

8.7 単電子効果と量子閉じ込め

本章の最後に、量子ドットを介して生じる単電子効果、0次元系への量子閉じ込め効果について調べよう。

8.7.1 単電子効果

量子ドットの伝導を考える際に、まず重要になるのが単電子効果である。これは、電磁氣的に孤立した系に電荷(電子)を付け加えることで有限の静電エネルギーが変化し、これによるエネルギー増加が温度揺らぎよりも大きい場合に電子の移動過程が禁止されるクーロンブロックード (Coulomb blockade) 効果を指す。ドットの静電エネルギーを、キャパシタ C で代表すると、電子1個の帯電エネルギーは $E_c = e^2/2C$ で、 C が小さければ大きな値を取り得る。前節で見たような現実の量子ドットでも、トンネル接合の障壁内は電子の波動関数振幅が極めて小さく、第1近似としては電子は電極内にいるか、ドット内にいるかの2種類と考えて良い。すなわち、量子ドットの電子数は整数値(離散的な値)を取り、キャパシタ近似は現実的と考えられる。従って、量子ドットを通した電気伝導の最も簡単な過程として、ドットの電子数を1増加させて減少させるもの、逆に1減少させてから増加させるものの2つが考えられる。

最も簡単な一定相互作用モデルを採ろう。ドット内のどの電子を対として取っても同じ定数のクーロン相互作用を行うとし、これを U とすると、 N 個の電子を含むドットのクーロン相互作用は

$$E_{cN} = {}_N C_2 U = \frac{N(N-1)U}{2} = \frac{U(N-1/2)^2}{2} - \frac{U}{8} \quad (8.59)$$

となる。 $N \rightarrow N+1$ の変化に伴うクーロンエネルギー変化は

$$\Delta E_+(N) = (N-1)U \quad (8.60)$$

となる。他のエネルギーをすべて無視すると、 $\Delta E_+(N)$ は N 番目の電子の電気化学ポテンシャルであり、(8.60)より、これは N に対して等間隔に並んでいる。

8.7.2 クーロン振動、クーロンダイヤモンド

N 個の電子に対する量子ドットの電気化学ポテンシャルを μ_N とすると、電極と平衡な状態の電子数を N_0 として、 $\mu_{N_0} < E_F < \mu_{N_0+1}$ である。 μ_{N_0} が E_F と一致する時、電子は電極からドットにトンネルで入り込み、また抜け出ることができるので、量子ドットを通した、ソース・ドレイン電圧 (V_{sd} がゼロ付近の電気伝導度 ($G(0)$) は有限値を取る。それ以外の場合、ポテンシャル E_F の電子がドットにトンネルする、あるいはドット内の、ポテンシャル μ_{N_0} の電子が電極にトンネルする過程にはいずれも余分な有限のエネルギーが必要となり、先に述べたクーロンブロックード効果によってトンネルが禁止される。図 8.26(a), (b) より、 $G(0)$ が有限となる条件は V_g に対して等間隔で現れるから、 $G(0)$ を測定しながら V_g を掃引すると、図 8.26(c) のように $G(0)$ のピークが等間隔に現れる。これをクーロン振動と呼ぶ。

一定相互作用モデルと同じことを図 8.27(a) のような簡単な回路モデルでやってみる。電子の電荷を $-e$ とする。

$$Q_1 + Q_2 = -eN, \quad Q_1 = CV_d, \quad Q_2 = C_g(V_d - V_g) \quad (8.61)$$

で、静電エネルギーは、

$$E = \frac{1}{2}CV_d^2 + \frac{1}{2}C_g(V_d - V_g)^2 \quad (8.62)$$

であるが、この内、第2項は、ゲート電極につないだ電源が、電圧0から V_g へ変化するまでに行った仕事を積分したものである。熱力学的にこのようなプロセスの進行・停止を考える際にはこのように外部から自動的に与えられるエネルギーを差し引いた残りであるエンタルピー (enthalpy) $H = U - PV$ を考える。 PV に対して第2項がこのように外部からのエネルギーに相当し、(8.61), (8.62) より

$$H(N, V_g) = \frac{(Ne - C_g V_g)^2}{2(C + C_g)} \quad (8.63)$$

となる。すなわち、図 8.27(b) のように、 N に応じてパラボラが並んでおり、その交点でクーロンピークが生じる。

次にゲート電圧をある位置に固定し、またドレイン電圧をゼロ電位に固定し、ソース電圧を掃引したとする。このような実験について、もっとも簡単なモデルを図 8.28 に示した。クーロンピークが生じる位置では、ソース・ドレインのフェルミ準位 E_F とドットの最上位化学ポテンシャル位置が一致しており、(a) と (c) ではドットの電子数が1だけ違っている。(b) の位置で V_g を止めると、 E_F 位置にドットの化学ポテンシャルがないため、電流はブロックされる。ソース電圧を上げ、従ってソースの E_F を下げると、(d) の点で一旦外れた (a) で伝導に使っていた化学ポテンシャル位置がソース・ドレインの E_F の間に入ってくるので、伝導が現れる。下げると、同様に (e) の点で (c) で伝導に使っていた化学ポテンシャル位置がソース・ドレイン間に入って伝導が現れる。結局黄色い平行四辺形の内部でクーロンブロックが生じ、外部では伝導が生じることになる。この平行四辺形をクーロンダイヤモンド

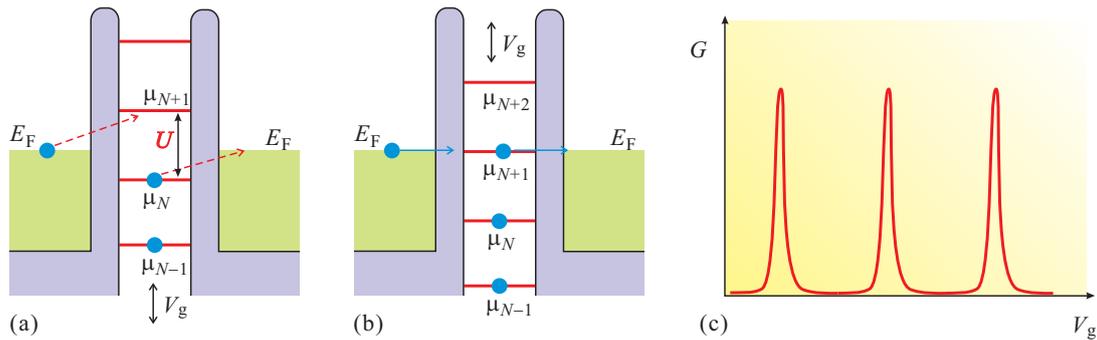


図 8.26 (a) 一定相互作用モデルを使って電気伝導を考える際の簡単な模式図。ドットの化学ポテンシャルは相互作用の大きさ U で等間隔に並ぶ。ソース・ドレインのフェルミ準位 E_F とこの等間隔ポテンシャルが一致していない時は、電子のトンネルに伴って有限なエネルギーが必要となり、トンネルは禁止される (クーロンブロック)。 (b) ゲート電圧 V_g によって離散的化学ポテンシャルがシフトし、そのどれかと E_F が一致するとトンネル、従って電気伝導が可能になる。 (c) (a), (b) の過程が繰り返される結果、 V_g に対して量子ドット伝導度 G は等間隔の鋭いピークの連なりとなる (クーロン振動)。

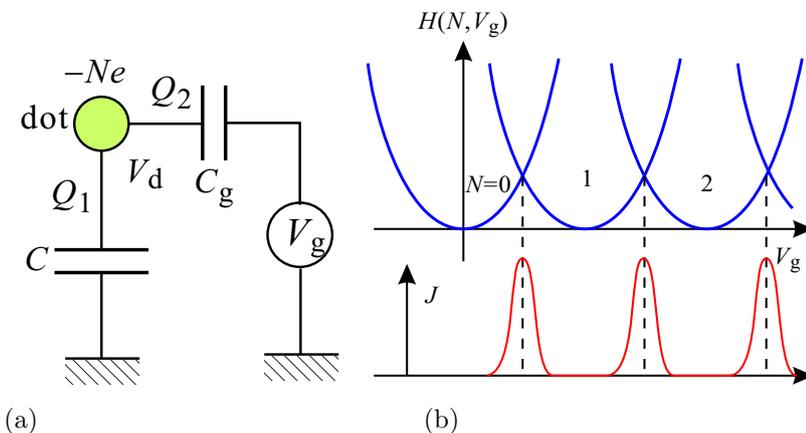


図 8.27 (a) 量子ドットを (自己) キャパシタンス C と、ゲートキャパシタンス C_g で表した、簡単な帯電効果のモデル。 (b) このモデルでの V_g に対するエンタルピー $H(N, V_g)$ の様子。

(Coulomb diamond) と呼んでいる*1.

