

構造用鋼材の弾塑性履歴挙動の  
モデル化とそれの構造部材への応用

昭和62年11月

皆川 勝

	頁
第1章 序論	[1~15]
1. 1 構造工学における弾塑性履歴問題	1
1. 2 履歴応力-ひずみ関係のモデル化に関する既往の研究	4
1. 3 本研究の目的と本論文の構成	12
第2章 履歴応力-ひずみモデルの提案	[16~29]
2. 1 はじめに	16
2. 2 多曲面手法を用いた履歴応力-ひずみモデル	16
2. 3 ひずみ履歴の進展を表わす状態変数 - 累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分	19
2. 4 曲面サイズ関数	23
2. 5 多曲面の移動と更新	27
第3章 提案モデルに必要な材料特性	[30~42]
3. 1 はじめに	30
3. 2 試験片および試験方法	30
3. 3 材料特性を決定するための基本測定	34
3. 4 基本曲面サイズ関数の評価	36
3. 5 重み関数の評価	39
第4章 構造用鋼材の引張圧縮履歴応力-ひずみ関係の推定	[43~65]
4. 1 はじめに	43
4. 2 数値計算方法	44
4. 3 測定方法	47
4. 4 推定精度の定義	48
4. 5 ひずみ硬化域での履歴応力-ひずみ関係の推定精度と 各種要因との関係	50
4. 6 降伏棚域での履歴応力-ひずみ関係の推定精度	59
4. 7 引張応力-ひずみ関係による材料特性の修正とその影響	63
第5章 圧延鋼はりの弾塑性履歴 曲げモーメント-曲率関係の推定	[66~96]
5. 1 はじめに	66
5. 2 試験体および試験機	66
5. 3 鋼部材の曲率の測定方法	68
5. 4 弾塑性履歴曲げモーメント-曲率関係の測定	73
5. 5 試験体の材料特性と残留応力	75

	頁
5. 6 接線剛性法による履歴曲げモーメント-曲率関係の評価	83
5. 7 材料特性を用いた履歴曲げモーメント-曲率関係の推定	88
5. 8 断面特性としての基本曲面サイズ関数と重み関数	92
5. 9 断面特性を用いた履歴曲げモーメント-曲率関係の推定	93
 第6章 結論	 [97~104]
 付 図	 [105~234]
第2章	106
第3章	114
第4章	134
第5章	165
 参考文献	 [235~242]
謝 辞	243

# 第 1 章 序 論

## 1. 1 構造工学における弾塑性履歴問題

### (1) 構造工学における弾塑性履歴問題の重要性

近年、構造工学における設計理論が急速な進歩を遂げ、種々の大規模構造物が計画・建設されるようになった。構造物の大型化・特殊化に呼応して、材料の非線形的な性質とそれを考慮した精密な理論に裏づけされた設計思想による、より合理的な設計がなされることが望まれている<sup>[1][2]</sup>。特に、土木構造物が種々の外力によって変動荷重を受け、構造物のある部分に弾性域を越える応力（あるいはひずみ）が繰り返し生じる場合の、構造物の全体的あるいは局所的な挙動を知ることは、構造物の設計あるいは維持管理上重要な事項のひとつである。そこで、弾性域を越える負荷履歴を受ける材料から構成される構造物の応答解析を、工学的に意味のある範囲で精度良く実施することが求められ、素材の履歴応力-ひずみ関係を必要な精度で評価することが、それらへの最初の足掛りとなる。

例えば、はりや柱の接合部などの複雑な形状を有する構造部分の脆性的な破壊の発生を定量的に把握するための手段として、非線形破壊力学は現在もっとも有効であると考えられている。繰り返し荷重下での脆性破壊の基準となる力学パラメータを評価するためには、多軸応力状態に適用できる 応力-ひずみ関係が必要となる<sup>[3][4]</sup>。したがって、このような状態で変形できる能力を保持することは、優れた耐震性を持つことを意味しており、重要なことである<sup>[5][6]</sup>。例えば、建築構造のはりと柱の接合部におけるはりのフランジ端部には

$$\varepsilon \rightarrow 1.8\%$$

程度の大きなひずみが生じると言われている。また、このような箇所でのひずみ挙動は複雑であり、解析にはバイリニア等の単純な構成モデルは適さないことが報告されており、精密な構成モデルが要求される<sup>[7][8][9]</sup>。

