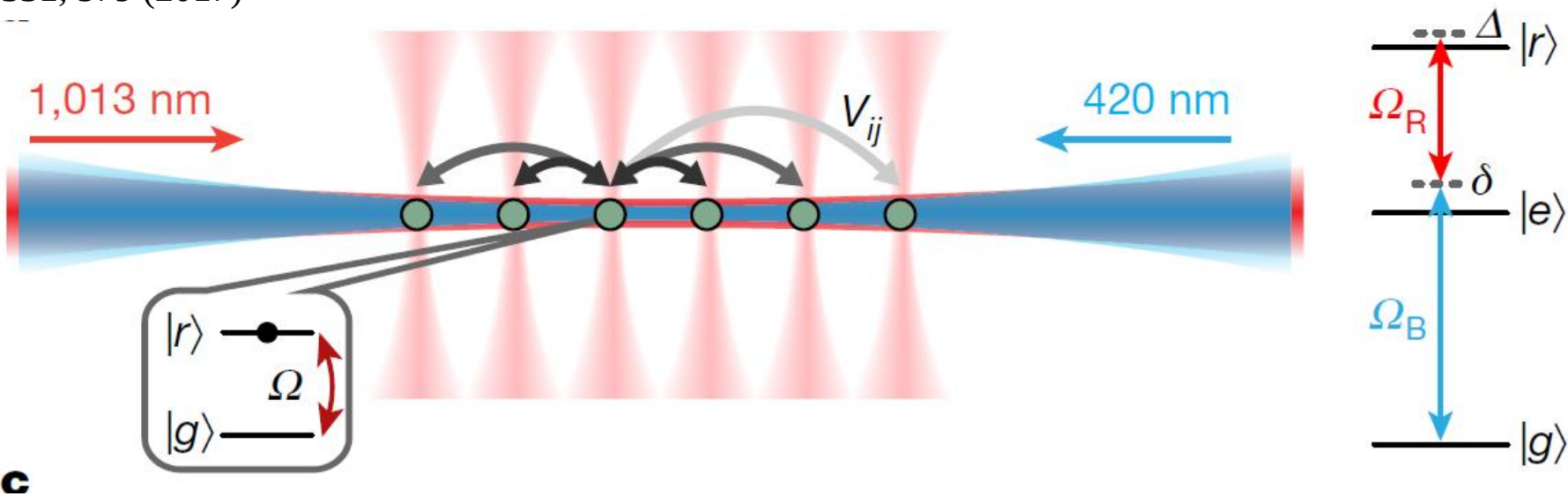
https://ocw.u-tokyo.ac.jp/lecture_files/11447/5/notes/ja/QEd_05_2_tomita.pdf

A Rydberg atoms quantum simulator

Bernien et al., Nature **551**, 579 (2017)