図 8.29 にクーロンドiamondの実測例をカラープロットで示した。ダイヤモンドの大きさが不揃いなのは、主に次に述べる量子閉じ込めによる軌道エネルギー離散化の効果である。また、 V_g に対して大きさが単調に変化しているが、これは回路的には主に V_g によりドットの大きさが変化しており、有効な静電容量が単調に変化することによるものである。いずれも「主に」と断ったように、この他にも様々な効果がダイヤモンドの大きさを決める。逆にダイヤモンドの大きさその他細かな測定結果から量子ドットの様々な物理的性質を調べることができる [2].

ダイヤモンドの外側に、筋状の構造が見えているのは、ドット内の量子閉じ込め準位離散化(次節)によるものである。また、この構造のオーバーラップによってはっきりしなくなっているが、可能な化学ポテンシャル準位の増加によっても外側にもタイル状にダイヤモンドが現れ、これはクーロン階段 (Coulomb staircase) 構造と呼ばれている。実験で見えているダイヤモンドは、図 8.28 と違って、縦の境界が垂直ではなく傾いている。これは、ソースに加えた電圧が、ソースとドットとの間のキャパシタンスを通じてドットの電位にも影響を与えているためである。

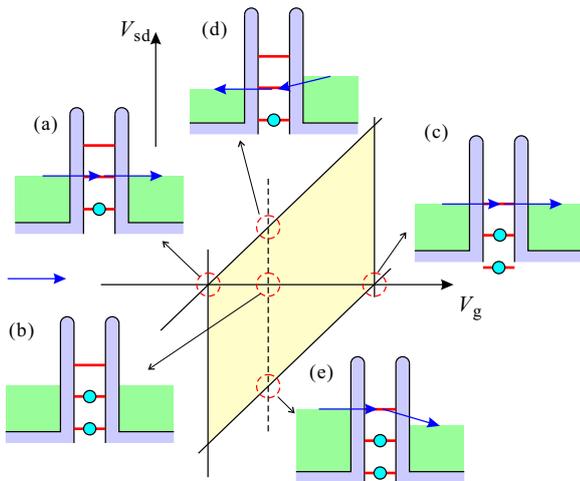


図 8.28 クーロンドiamondの簡単な説明。ソースのみにバイアス電圧を加えた場合。黄色く着色した部分がクーロンドiamond (クーロンブロックされた領域)。 (a), (c) ゼロバイアスで、ゲート電圧によりドットの化学ポテンシャルを調整することで、伝導が生じる。 (b) では、上記の共鳴条件からずれているため、クーロンブロックにより伝導は生じない。しかし、ソースにバイアスを加えると、(d) では (a) と同じ化学ポテンシャル位置を使って、(e) では (c) と同じ位置を使って伝導が生じる。結局黄色く着色した部分で伝導が禁止される。

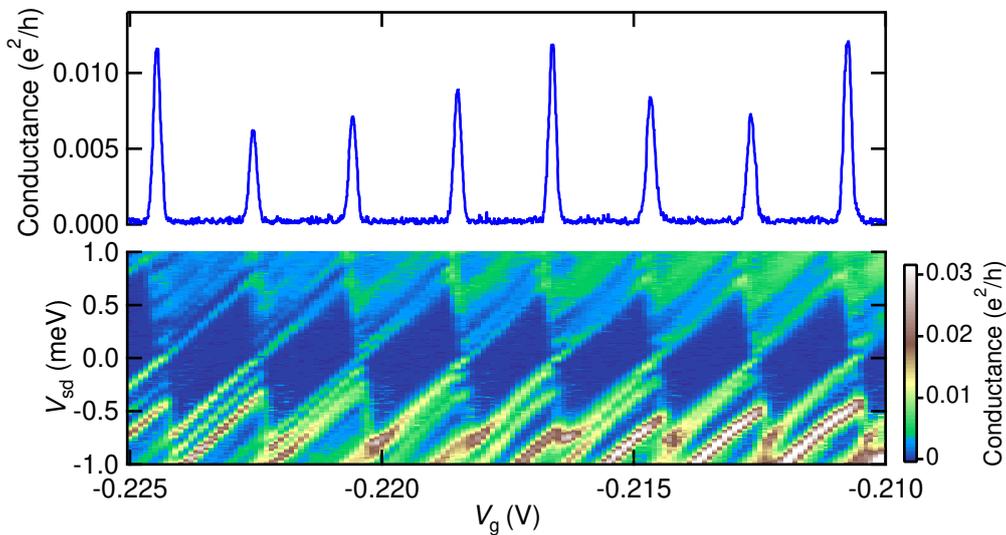


図 8.29 ヘテロ接合から作製した量子ドット伝導に現れたクーロンドiamond構造。横軸はゲート電圧 (V_g)。上図は零バイアス伝導度でクーロン振動が現れている。下図は V_g - V_{sd} 平面に伝導度をカラープロットしたもので、ダイヤモンド構造が生じている。ダイヤモンドの外側に見える筋状の構造は、励起状態を通した伝導によって生じている。

*1 平行四辺形 (parallelogram) なのに菱形 (diamond) とは変だ、と思われたであろうが、対称な電源配置で対称形の場合には菱形になることから来ている。

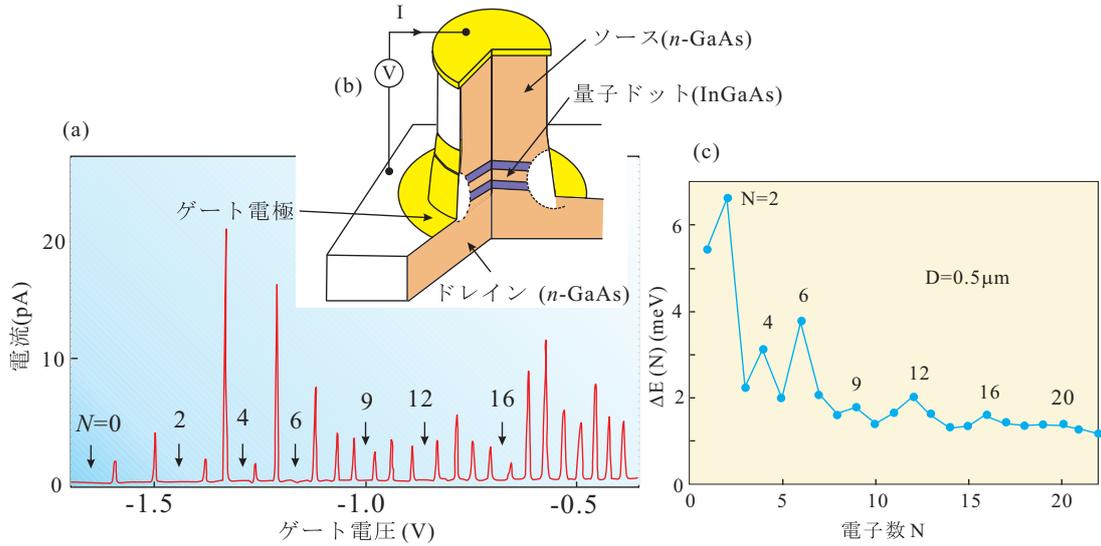


図 8.30 縦型量子ドット (構造模式図は (a) の挿入図) のクーロン振動. (a) ゲート電圧に対してドットの電流をプロットしたもので, $N = 0$ と記された所より負電圧側ではクーロンピークは生じない. (b) 電子数に対してクーロンピーク間隔をプロットした. データは, 文献 [?] より.

8.7.3 量子閉じ込め

次に, 閉じ込めによる軌道エネルギーの離散化が無視できない場合を考えよう. 軌道エネルギー最低準位から数えて i 番目の 1 電子準位 (縮退準位はそれぞれすべて縮重分の数の準位として数える) エネルギーを ϵ_i とする. N に関係のない項を無視すると, エンタルピー H は,

$$H(N) = \frac{(Ne - C_g V_g)^2}{2C_s} + \epsilon_N \quad (8.64)$$

であり, パラボラの交差点は

$$\begin{aligned} \Delta H(N, N+1) &= H(N+1) - H(N) = \frac{e}{C_s} \left\{ \left(N + \frac{1}{2} \right) e - C_g V_g \right\} + \Delta \epsilon_N \quad \Delta \epsilon_N \equiv \epsilon_{N+1} - \epsilon_N \\ V_{gX}(N, N+1) &= \frac{1}{C_g} \left\{ \left(N + \frac{1}{2} \right) e + \frac{C_s}{e} \Delta \epsilon_N \right\}. \end{aligned} \quad (8.65)$$

であるから, 式 (8.65) と比べ, クーロン・ピーク位置が $\Delta \epsilon_N$ に比例してシフトする. これにより量子ドット中のエネルギー準位分光を行うことができる. これを 付加エネルギー分光 (addition energy spectroscopy) と呼ぶ. 縮退があるとき $\Delta \epsilon_N = 0$ であり, スピン (Kramers) 縮退位置がわかれば, これを元に定量的な分光ができる.