また、鋼はり柱の解析および設計に対して、弾性理論には以下のような欠点がある。(1)最大強度は弾性限荷重よりかなり大きく、ある場合には30%から40%にもなる、(2)柱の場合、弾性座屈と全断面降伏とのあいだの非弾性座屈が取り扱われない、(3)はり柱の弾性限度とはり柱によって構成された構造物の最大強度とになんら関連がなく、弾性限界は実際的な意味を持たない<sup>[10]</sup>。したがって、非弾性域でのはり柱の挙動を精度良く解析することは、それによって構成された構造物の能力を正しく評価する上で重要な意味を持つ。

低サイクル疲労の分野では、繰り返し応力-ひずみ関係や履歴応力-ひずみ関係が疲労強度に影響を及ぼすことから、それらの推定に関する研究が多くなされている<sup>[11][12]</sup>。いわゆる小規模降伏条件を満たす脆性材料のじん性評価や構造物の耐脆性破壊設計は、線形破壊力学における応力拡大係数による破壊基準に基礎をおいている。また、疲労き裂伝播解析においても線形破壊力学の有効性が認められている。一方、実用上多用されている普通鋼および中強度鋼などの延性材料に対して線形破壊力学では妥当なじん性の評価ができないことが知られている。そこで、これらの

材料のじん性を非線形破壊力学を用いて正当に評価する必要性が認められている<sup>1)</sup>。また、そのような材料では疲労き裂の進展過程において比較的大きな繰返し塑性変形を受けることから、疲労損傷の累積効果を検討する上で、弾塑性応力-ひずみ関係が必要となる。

塑性加工の分野では、塑性加工を経済的に行うためには、加工における応力とひずみの分布を要求される精度に応じて計算しなければならないことから、高精度の弾塑性履歴応力-ひずみ特性が必要となる<sup>2)</sup>。

金属を対象として約70年間にわたって発展してきた弾塑性理論は、約30年前に上へ適用されて以来その研究は年々盛んになっている。金属の分野で提案されたほとんどのモデルが土に適用されているという意見も出現するほどである<sup>3)</sup>。コンクリートにおいても、近年、終局強度設計法が採用されるに至って、材料の各種非線形挙動を弾塑性理論やクリープ理論などを用いて統一的に取り扱おうという機運がある<sup>4)</sup>。

このように、金属に限らずすべての構造用材料に関して繰返し荷重に対する弾塑性的な挙動を表現するための弾塑性構成方程式の開発が望まれる。次節においては、このような構造工学における弾塑性構成方程式の確立に対する要求に応じてなされた、既往の研究の概要をまとめることによって、研究の現状を示す。

## (2) 本研究の範囲

構造力学においては、次の4つの方程式が基本となる。

- a) 力の釣合を表す釣合方程式
- b) ひずみと変位の関係を表す適合条件式
- c) 応力とひずみの関係を表す構成方程式
- d) 力学のおよび幾何的な境界条件を定める境界条件式

接触問題などで現れる境界条件の非線形性を除けば、上記のいずれに非線形性が現れるかによって、構造力学における非線形性は次のように分類される<sup>5)</sup>。

- 1) 適合条件式が非線形となり、釣合方程式に変形の影響を考慮しなければならないことによる非線形性（幾何的非線形性あるいは運動学的非線形性と呼ばれる）
- 2) 構成方程式に非線形性を考慮しなければならないことによる非線形性（材料非線形性あるいは構成非線形性と呼ばれる）
- 3) 構成方程式および適合条件式に非線形性を考慮しなければならないことによる非線形性（複合非線形性と呼ばれる）

構造的な現象は一般には、複合非線形性を有する現象であると考えられる。しかし、幾何的非線形性および材料非線形性のどちらがより卓越しているかによって上記のように分類されるものである。本研究で対象とする問題は主として材料非線形性に関わる問題である。

材料に現れる非線形性を、概ね以下のように分類する。

時間あるいは速度に関係する非線形性

クリープ：一定の荷重のもとで塑性変形が時間の経過と共に進行する現象

応力弛緩：一定の変形のもとで応力が時間の経過と共に減少する現象

粘弾塑性：不可逆的な変形と速度依存の粘性の複合的な現象  
時間あるいは速度に関係しない非線形性

履歴依存性のない非線形性：非線形弾性など

履歴依存性のある非線形性：弾塑性、き裂発生とその進展に伴う非線形性など

これらの材料非線形性のうち、本研究では、時間あるいは速度に関係しないが履歴依存性がある弾塑性的な挙動に関連する非線形性を扱う。すなわち、材料が静的な繰返し荷重を受け、それによって塑性ひずみが繰返し発生する場合の挙動を解明しようとするものである。この問題は、“繰返し塑性”の問題と一般には呼ばれており、これに関する研究は近年盛んに行われているものの、いまだ実用に十分供しうる成果が得られていない研究分野である。そのことは、繰返し塑性挙動が非常に複雑であることによっている。材質的に安定でしかも比較的挙動が明快である金属材料においてさえ例外ではなく、殊に土質材料、コンクリート、岩石などの場合にはその挙動はより複雑である。