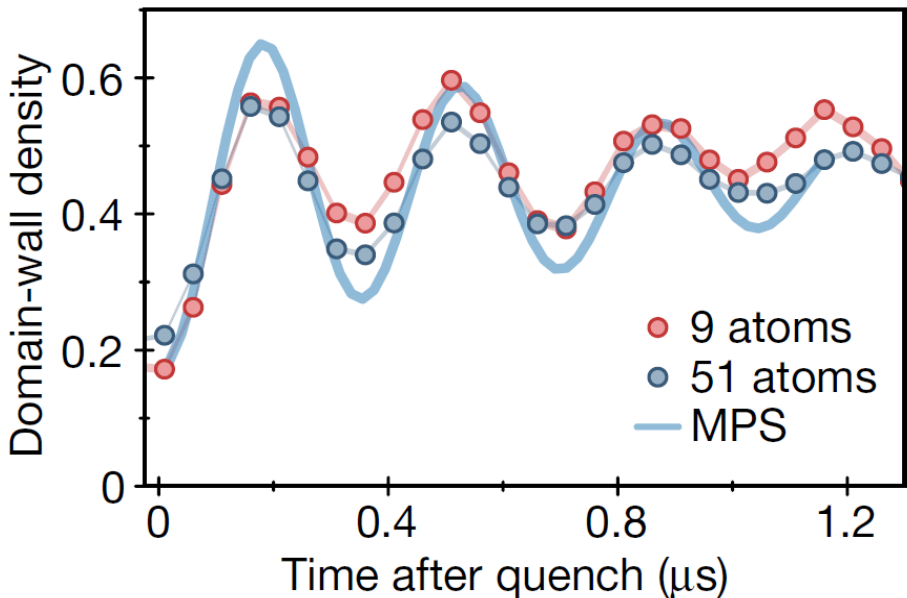
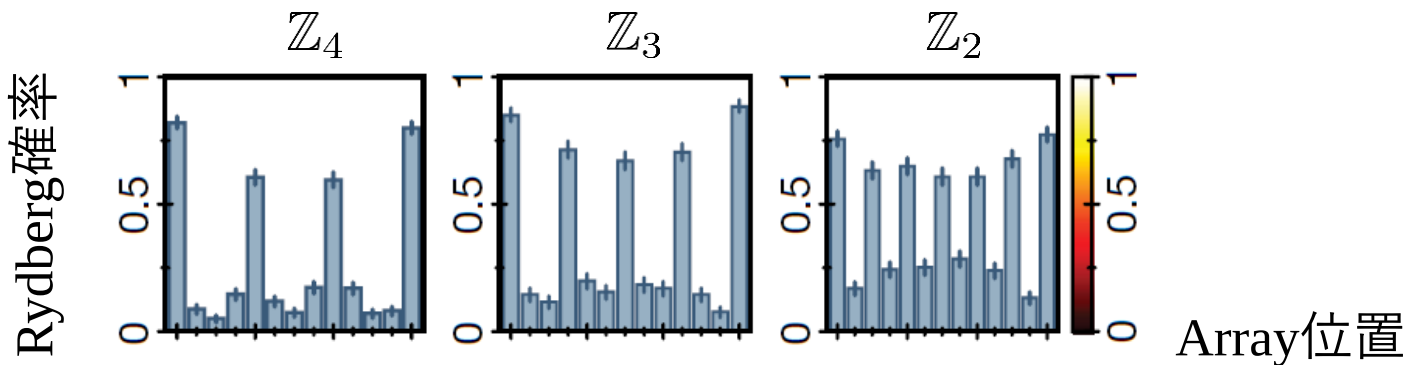
^{87}Rb
(atomic n. 37)

$|r\rangle = |70S_{1/2}\rangle$



$$\frac{\mathcal{H}}{\hbar} = \underbrace{\sum_i \frac{\Omega_i}{2} \sigma_x^i}_{\text{Rabi}} - \underbrace{\sum_i \Delta_i n_i}_{\text{detuning}} + \underbrace{\sum_{i < j} V_{ij} n_i n_j}_{\text{van der Waals相互作用}} \quad n_i = |r_i\rangle \langle r_i|$$

秩序条件を急激に変更した後のコヒーレント振動



R原子 基底, 励起状態: $|\circ\rangle, |\bullet\rangle$

Rabi振動: $|\circ\rangle \leftrightarrow |\bullet\rangle$

Rydberg blockade: $V \gg \hbar\Omega$

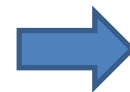
$|\mathbb{Z}_2\rangle \equiv |\bullet\circ\bullet\circ\cdots\rangle, |\mathbb{Z}_3\rangle \equiv |\bullet\circ\circ\bullet\circ\circ\cdots\rangle$