2次元の調和振動子閉じ込めポテンシャルを実現した有名な例を示そう. この実験では, 2次元的な量子井戸を障壁層で挟み, 上下の金属的にドーパした層をソース・ドレイン電極としている. 上下方向は強く閉じ込められており, この方向の励起状態は考えなくて良い. 図 8.30(a) がクーロン振動で, と記されたピークを最後にそれより負側の V_g ではピークが現れない. これは量子ドット中に電子がいなくなったことを示す. この領域を電子数ゼロとして, ピークごとに電子数が 1 増えることからドット内電子数を正確に決めることができる.

2次元調和振動子を復習しておく, 2次元面が xy 平面となるように座標軸を取り, 面内の閉じ込めポテンシャル $V(x, y)$ と離散エネルギー固有値は, ω_0 を閉じ込め強さを表すパラメタとして

$$V(x, y) = \frac{m\omega_0^2}{2}(x^2 + y^2), \quad E_{n_h} = \hbar\omega(n_h + 1) \quad (n_h = 0, 1, 2, \dots) \quad (8.66)$$

と等間隔準位が得られる. 等方的ポテンシャルの束縛固有状態は, 角運動量量子数 l と動径方向運動の量子数 n_r で指数付けすることができ, 上の場合, $n_h = 2n_r + |l|$ である. n_h に対して (n_r, l) の可能な組み合わせは $n_h + 1$ だけあるので, E_{n_h} はスピンを考えると $2(n_h + 1)$ 重に縮退している.

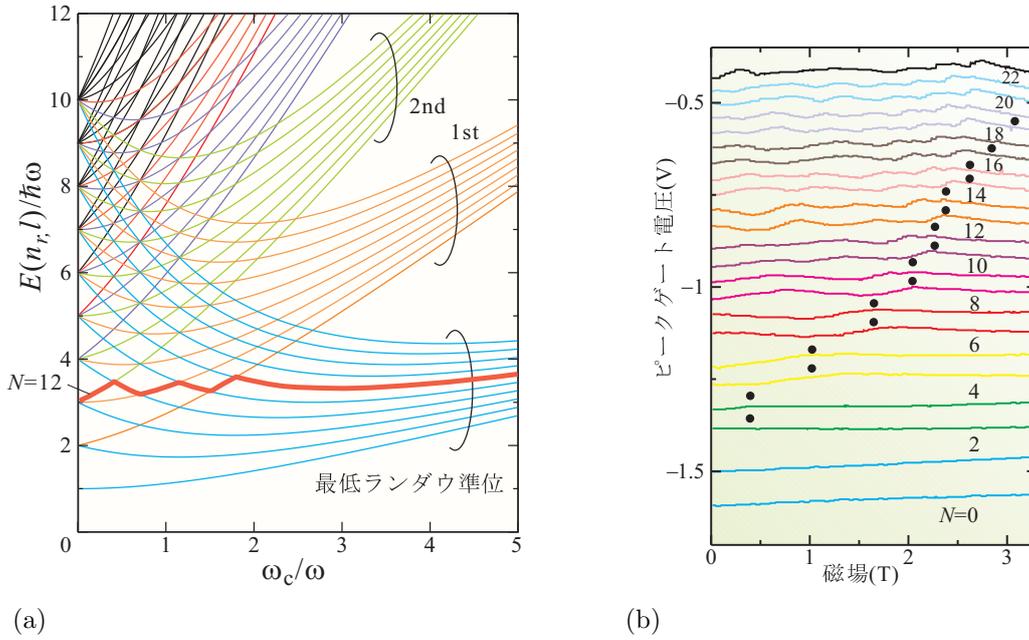


図 8.31 (a) フォック-ダーウィン状態エネルギーを、零磁場で 10 番目の状態までについて磁場の関数として描いたもの。高磁場でランダウ準位へと収束する。収束先の準位によって色分けされている。赤く太い線は、電子数 $N = 12$ の基底状態が取るエネルギーをトレースしたもの。(b) 図 8.30 の量子ドットに垂直磁場を加えてクーロンピーク位置の動きを調べた結果。黒丸で示したのは、ジグザグ振動の最後のピーク位置を表す式 (8.69) を使い、 $N = 3 \sim 6$ のピーク位置に合うように ω を決めて計算した位置。

図 8.30(a) の最も簡単な解析としてピーク間隔を電子数 N に対して図 8.30(b) にプロットした。 $N = 2, 6, 12$ の所に明瞭なピークが現れている。これは、 $\sum_{j=0}^{n_h} 2(n_h + 1) = (n_h + 1)(n_h + 2)$ の電子数で殻構造を取ることを反映している。ピークが周囲よりも高くなっている分が、 n_h が 1 つ変化する際の軌道エネルギーの変化分 $\hbar\omega_0$ に相当し、皆同じ高さになるはずだが、実際には主に一定相互作用モデルの誤差を反映して N と共に小さくなっている。更にこれらのやや高いピークの丁度中間 $N = (n_h + 2)^2$ (4.9) にも小さいながらピーク構造が見られる。これは、縮退準位がある時に、相関によって同じ向きのスピンを持った電子がそれぞれの準位を 1 個ずつ占めていく方がエネルギーが下がる、というフントの規則が現れたものである。このように、ポテンシャルや電子数の情報を押さえた上で実験を行えることから、量子ドットを人工原子と呼ぶこともある。

この系に 2 次元面に垂直な磁場を加えてみる。ゼーマン効果はしばらくは無視しよう。磁場の軌道に対する効果は角運動量 l と磁場の内積と、サイクロトロン運動による 2 次元調和振動子閉じ込めとして現れ、後者により有効閉じ込めポテンシャルは

$$V_{\text{eff}}(x, y) = \frac{m\Omega^2}{2}(x^2 + y^2), \quad \Omega \equiv \sqrt{\omega_0^2 + (\omega_c/2)^2} \quad (8.67)$$

と変化する。 ω_c はサイクロトロン角振動数で、磁束密度 B に対して $\omega_c = eB/m$ である。 (n_r, l) に対応する固有エネルギーは、

$$E(n_r, l) = \hbar\Omega(2n_r + |l| + 1) + \hbar\omega_c l/2 \quad (8.68)$$

となるので、一般の磁場では軌道縮退は解けて、角運動量によって準位が分裂する。(8.68) に属する状態をフォック-ダーウィン状態と呼ぶ。(8.68) は磁場に対して図 8.31(a) のように変化し、 $B \rightarrow \infty$ で $n_L \equiv n_r + (|l| + l)/2$ と置くと、 $E(n_r, l) = \hbar\omega_c(n_L + 1/2)$ と、ランダウ量子化準位に収束する。

図 8.31(a) のように準位位置は磁場で上下し、沢山の準位交差が生じる。電子数が定まっている場合、エネルギーの低い準位から順に電子を詰めていったものが基底状態となるから、軌道エネルギーは磁場に対して交差点で折れ曲がり、ジグザグ状に変化する。図 8.31(a) に $N = 12$ の場合について太い線で示した。このジグザグ運動は、電子がすべて最低ランダウ準位へと収束する準位に収納されたところで終わる。言い換えると最後の交差点は強磁場極限で

最低ランダウ準位に N 個まで電子を詰めた準位を表す線と, $(n_r, l) = (0, 1)$ の線との交点である. 前者は (ゼーマン分裂を無視しているので) スピン縮退により, $(n_r, l) = (0, -\text{int}(N/2))$ ($\text{int}(x)$ は x 以下の最大整数) である. この条件は

$$2\hbar\Omega + \hbar\omega_c/2 = \hbar\Omega(\text{int}(N/2) + 1) - \hbar\omega_c\text{int}(N/2)/2$$

$$\therefore \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 = \text{int}(N/2) - 2 + \frac{1}{\text{int}(N/2)} \quad (8.69)$$

で与えられる. N が大きくなると上式の最終項は無視できるから, N に対してクーロンピークがほぼ等間隔に並んでいるとすると, ジグザグ運動の終端点は磁場に対して放物線的に動くように見えるはずであり, 図 8.31(b) には実際にそのような様子が見られる. $N = 3 \sim 6$ のピークに合うように ω を決めて, その他の N に対して予想される終端位置に黒丸を打って見ると, 図のように, $N = 14$ 付近まではかなり良い一致をしていることがわかる.

8.8 量子ドットと量子回路

次に, 量子ドットを量子細線で結合した量子回路について見ていこう. この時, 量子ドットが伝導度に及ぼす影響は, 透過確率と位相シフトを通してであり, これは共鳴散乱の特性である. そして, 単電子効果は共鳴散乱の化学ポテンシャル位置に対して影響を及ぼしている. そこで, 単電子効果はいったん無視をし, 量子ドットを純粋に共鳴器として扱うことがもっとも簡単な近似である.