本研究では、土木材料のうち特に金属材料を対象として、繰返し塑性挙動を検討する。金属の塑性的な性質は、微視的には材料の局所的なすべりというかなり高速な現象によるものである。したがって、一般には変形速度の影響を強く受けると考えられる。しかし、一般的な静的構造解析においてそうであるように、本論文では変形速度に依存する弾塑性挙動をそれに依存しないものとして扱う。そのために、研究における実験的な部分においては、ひずみ速度を十分低くしかも一定となるような載荷条件下での測定を行うことによって、ひずみ速度が実測データ相互の関係に影響することを避けた。

構造力学において問題とする構造は、いわゆる構造要素や構造部材のレベルまでのオーダーのものであり、それより小さい分子・原子の構造、結晶構造、結晶粒構造などは取り扱わないのが通常の学問領域の分類のあり方である<sup>1)</sup>といわれている。例えば、小型試験片の引張試験によって得られる応力-ひずみ関係は、実際には材料の微視的な構造の変化が、より大きなオーダーの構造に関する平均的な特性として得られるものである。材料の微視的な構造から応力-ひずみ関係を得ようとする試みはなされているが、現実にはそのようなアプローチから実際に測定される応力-ひずみ関係を推定することは種々の困難を伴うばかりでなく、構造力学的な見地から取り扱う領域以外の微視的な情報が必要となる。本研究では、このような範囲の問題には踏み込みをせず、要素試験によって得られる平均的な意味での応力-ひずみ関係は、実際の物性を代表するものと考え、そのような意味で、本研究で提案する繰返し塑性モデルは現象論的なモデルである。言い替えれば、本研究は要素試験で観測される平均的な意味での応力とひずみの関係の履歴依存性を現象論的に検討するものである。

まとめれば、本研究で対象とする問題は、  
”金属材料、特に構造用鋼材を連続体と見なした場合の、ひずみ速度に依存しない繰返し塑性挙動を現象論的に取り扱う構成モデルを構築するとともに、その構造部材の解析への導入をはかること”  
である。

## 1. 2 履歴応力-ひずみ関係のモデル化に関する既往の研究

弾塑性理論の発達は、複合応力下での降伏の基準を表す降伏曲面の概念が提案されたことに始まる。Westergaard<sup>1) 2)</sup> は、複合応力下での延性材料に対するいくつかの降伏基準の相違をより分かりやすく説明するために、2次元あるいは3次元主応力空間に図式表示した。降伏基準を図式表示したものである降伏曲面（2次元応力空間では降伏曲線）という今日では広く受け入れられている概念がこの論文においてはじめて導入された。Westergaardの論文とほぼ同じ時期に提出されたHaighの論文<sup>3) 4)</sup> においても、やはり降伏基準を図式表示する降伏曲面の概念が論じられた。Haighは、種々のポアッソン比を有する材料の降伏基準を2次元主応力空間における楕円群によって表示した。この降伏基準は、いわゆるvon-Misesの降伏基準<sup>5) 6)</sup> として今日延性材料の降伏基準として最もしばしば用いられているものである。これらの論文の提出は、降伏曲面の概念が弾塑性論に導入される契機となった。

Hill<sup>7) 8)</sup> は、Bauschinger効果<sup>9) 10)</sup> を無視した場合の硬化則として、降伏曲線が荷重を受けるにつれてその大きさを相似的に増大するという仮説を用いた。このような仮説が採用された背景には、主として降伏曲線の形状変化に対する詳細な研究がなされていなかったことが挙げられている。この硬化則は、現在、等方硬化則と呼ばれており、単調な負荷に対する非線形硬化挙動を表すための簡略な硬化則として、現在なおしばしば用いられている。しかし、等方硬化則は単調な負荷に対しては有効なもの、繰り返し荷重を受ける材料の場合には、Bauschinger効果は無視していることから有効でない。