PXP 模型: $\mathcal{H}_{\text{PXP}} = \sum_i P_{i-1} \sigma_i^x P_{i+1}$

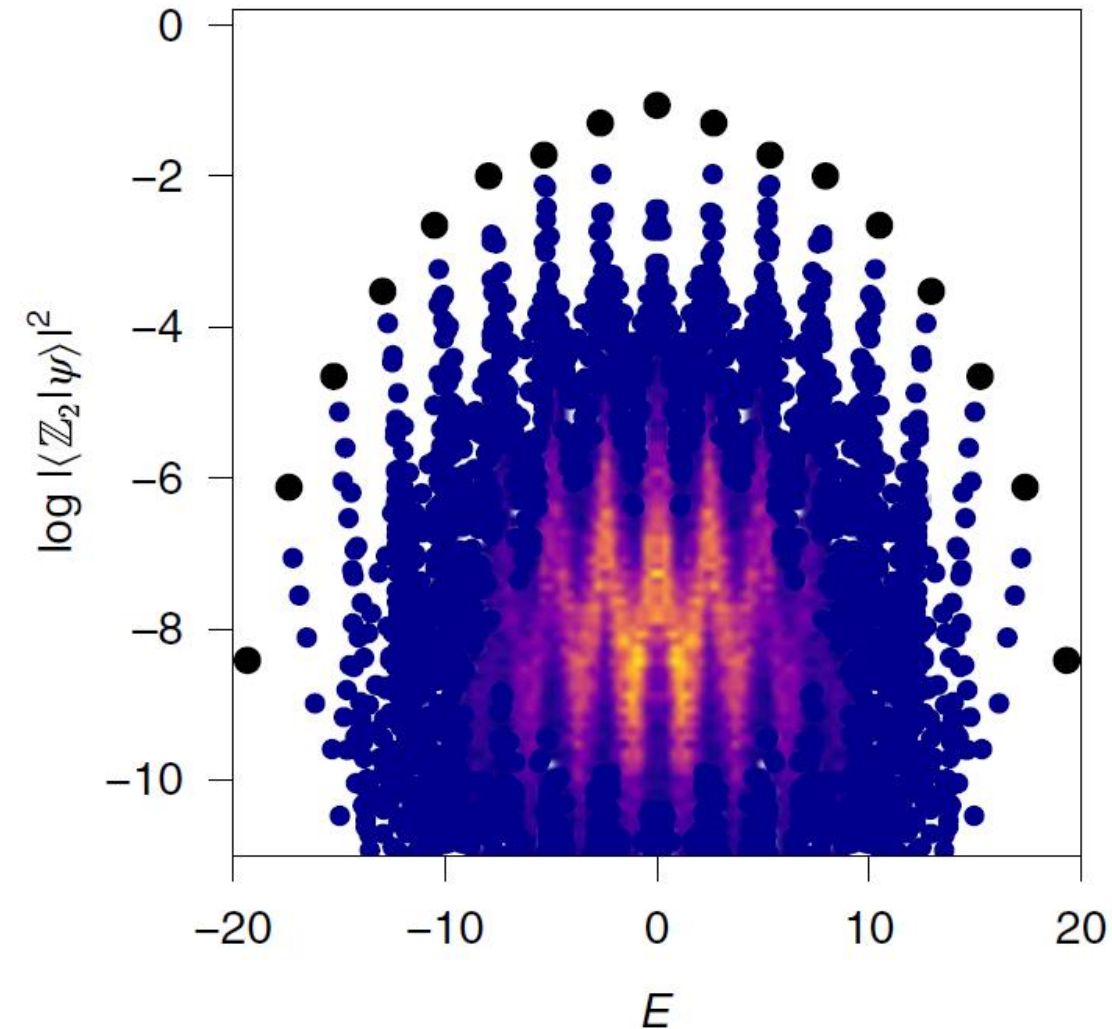
(Pauli x-matrix) $\sigma_i^x = |\circ\rangle_i \langle\bullet|_i + |\bullet\rangle_i \langle\circ|_i$