8.8.1 量子ドットと散乱実験

メゾスコピック系の電気伝導実験は, 固体中の散乱実験の一種と見ることができる, と述べた. このことが如実に現れるのが量子ドット量子回路においてである. 例えば, 電子線を原子に散乱させる実験を行うと, 入射波の連続的な状態と, 原子の離散的準位軌道との間でファノ効果 (Fano effect) が生じるが, 同じ効果を量子ドット量子回路でも調べることができる.

ファノ効果は, 入射波と散乱波が干渉して全体の波の透過率が決まる一方, 散乱波は離散的準位軌道による共鳴散乱によって位相シフトが急激に π だけ変化することから, 透過スペクトルに特徴的な反共鳴を含む歪みが生じる効果を言う. より具体的には, 透過率のエネルギー依存性は,

$$T(\tilde{\epsilon}) \propto \frac{(\tilde{\epsilon} + q)^2}{\tilde{\epsilon}^2 + 1}, \quad \tilde{\epsilon} \equiv \frac{E - E_0}{\Gamma} \quad (8.70)$$

で良く近似される. q はファノ・パラメタと呼ばれ, q の絶対値が大きいほど線形の非対称性が大きく, q の符号によって歪む「向き」が変わる. $q = 0$ では対称なディップ形状となる.

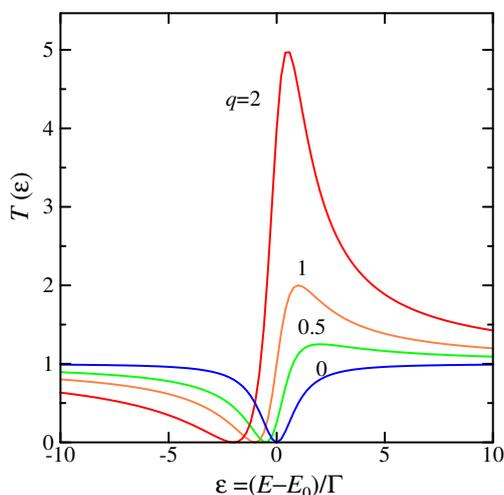


図 8.32 ファノ共鳴に現れる共鳴線形

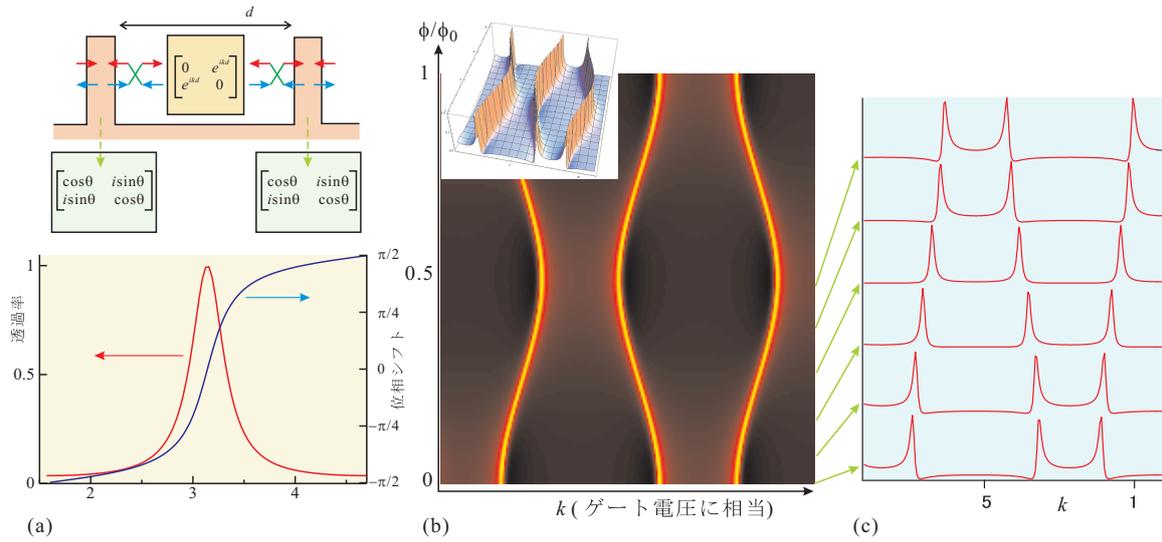


図 8.33 (a) 上：2重障壁モデル。下：量子ドット透過率(赤線)と位相シフト(青線)。 k は、ゲート電圧に相当。障壁の反射率は0.7。(b) 右上挿入図の AB リング + 量子ドット系の伝導度を k (ゲート電圧相当) とリングを貫く磁束 ϕ に対してカラープロットしたもの。黒→赤→黄の順に伝導度が高くなる。図??(a)の AB リングモデルの S_w を(a)で得られた S 行列に置換し、 S_{AB} に有限反射率を導入したモデルで計算した。ドットの反射率は、0.7、反対側の「参照腕」の反射率は0.82に設定した。(c)(b)の透過率を $\phi/\phi_0 = 0, 0.01, 0.19, 0.29, 0.38, 0.48$ について、それぞれ k の関数として下から順にプロットした。

ここでは、ファノ効果透過形状の導出などは行わない [2]。が、等価なことを量子ドット系でモデル化し、数値計算に乗せる手立てを考えよう。「連続状態」として量子細線の1次元バンド、「離散状態」として量子ドット中の量子閉じ込みによる離散準位を対応させる。入射波と散乱波とを干渉させなければならないので、入射波を二手に分けて一方を量子ドットを通し、他方をそのまま透過させて量子ドット経由後に干渉させる構造とする。このために、AB リングの片方に量子ドットを経由する経路を採用する。量子ドットは共鳴器として扱い、1次元の2重障壁とする。これはすでに T 行列を用いて扱ったが、ここでは、S 行列を用いて図 8.33 のようなモデルを考えよう。すなわち、障壁およびドット内部の S 行列として

$$S_b = \begin{pmatrix} \cos \theta & i \sin \theta \\ i \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad S_d = \begin{pmatrix} 0 & e^{ikd} \\ e^{ikd} & 0 \end{pmatrix} \quad (8.71)$$

を採用する。 k は波数、従って運動エネルギーを代表しているの、ゲート電圧に相当すると考えてよい。このモデルについて、T 行列での計算と同じであるが、合成 S 行列を計算して k に対する透過率と位相シフトを数値計算すると、図 8.33(a) のようになり、共鳴伝導ピークのところで位相が π だけ回っていることがわかる。これは、共鳴現象には共通の変化である。共鳴とは複素平面上で $\text{Re}(z) < 0$ に極があるような応答を表し、実軸上からこの極を望む角は、 $-\pi/2$ から $\pi/2$ と変化することから π シフトが直感的に理解される。

次に、AB リング部分を S 行列で表す。三叉路部分の S 行列を対称に取り、

$$S_t = \begin{pmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/2 & -1/2 \\ -1/\sqrt{2} & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad (8.72)$$

とする。AB 位相については、片側の経路に

$$S_{AB} = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\theta_{AB}} \\ e^{-i\theta_{AB}} & 0 \end{pmatrix}, \quad \theta \equiv 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} = \frac{e}{\hbar} \phi \quad (\phi \text{ はリングを貫く磁束。}) \quad (8.73)$$

という S 行列で表される導体を挿入することで導入する。反対側の経路に、(8.71) で表される量子ドットを挿入する。計算される透過率は式としては複雑な形をしているが、数値計算をしてみると、図 8.33(b), (c) に示したように、ファノ効果が現れている。

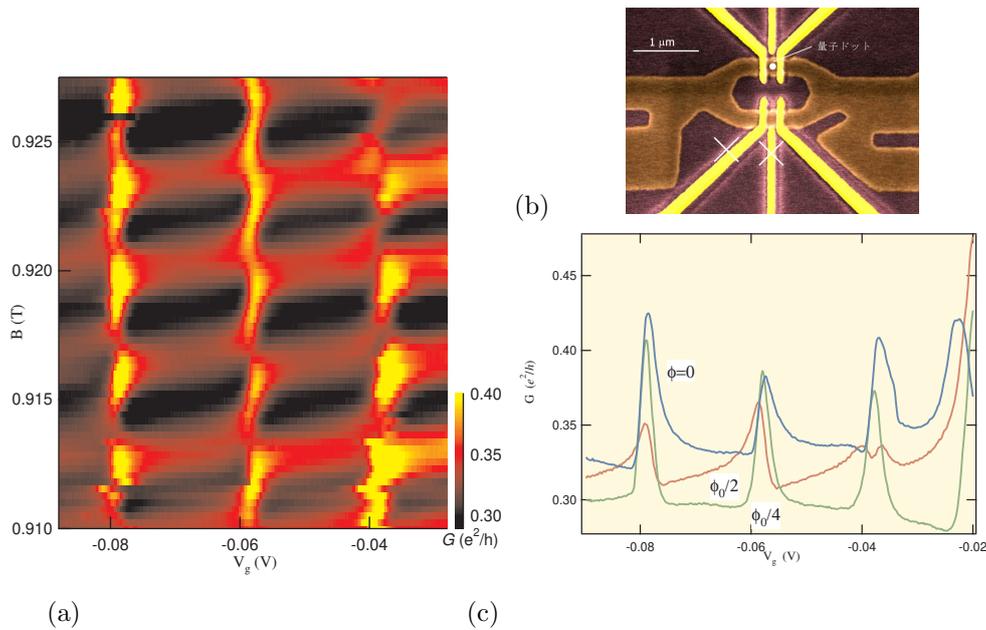


図 8.34 (a) AB リングに量子ドットを埋め込んだ構造で測定した伝導度をゲート電圧と磁場との関数としてカラープロットしたもの. (b) 実験に使用した試料の電子顕微鏡写真. ×印をつけたゲートはこの実験では使用していない. (c) 3つの代表的な磁場におけるクーロン振動を示した. 基準のデータについて $\phi = 0$ とした [1].