Prager<sup>11) 12)</sup> は、等方硬化の欠点を補うために、移動硬化の概念を塑性理論に初めて導入し、単軸応力下での剛完全塑性体、剛加工硬化体、完全弾塑性体を表す物理モデルを示した。更に、複雑な応力状態への適用として、2軸応力状態でのvon-Misesの降伏条件に従う非圧縮性材料の応力-ひずみ関係を検討した。このモデルにおいては、降伏曲線は原点 $O$ からひずみ増分の方向に移動するものと仮定されることになる。ひずみ増分（弾性ひずみは無視する）の方向は、Prandtl-Reuseの流れ則<sup>13) 14)</sup> によれば降伏曲面に対する現応力点での外向き法線である。従って、結局降伏曲面は外向き法線方向に移動すると考えられていることになる。

降伏曲面が応力点で曲面に引いた法線の方向に移動するPrager則によれば、もっとも一般的な3次元応力空間で降伏曲面が移動する場合、たとえば $\sigma_1 - \sigma_2$ 平面内での2次元降伏曲線の形状が変化してしまう<sup>15) 16)</sup>。この矛盾を解消するために、Ziegler<sup>17) 18)</sup> は降伏曲面の中心と現応力点を結ぶ方向に降伏曲面は移動するというあらたな移動則を提案した。これが一般にZiegler則と呼ばれるものである。

Prager, Zieglerにより提案された移動硬化則はBauschinger効果のある程度表現することが可能であることから、繰り返し荷重に対する硬化則としてしばしば用いられている。しかし、移動硬化則を用いた場合、繰り返し負荷におけるひずみ硬化特性の変化を十分に表現することができない。

等方硬化則や移動硬化則のこれらの欠点を補うため、Hodge<sup>19) 20)</sup> はPrager<sup>11) 12)</sup> に対するディスカッションにおいて、等方硬化と移動硬化を組み合わせた新たな硬

化の考え方をはじめて提案した。等方硬化と移動硬化の関係は前述のように降伏曲面の挙動の相違によって明確に示される。このような相違があるにもかかわらず、両理論の数学的定式化は同様であるので、これらを組み合わせることによってより一般的な理論を構築することができる。このために、 $N$ 個の要素からなる板を考え、そのうちの $\alpha N$ 個の要素が等方硬化し、残りの $(1-\alpha)N$ 個の要素が移動硬化するものとする。種々の $\alpha$ の値に対応して種々の複合硬化材を表現することができる。この考え方は、複合硬化則として今日非常にしばしば用いられている硬化則である。

通常、単軸状態において弾性的な除荷径路に続く再負荷径路においては、応力が除荷時の値を越えるまでは塑性ひずみが発生しないと仮定されることがあるが、Lubahnの測定結果<sup>10)</sup>に見られるように、現実には弾性除荷に続く再負荷においても塑性ひずみが発生する。この現象を表すために、Phillips, Sierakowski<sup>11)</sup> およびEisenberg, Phillips<sup>12)</sup>は負荷曲面の概念をはじめて弾塑性理論に導入した。応力が除荷時の応力より低い応力に達したときに塑性ひずみが発生するものとした。このモデルを2軸応力に一般化するために、降伏曲線の他に負荷曲線が導入された。これらの2の曲線は塑性ひずみ履歴の関数とみなされた。降伏曲線は弾性領域を含み、この範囲内に応力点が存在するときには塑性ひずみは発生せず、2つの曲線は変化しない。この範囲を越える応力状態では塑性ひずみが発生するために、受けた塑性ひずみ履歴に応じて両曲線は変化する。この場合、応力点は負荷曲線上に常に存在する。そして、応力ベクトルが外向きの場合に塑性ひずみが生じ、内向きのとき除荷が生じ、曲線の方向のとき中立状態で塑性ひずみが増加しない。部分的に除荷が発生して、応力点が負荷曲線と降伏曲線の間が存在する場合、やはり除荷、再負荷、および中立の3つの状態を区別するために中間的な負荷曲線が定義できる。一連の中間的な負荷曲線は塑性ひずみ履歴によって決定される。このように、降伏曲線の他の状態曲線を更に定義する考え方は、後に述べる多曲面理論や2曲面理論に通じるものである。

また、Greenstreetら<sup>13)</sup>の室温から華氏750度までの高温における人工黒鉛に関する単軸試験の結果によれば、除荷が発生した後に、弾性範囲が存在しなくなることがある。GreenstreetおよびPhillips<sup>14)</sup>はこのような現象に適用できるように塑性理論を一般化するために、降伏曲面が存在しない塑性理論を展開した。同理論においては、除荷が発生すると、大きさが零の負荷曲面が発生するものと考えられた。これによって、弾性範囲のない非線形挙動が表現される。その後、負荷の進展と共に負荷曲線の大きさは徐々に大きくなる。推定結果はGreenstreetら<sup>15)</sup>の人工黒鉛の単軸試験の結果と比較され、両者は良好に一致するという結果が得られた。