(相互作用 $\Rightarrow$ Rydberg blockade) $P_i = |\circ\rangle_i \langle\circ|_i$

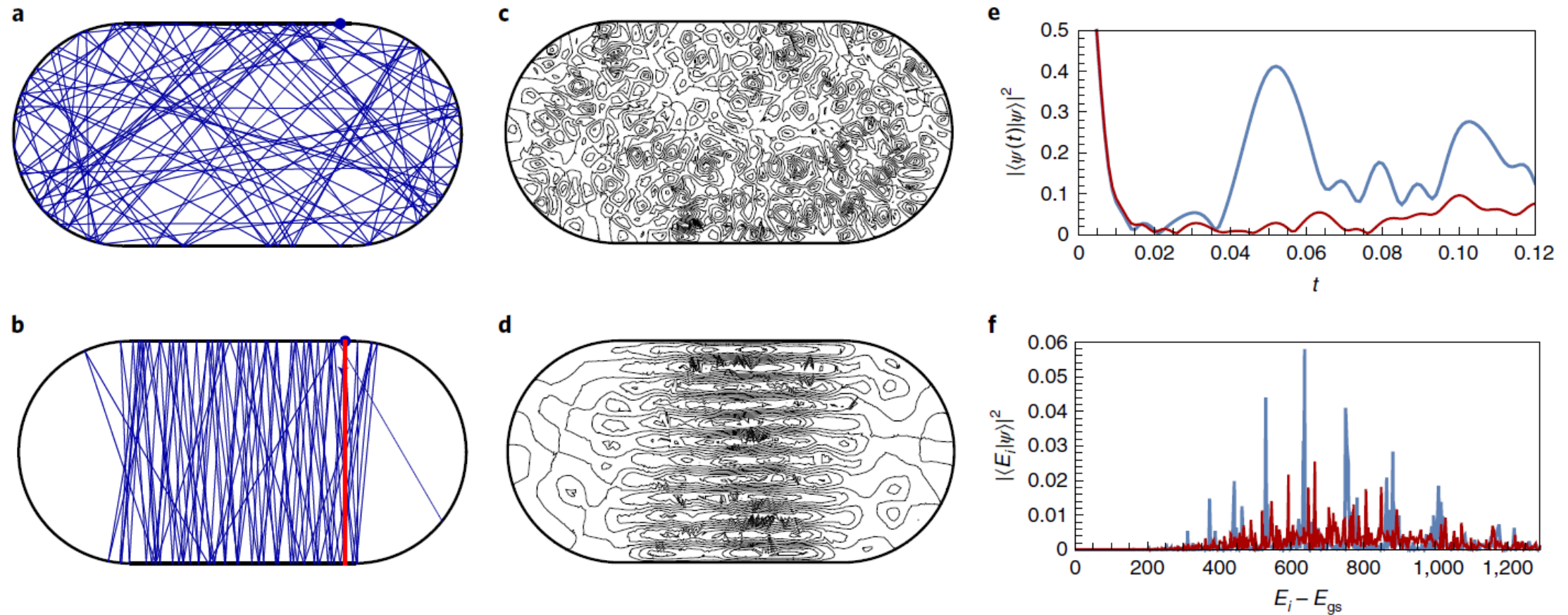
エネルギー固有状態は, 量子多体Scar状態で与えられている

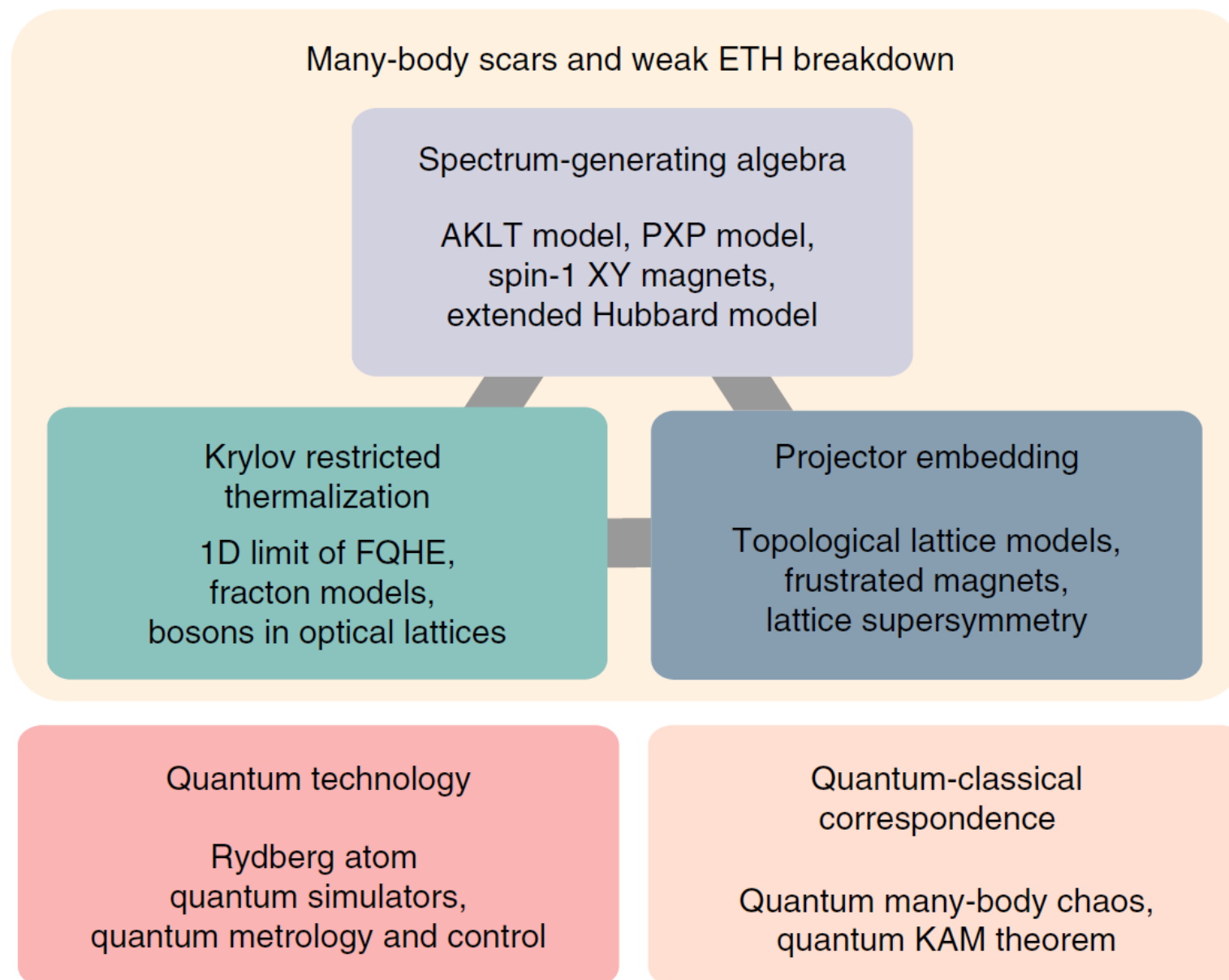


Eigenstate thermalization hypothesis (ETH)
の前提条件: 固有状態の分布はスムーズ
が満たされておらず, 弱く破れている



32原子のPXP模型で, エネルギー固有状態 ψ
に対して $\langle\mathbb{Z}_2|\psi\rangle$ を数値計算