更に、このファノ効果の歪の方向 ((8.70) のパラメタ q) が (c) に示したように磁束量子 ϕ_0 周期で変化している。このことは、透過線形に現れている歪が干渉波の相対位相に依存していることを示しており、図 8.33(a) に現れた共鳴位置での急激な π 位相シフト変化を反映しているものであることがわかる。

図 8.34 に実際の実験結果を示している。ファノ線形と、ファノパラメタ (歪の方向) が AB リングを貫く磁束に対して期待したように変化していることがわかる。

8.8.2 量子ドットと近藤効果

電極の多体系と量子ドットとの相互作用がもたらす現象として、もう1つ近藤効果を取り上げる。ただし、時間の関係で詳細は略す。付録 G に、これも簡単なものだが、7年前に低温物理学で紹介した際のノートを再録したものを付けておく。低温ではほとんどの自由度が死んでしまい、伝導体は何も残らない空洞になるわけである (電子の「導波管」はマイクロ波の導波管同様、空洞でもあることになる) が、フェルミ準位上で縮退がある場合は例外となる。金属のフェルミ球自身もその例外であるが、ここにもう1つの縮退自由度が存在し、この縮退自由度とフェルミ面の電子の自由度との間に量子もつれ (quantum entanglement) が生じると、近藤効果 (Kondo effect) が生じる。「縮退自由度」として最も考えやすいのが時間反転対称性によって生じるクラマース縮退、すなわちスピンの縮退であり、このため、電子数が奇数個の量子ドットが実験に適している。

近藤効果は初めは磁性不純物が存在する金属の低温での抵抗上昇として問題になり、近藤淳がこれに理論的解答を与えたが、この際に2次の摂動項に発散を発見した。これは近藤問題 (Kondo problem) として、固体物理の枠を超える物理学の大問題となった。この解決のために、アンダーソン不純物モデルが提出され、繰り込み群理論 (renormalization group theory) が開発され発達した。素粒子論のクォーク閉じ込め問題に適用されて漸近的自由 (近藤効果の低温強結合化の逆側のフローに相当) の概念とともに、量子色力学の成立に寄与するなど非常に大きな世界の扉を開くものとなった。

付録 G に示したように、量子ドット系の近藤効果とは一口に言って縮退局在系とフェルミ面との多体共鳴効果により、トンネルハミルトニアン H_T の効果が異常増大することである。量子ドットの場合、 H_T が表す過程は、物理的にはドットを通して電子が透過することを表している。従って、 H_T の効果が増大することは伝導度が増大するこ

とを表す。ここで、2重障壁とのアナロジーを思い出すと、近藤多体共鳴によってドットを通した伝導は異常増大し、クーロンブロッケードによって本来の伝導度が非常に小さくなっている場合でも最終的な透過率は1(ユニタリ)になる。この場合の伝導度は、次節の Landauer の公式の所で述べるように $2e^2/h$ とユニバーサルな値になる。

近藤効果に非常に特徴的なのは、それがフェルミ面で生じているため、常にフェルミ面と共鳴状態にあると言うことである。従って、最も単純には電子数奇数のクーロンの谷においては伝導度は近藤効果のユニタリ極限により $2e^2/h$ となり、偶数の谷ではクーロンブロッケードにより0となる。図 8.35 に、以上の考察から考えられる伝導度の振舞いと、実際に量子ドットで測定された近藤効果の様子を示した。

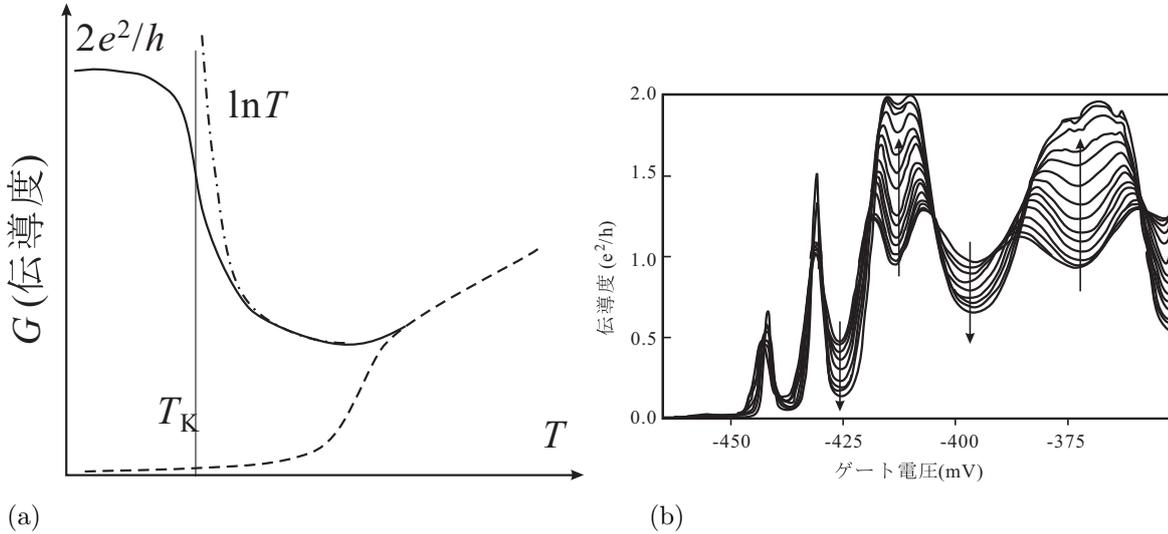


図 8.35 (a) 量子ドットで近藤効果が生じたときのドットを通した電気伝導度を温度の関数として模式的に描いたもの。実線がドットの電子数が奇数の場合で近藤効果が生じて温度低下と共に伝導度が $\ln T$ に比例して上昇し、 T_K より下がると飽和し、ユニタリ極限 ($2e^2/h$) に達する。電子数が偶数の場合は伝導度はクーロンブロッケードによりゼロとなる(破線)。(b) 量子ドットの実験に現れた近藤効果。矢印は温度低下を表し、電子数奇数の谷では低下と共に伝導度は増加、偶数の谷では逆が生じていることがわかる。

付録 8C：近藤効果

不純物アンダーソンモデルで、電子がドット内に1個だけいる状態 ($n = 1$) が基底状態になっている状態を考える。この時、ドットはスピン 1/2 を持ち、一種の磁性不純物と捉えることができる。電子1個を外部からドットに付け加える際に必要な余分なエネルギーを ΔE^+ 、取り除く方を ΔE^- とする。

$$\Delta E^+ = \mu_2 - \mu = \epsilon_0 + U - \mu, \quad \Delta E^- = \mu - \mu_1 = \mu - \epsilon_0 \quad (8C.1)$$

である。これらのエネルギー差から、不確定性関係から許される時間 $\hbar/\Delta E^\pm$ 程度は、このような励起状態が存在可能であり、これを中間状態とする H_T の2次過程によるトンネルは可能である。その振幅は

$$\frac{-\gamma_L^* \gamma_R}{\Delta E^-}, \quad \frac{\gamma_L^* \gamma_R}{\Delta E^+} \quad (8C.2)$$

となる。このような高次のトンネル過程を同時トンネル (co-tunneling) 現象と呼ぶ。近藤効果は、この同時トンネルによるトンネル確率振幅が異常増大する現象と捉えることもできる。

まず、ハミルトニアン

$$H = H_{\text{leads}} + H_{\text{dot}} + H_T \quad (8C.3)$$

に対して、次のユニタリ変換を考える。

$$\begin{cases} c_{k\sigma} = (\gamma_L^* c_{L,k\sigma} + \gamma_R^* c_{R,k\sigma})/\gamma \\ \bar{c}_{k\sigma} = (-\gamma_R c_{L,k\sigma} + \gamma_L c_{R,k\sigma})/\gamma \end{cases}, \quad \gamma^2 \equiv \gamma_L^2 + \gamma_R^2 \quad (8C.4)$$