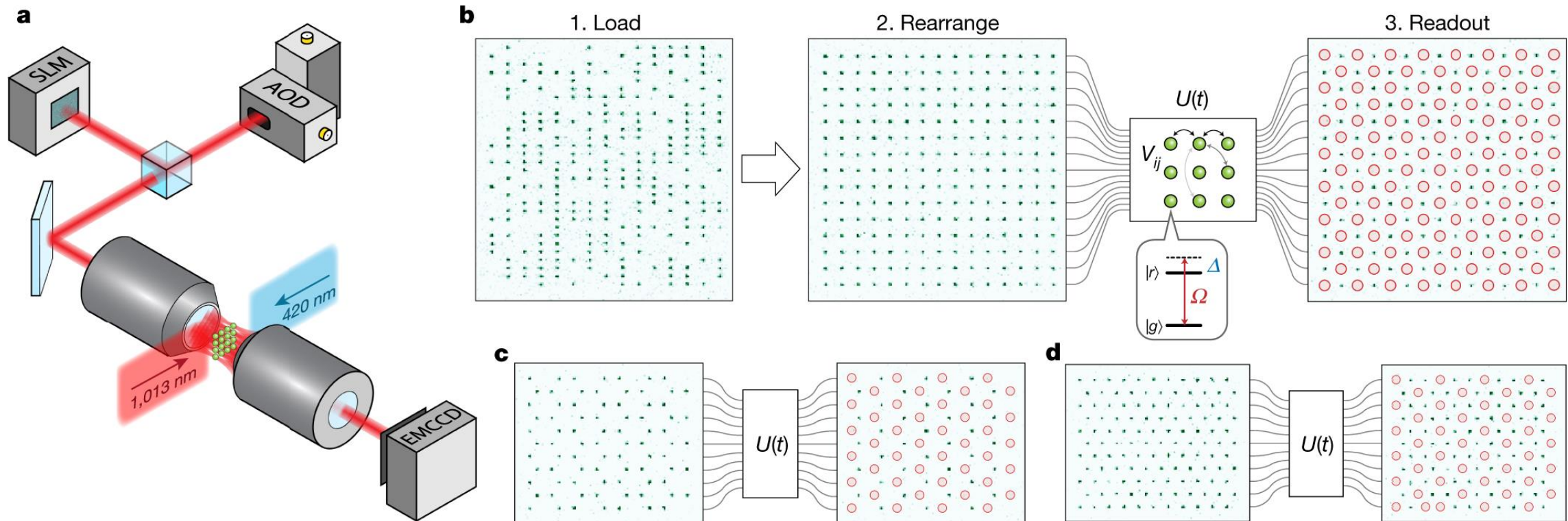
Commercial quantum simulator?



QuEra社 <https://www.quera.com/>

Ebadi et al., Nature **595**, 227 (2021).

Quantum phases of matter on a 256-atom programmable quantum simulator



Summary

1. 量子ドットによるマックスウェルの悪魔
2. 量子ドット熱機関
3. Rydberg原子量子シミュレーターの量子多体Scar状態
と多体コヒーレンス振動