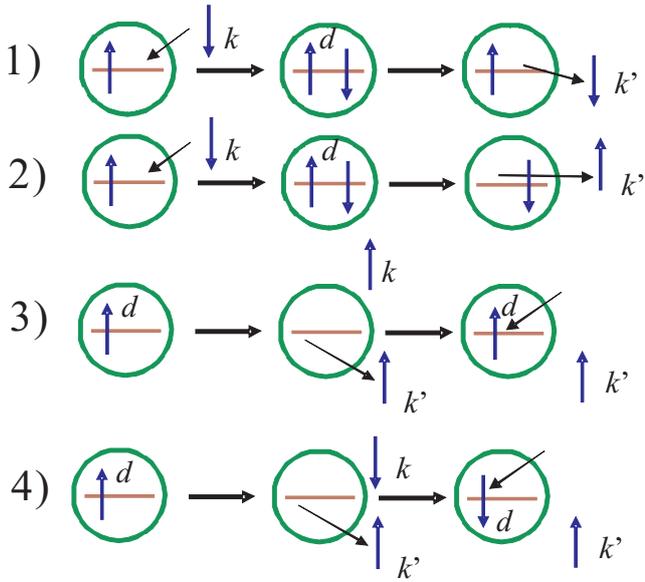


図 8C.1 初期状態としてドット中に上向きスピ
電子がいた場合に考え得る 2 次のトンネルプロセ
ス. これら 1)~4) は式 (8C.8), (8C.9) の 1)~4)
に相当する.

この時, トンネルハミルトニアンは

$$\begin{aligned}
 H_T &= \sum_{k,\sigma} [(\gamma_L c_{L,k\sigma}^\dagger + \gamma_R c_{R,k\sigma}^\dagger) d_\sigma + \text{h.c.}] \\
 &= \sum_{k,\sigma} [\gamma c_{k\sigma}^\dagger d_\sigma + \text{h.c.}]
 \end{aligned}
 \tag{8C.5}$$

となり, $\bar{c}_{k\sigma}$ はドットとの結合に関係しないので無視することができる. 結局この変換をすることで, 2つの電極を考え, 左右電極からの電子のトンネルを独立に考えていたのを, 1つの演算子にまとめてしまい, 「フェルミ面を持つ系とドットとの電子のやりとり」という描像に繰り込んだことになる. 左右リードを持つ量子ドットと, 金属中の磁性不純物というかなり大きく異なる系であったが, この変換により少なくとも形式的には同じになったことになる*2. 書き換えた不純物 Anderson 模型をもう一度書き下すと

$$H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_{\sigma} \epsilon_d d_\sigma^\dagger d_\sigma + \sum_{k\sigma} (\gamma c_{k\sigma}^\dagger d_\sigma + \text{h.c.}) + U d_\uparrow^\dagger d_\uparrow d_\downarrow^\dagger d_\downarrow
 \tag{8C.6}$$

である. 基底状態でドット中に電子が 1 個だけ存在する条件は

$$\epsilon_d < E_F < \epsilon_d + U
 \tag{8C.7}$$

である. この条件下で, 電極の伝導電子 (s 電子) とドットの電子 (d 電子) との相互作用項 (V_{kd} の入った第 3 項) を摂動として取り扱おう. 1 次摂動はドットの電子数を変えてしまうために存在せず, 2 次摂動, すなわち co-tunneling 過程を考える.

ドットの電子がスピン \uparrow を持っている状態 (ψ_\uparrow と書く) に対する摂動過程は, 次の 4 つが考えられる (Pauli 原理により最初の電子が出て行かない限り, \downarrow 電子しかドットに入れない).

- 1) $k \downarrow \rightarrow d \downarrow \rightarrow k' \downarrow$
- 2) $k \downarrow \rightarrow d \downarrow, d \uparrow \rightarrow k' \uparrow$ (下向きスピン電子がドットに飛び込み, 上向きスピン電子が飛び出す)
- 3) $d \uparrow \rightarrow k' \uparrow, k \uparrow \rightarrow d \uparrow$ (上向きスピン電子が飛び出し, 上向きスピン電子が飛び込む)
- 4) $d \uparrow \rightarrow k' \uparrow, k \downarrow \rightarrow d \downarrow$ (上向きスピン電子が飛び出し, 下向きスピン電子が飛び込む)

*2 ただし, 物理的な意味はかなり違っているところがある. 金属中不純物の場合, $c_{k'\sigma}^\dagger c_{k\sigma}$ は不純物散乱を表しているが, 量子ドットの場合は, 同時トンネリングを介した透過および反射を表している. なお, 不純物の場合は k が 3 次元というのも大きな違いであるが, これについては, 散乱波を部分波展開することで 1 次元の問題に帰着できる (ペーテ仮説による厳密解の求解にはこれを用いる) ので, 数学的等価性には影響しない.

それぞれの過程に対応する有効ハミルトニアンは、2次摂動で次のようになる

$$1) \rightarrow -\frac{\gamma^2}{\Delta E^+} c_{k'\downarrow}^\dagger d_\downarrow d_\downarrow^\dagger c_{k\downarrow}, \quad 2) \rightarrow -\frac{\gamma^2}{\Delta E^+} c_{k'\uparrow}^\dagger d_\uparrow d_\downarrow^\dagger c_{k\downarrow}, \quad (8C.8)$$

$$3) \rightarrow \frac{\gamma^2}{\Delta E^-} d_\uparrow^\dagger c_{k\uparrow} c_{k'\uparrow}^\dagger d_\uparrow^\dagger, \quad 4) \rightarrow \frac{\gamma^2}{\Delta E^-} d_\downarrow^\dagger c_{k\downarrow} c_{k'\uparrow}^\dagger d_\downarrow^\dagger. \quad (8C.9)$$

同様に ψ_\downarrow に対して4つの摂動過程が存在し、これらの有効ハミルトニアンは上で $\uparrow\downarrow \rightarrow \downarrow\uparrow$ とすることで得られる。これらを足しあげ、次のように表す。

$$\begin{aligned} & \sum_{k\sigma} \frac{\gamma^2}{\Delta E^-} d_\sigma^\dagger d_\sigma + \sum_{kk'\sigma} \frac{\gamma^2}{\Delta E^+} c_{k'\sigma}^\dagger c_{k\sigma} \\ & + \sum_{kk'} \gamma^2 \left(\frac{1}{\Delta E^+} + \frac{1}{\Delta E^-} \right) (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} d_\uparrow^\dagger d_\uparrow + c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow} d_\downarrow^\dagger d_\downarrow + c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow} d_\downarrow^\dagger d_\uparrow + c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow} d_\uparrow^\dagger d_\downarrow). \end{aligned} \quad (8C.10)$$

ここで、第1項は、過程3)で $k = k'$ の場合である。 k はフェルミ球の外側にあるので、十分低温でフェルミ縮退しているとし、 $c_k c_k^\dagger = 1$, $c_k^\dagger c_k = 0$ とした。第2項は過程1)である。 $d_\downarrow \psi_\uparrow = 0$ より、 $d_\downarrow d_\downarrow^\dagger = 1$, $d_\downarrow^\dagger d_\downarrow = 0$ を用いた。過程3)の残りとして2),4)が第3項である。ここで、

$$c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} d_\uparrow^\dagger d_\uparrow + c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow} d_\downarrow^\dagger d_\downarrow = \frac{1}{2} (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} - c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow}) (d_\uparrow^\dagger d_\uparrow - d_\downarrow^\dagger d_\downarrow) + \frac{1}{2} (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} + c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow}) (d_\uparrow^\dagger d_\uparrow + d_\downarrow^\dagger d_\downarrow)$$

と変形してみる。すると、ドットのスピン演算子を \hat{S} と書いて

$$\hat{S}_z = \frac{1}{2} (d_\uparrow^\dagger d_\uparrow - d_\downarrow^\dagger d_\downarrow), \quad \hat{S}_+ = d_\uparrow^\dagger d_\downarrow, \quad \hat{S}_- = d_\downarrow^\dagger d_\uparrow$$

であるから、(8C.10)の第2項、第3項の和は次の2つ (H_d, H_{sd}) の和に書き換えられる。

$$H_d = \sum_{kk'\sigma} \gamma^2 \left[\frac{1}{\Delta E_k^+} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Delta E_{k'}^+} + \frac{1}{\Delta E_{k'}^-} \right) \right] c_{k'\sigma}^\dagger c_{k\sigma}, \quad (8C.11)$$

$$H_{sd} = \sum_{kk'} \gamma^2 \left[\frac{1}{\Delta E_k^+} + \frac{1}{\Delta E_{k'}^-} \right] \left[\hat{S}_+ c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow} + \hat{S}_- c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow} + \hat{S}_z (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} - c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow}) \right] \quad (8C.12)$$

上で、係数部分の k 依存性を無視し、

$$J = \gamma^2 \left(\frac{1}{\Delta E^+} + \frac{1}{\Delta E^-} \right) \quad (8C.13)$$

とおくと、

$$H_d = \sum_{kk'} \left(-\frac{J}{2} \right) c_{k'\sigma}^\dagger c_{k\sigma} \quad (8C.14)$$

は通常のポテンシャル散乱であり、スピンの依存しない形になる。一方、

$$\begin{aligned} H_{sd} &= J \sum_{kk'} \left[\hat{S}_+ c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow} + \hat{S}_- c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow} + \hat{S}_z (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} - c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow}) \right] \\ &= J \sum_j \left[(\hat{S}_x + i\hat{S}_y)(\hat{s}_{xj} - i\hat{s}_{yj}) + (\hat{S}_x - i\hat{S}_y)(\hat{s}_{xj} + i\hat{s}_{yj}) + 2\hat{S}_z \hat{s}_{zj} \right] \\ &= 2J \sum_j \hat{s}_j \cdot \hat{S} \end{aligned} \quad (8C.15)$$

は、伝導電子スピン \mathbf{s}_j とドットスピンとの交換相互作用を表している。これはしばしば sd ハミルトニアンと呼ばれるもので、本来は希薄磁性不純物系での電子スピン (s -)局在スピン (多くは d 電子であるため、 d) の相互作用を表すものであるが、(8C.4)の変換により、量子ドット-リード系も同じハミルトニアンで近似できることがわかった。

透過を表すハミルトニアン H_T としては通常のポテンシャル散乱 H_d は考えないこととし、 H_{sd} をとる。すると、上に示したように、電極電子部分を加えた有効ハミルトニアン

$$H_{\text{eff}} = \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + J \sum_{kk'} \left[\hat{S}_+ c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow} + \hat{S}_- c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow} + \hat{S}_z (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} - c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow}) \right]. \quad (8C.16)$$

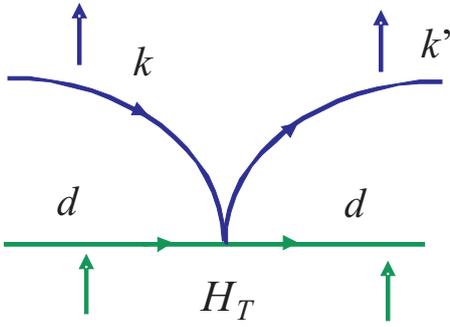


図 8C.2 H_T の 1 次で電子がドットに散乱を受け、 $k \rightarrow k'$ と変化する過程をダイアグラムとして描いたもの。時間軸は左から右へと流れている。 d はドットを表し、上下を向いた矢印はスピンを示している。

が得られる (Schrieffer-Wolff 変換)。

近藤が行った計算は、有効ハミルトニアン (8C.16) に対して Born 近似の 2 次までを計算する、というものである。すなわち、(8C.16) 中の J の項を摂動として 2 次まで (γ については 4 次) 扱う。左右の電極間の遷移を与える演算子 \hat{T} は、次のように与えられる (以降は $H_T = H_{sd}$)。

$$\hat{T} = H_T + H_T \frac{1}{\epsilon - H_0 + i\delta} H_T + \dots \quad (8C.17)$$

この時、 $L \rightarrow R$ のトンネル確率は

$$\Gamma_{L \rightarrow R} = 2 \sum_{k, k'} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle Rk' | \hat{T} | Lk \rangle \right|^2 \delta(\epsilon_{Rk'} - \epsilon_{Lk}) f(\epsilon_{Lk} - \mu_L) [1 - f(\epsilon_{Rk'} - \mu_R)] \quad (8C.18)$$

となる。

$|k \uparrow\rangle \rightarrow |k' \uparrow\rangle$ の散乱を考える。 J の 1 次の摂動は図 8C.2 で表され、

$$\langle d \uparrow; k' \uparrow | \hat{T}^{(1)} | d \uparrow; k \uparrow \rangle = J/2 \quad (8C.19)$$

である。もちろん、 H_T の過程にはトンネルが 2 回必要であるから、 γ に関しては 2 次で (従って J は γ^2 に比例する)、これは、(8C.2) の同時トンネル過程に相当する。

J の 2 次 $\langle d \uparrow; k' \uparrow | \hat{T}^{(2)} | d \uparrow; k \uparrow \rangle$ には 3 種類のプロセスが存在する (図 8C.3, 図 8C.4)。最初の 2 つはスピン反転を伴わないもので、中間の伝播プロセスとして電子によるもの (図 8C.3(a)) と電子ホール対によるもの (図 8C.3(b)) によってこの 2 種類に分かれている^{*3}。この 2 つの寄与は

$$\begin{aligned} & \sum_q \left(\frac{J}{2}\right)^2 \frac{1}{\epsilon - \epsilon_q + i\delta} [1 - f(\epsilon_q)] + \sum_q \left(\frac{J}{2}\right)^2 \frac{-1}{\epsilon - (2\epsilon - \epsilon_q) + i\delta} f(\epsilon_q) \\ &= \sum_q \left(\frac{J}{2}\right)^2 \frac{1}{\epsilon - \epsilon_q + i\delta} \\ &= \left(\frac{J}{2}\right)^2 \int_{-D}^D d\epsilon' \nu \frac{1}{\epsilon - \epsilon' + i\delta} \quad \nu : \text{Density of states} \\ &= \left(\frac{J}{2}\right)^2 \nu \left[\ln \left| \frac{D + \epsilon}{D - \epsilon} \right| - i\pi \right]. \end{aligned} \quad (8C.20)$$

これは、電子正孔のバランスによって結果に発散などの異常は生じていない。ここで、金属中の電子状態については、エネルギー軸上で $[-D, D]$ に一様な状態密度 ν のバンドがある、という極めて粗い、というより抽象的な近似を行っているが、現象の本質を見るためにはこのようなモデルが都合がよい。

図 8C.4 に示した過程では途中でスピン反転散乱が生じているが、(a) では、角運動量の保存のためにはドットスピンの $3/2$ にならなくてははいけなくなり、この過程は存在しないことがわかる。(b) は電子-正孔対で中間状態を伝播し

^{*3} ここで「ホール」(正孔)と呼ぶものは、フェルミの海から電子を 1 個引き抜いてできた孔状態である。半導体物理においてしばしば呼称される、伝導帯から電子を引き抜いて得られる正孔状態とは、一般に有効質量の符号など大きく異なるものである。

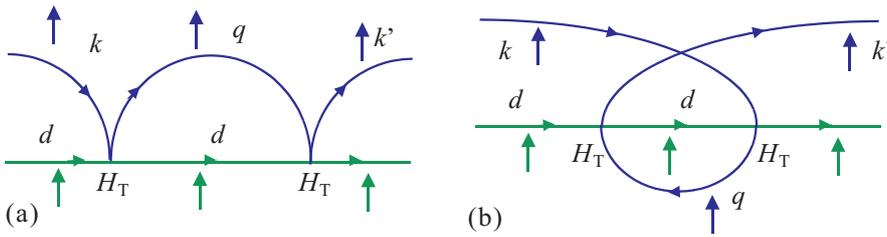


図 8C.3 H_T の 2 次のプロセスの中でスピン反転散乱を伴わない過程. (a) 中間状態を電極中の電子励起として伝播する過程. (b) 中間状態として電子-ホール対が生成し伝播する. ホールは, 電極中の電子と 2 番目の散乱で対消滅する.

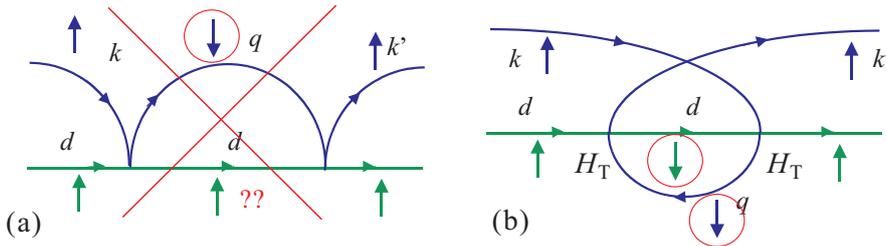


図 8C.4 H_T の 2 次のプロセスの中でスピン反転散乱を伴う過程. (a) 中間状態を電極中の電子励起として伝播する過程であるが, 角運動量保存のためにはドットスピンの $3/2$ にならねばならず, この過程は存在しない. (b) 中間状態として電子-ホール対が生成し伝播する.

ており, この寄与は

$$\sum_q J^2 \frac{1}{\epsilon - \epsilon_q + i\delta} f(\epsilon_q) = J^2 \nu \int_{-D}^D \frac{1}{\epsilon - \epsilon' + i\delta} f(\epsilon') d\epsilon$$

$$\approx \begin{cases} -J^2 \nu \ln |\epsilon|/D & |\epsilon| \gg k_B T \\ -J^2 \nu \ln k_B T/D & |\epsilon| \ll k_B T \end{cases} \quad (8C.21)$$

この項が近藤が発見した異常項であり, 温度低下あるいは小さな ϵ に対して対数発散する. この異常によって生じる様々な効果を近藤効果と呼ぶ.

まず, この項のよって来たところを考えておこう. スピン反転散乱がない場合に異常項が出なかった理由は, 電子と正孔との対称性によって異常項が打ち消し合ったためであった. すなわち, 電子, 正孔それぞれに限定すれば, 異常は発生しており, その原因はフェルミ面という巨大な非対称性の存在である. 絶対零度においては, 電子にとってはフェルミ球の内部は入り込めない, 事実上全く状態のない領域であるのに対して, フェルミ面直上はほとんど無限に状態が縮退している. スピン反転を含まない過程においてこの非対称性を見事に打ち消してしまうのが, 電子-正孔対称性である. これに対して, スピン反転を含む過程においては, スピン角運動量が絡むために電子による中間状態の伝播過程が消えてしまい^{*4}, フェルミ面での非対称性が結果に反映された結果, 異常が現れる.

摂動の結果が, 異常(発散)を与えた, ということは, 発散条件に近い状況では摂動による取り扱いが破綻していることを示している. そこで, この問題を取り扱うためには発散を取り扱うための様々な手法が必要となる. むしろ, この近藤問題を取り扱うために繰り込み群を始め, 様々な手法が開発されてきたと言っても良い. ここではもちろん, これらの詳細には立ち入らない. その後の長年の研究で明らかになったことについて低温の極限についてごく簡単に述べておく.

sd ハミルトニアン (8C.15) において, ドットスピンと伝導電子スピンとの間に反強磁性的な相互作用が働いたことを思いだそう. その原因にはスピン反転の項が影響している. すなわち, ドットスピンは co-tunneling を介したいわゆる交換相互作用によって, 反平行なスピンを持つ電子を引きつけ, 平行なスピンを持つ電子を遠ざける. これ

^{*4} これは, 数式的には \hat{S}_+ と \hat{S}_- の非可換性 (交換関係から \hat{S}_z が出てくる) から生じており, このような量子効果が生じている, という言い方もできる.

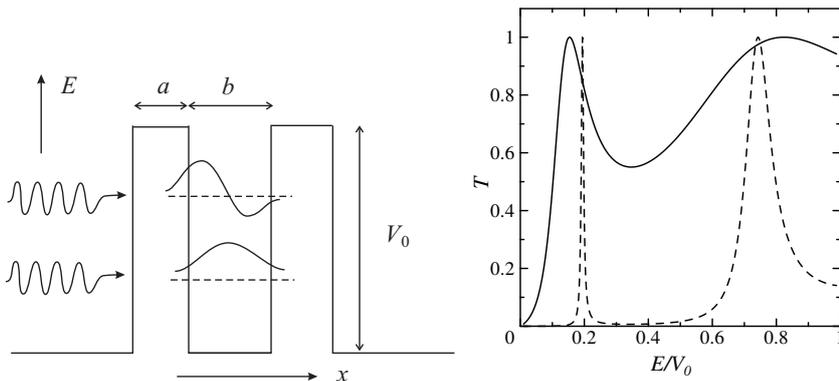


図 8C.5 左図：2重障壁ポテンシャルの模式図．縦軸はエネルギー，横軸は空間座標．破線位置に準束縛状態ができ，共鳴トンネル位置となる．入射波の波長は本来イラストよりずっと長い．右は透過率の計算例． $k_0 \equiv \sqrt{2mV_0/\hbar}$ として， $k_0 a$ が0.5(実線)，2.0(破線)の場合， $k_0 b$ を5.0に固定．

は，遠方から見ると，伝導電子のスピンの雲がドット(不純物)スピンの纏い付くように見えるであろう．近藤効果は，低温でその効果が異常に強くなることを示している．このようにしてできあがるスピン分極の雲を近藤雲(Kondo cloud)と呼ぶ．ただし一方，ドット周辺のスピン分極の合計がドットスピンをちょうど打ち消す程度になれば，遠方からはドットスピンは見えなくなるため，それ以上ドットスピン周辺でスピン分極が生じることはなくなる．これをユニタリ極限と呼ぶ．

この現象は，多体の共鳴効果という捉え方も可能である．一体の共鳴効果(系のポテンシャル形状による共鳴効果)の代表として，2重障壁構造の共鳴トンネル現象を思いだそう．2重障壁構造においては，障壁高さがいかに高く，トンネル確率がいかに小さくても，入射波のエネルギーが共鳴エネルギーの所では，2つの障壁でコヒーレントな反射と透過によって，反射波は無限個の打ち消し合う波の重ね合わせになり，透過波は無限個の強め合う波の重ね合わせになる結果，最終的な透過率は1となる．この「共鳴エネルギー位置」は，両側の障壁が無限に厚いとした場合(この場合，障壁に挟まれた領域は「量子井戸」となる)の束縛エネルギー位置付近である．障壁が有限の場合に戻ると電子の障壁間での平均滞在時間が異常増大する，「準束縛状態」のエネルギーである．この場合は，準束縛状態に入ってもいずれは外界に漏れ出ていくため，障壁外側のこのエネルギーの自由電子とは共鳴状態にある．障壁外側のフェルミ面がこの状態に当たると，伝導を担うフェルミ面の電子が透過率1で2重障壁構造を透過するため，電気伝導度がピーク構造を示す．読者に思い出してもらうため，図8C.5にポテンシャル模式図と透過率の計算例を示した．

近藤効果もこれに多くの共通点を有していることがわかるであろう．一体共鳴効果が無限回の反射を基礎にしていたのに対して，近藤効果の場合は，フェルミ面上の無限のエネルギー縮退が類似現象を引き起こしている．一体共鳴の場合，軌道効果であったから準束縛状態により存在確率の偏りが生じたが，近藤効果の場合は，スピン間に働く力であるため，電子密度に偏りは生ぜず，スピン偏極の局在状態(近藤雲)が生じる．近藤雲の場合，一体共鳴と決定的に違うのは，フェルミ面の異常によって生じている状態であるため，常に共鳴位置がフェルミ準位にあることである．

準束縛状態には電子が有限時間しか止まらないため，平均滞在時間を τ_a として，寿命幅 $\hbar/\tau_a (= \hbar\Gamma)$ ， Γ はトンネル頻度)を持つ．近藤状態には共鳴幅はあるのか？またそれはどの程度であろうか．今，高温から次第に温度を下げていくと，温度によるエネルギー幅が共鳴幅より非常に大きい間は共鳴ラインの寄与は温度にはあまり依存しないであろう．逆に温度幅が共鳴幅より十分狭くなると，この場合もまた温度依存性が失われる．近藤効果の場合の共鳴幅を表すエネルギースケールは，温度換算で近藤温度と称され，良く T_K と記される．近藤温度をきちんと見積もるには(8C.21)の摂動では不十分で，スケーリングなど何らかの形で高次の寄与を取り込まなければならない．が，高温側で，(8C.21)の温度変化のある項が摂動を考えない場合の J とほぼ同程度になる温度がそうであろう，とすると，

$$-J^2 \nu \ln k_B T_K / D \sim J$$

より，

$$k_B T_K \sim D e^{-J\nu}$$

と見積もることができる．上の粗い見積りを見ると，反強磁性結合の元来の強さ J が大きくなると，指数関数的に T_K は下がる．これは共鳴以前の束縛エネルギー，2重障壁構造で言えば，障壁高さが高いことを示しており，トンネル確率の減少によって寿命幅が狭くなることと対応している．状態密度 ν についても同じである．これに対して，

バンド幅 D が大きくなると, T_K は高くなる, すなわち, 共鳴幅は広がる. 実は, 今の簡単なモデルでは, J と D は独立ではないがそれは別として, D によって共鳴幅が広がってしまうのは, 非対称性の強いフェルミ面付近の過程以外に, バンドの深い内部の q を用いた過程の割合も増えてくるためと解釈することができる.

参考文献

- [1] K. Kobayashi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 256806 (2002); Phys. Rev. B **68**, 235304 (2003).
- [2] 勝本信吾, 「半導体量子輸送物性」 (培風館, 2014).
- [3] 近藤 淳, 「金属電子論」 (裳華房, 1983), 芳田圭, 「磁性」 (岩波書店, 1991)
- [4] Yu. V. Nazarov and Y. M. Blanter, “Quantum Transport” (Cambridge, 2009).