Iwan<sup>16)</sup>は、限界すべり応力（降伏応力）とヤング率によって表される完全弾塑性要素の集合によって特徴付けられる、一次元の応力-ひずみ関係を表す物理的なモデルを示し、これによってMasing型<sup>17)</sup>のBauschinger効果を示す応力-ひずみ関係を表現した。ここで、Masing型のBauschinger効果とは、除荷に続く再降伏における応力-ひずみ関係が、初期の応力-ひずみ関係の曲線を、応力およびひずみ軸にそれぞれ2倍拡大した曲線で表されるものである。本モデルがこのよう

Bauschinger効果を表すのは、曲面が移動するのみであることによる。一次元応力下での応力-ひずみ関係を表すための各要素は、多軸応力下での構成則を表すように一般化するために、離散的に配置された異なるひずみ硬化率に対応する状態曲面（あるいは曲線）と置き換えられた。この場合、曲面の数が有限ならば、比例負荷に対して区分的線形の応力-ひずみ関係となるが、これらが連続的に分布するとすれば、勾配が連続的に変化する応力-ひずみ関係を表すことができる。

Mroz<sup>1)</sup>は、Iwan<sup>2)</sup>が提案したモデルにおける3次元主応力場への拡張モデルと同様に、応力空間に一定の加工硬化係数の場を定義するために多くの曲面を配置した加工硬化係数場モデルを提案した。ここで、各曲面は移動するのみで、拡大、縮小、回転、変形はないと仮定された。応力点は最も内側の曲面（降伏曲面）上にあり、塑性状態にはいると降伏曲面は移動する。降伏曲面がその外側の曲面に接触すると、加工硬化率は低下し、両曲面は共に移動する。さらに外側への負荷が続くと、順次外側の曲面を押しだしながら、各曲面は移動する。降伏曲面が外側の曲面に接触する毎に加工硬化率は低下する。この時、多曲面の配置は初期状態と異なることから、異方硬化特性が表される。各曲面が移動するのみであることから、比例負荷においては、Iwanモデルと同様に、本モデルもまたMasing型の応力-ひずみ関係を表す。更に、本モデルを非比例負荷へ適用するために、曲面の移動則を定義しているが、その際、曲面は相互に交差しないように配慮されている。また、モデルの一般化として、曲面が拡大または縮小する場合についても若干論じている。降伏曲面が縮小し、加工硬化率の小さい領域に対応する曲面が拡大するという現象が現実には観察されることから、この一般化は有用である。

MrozあるいはIwanによる加工硬化係数場モデルの適用性を検討した研究もいくつかある。Mroz<sup>3)</sup>は、加工硬化係数場モデルの適用性の検討例として、一定の引張応力のもとで繰り返しねじり応力を受ける材料の伸びひずみの変化を定性的に検討した。ただし、簡単のために曲面の数は2つに限定した。守時<sup>4)</sup>は、加工硬化係数場モデルの具体的な取り扱い法と計算方法を示した。ここでは、無数の曲面が仮定された。さらに、続報において、守時<sup>5)</sup>はねじり試験、あらかじめ引張の変形を与えた後の引張試験、およびあらかじめ圧縮の変形を与えた後の引張試験あるいは圧縮試験の各試験結果と計算結果を比較した。この結果から、ねじり試験においては比較的良好な推定がなされているが、その他の場合については良好な推定がなされたとはいえない。また、Mroz<sup>6)</sup>はMasing型の応力-ひずみ関係を特別な場合として含む定常状態に対する簡略な応力-ひずみ関係を提案した。これは繰り返し応力-ひずみ関係（あるいはスケルトン曲線）をあるスケール係数を用いてスケールした曲線として履歴応力-ひずみ曲線を表すものである。そして、これを多軸応力状態へ拡張して、各種の構造問題への適用を試みた。

Kalev<sup>7)</sup>は、単軸応力-ひずみ関係としてはマルチリニアの応力-ひずみ関係を繰り返し荷重に対してMasing型で用い、それをMroz<sup>8)</sup>と同様に多軸応力へ拡張した。そして、これを用いて疲労き裂進展解析を行った結果、小規模降伏を仮定して計算されるき裂進展速度は実測結果より低めの値となることを示した。

多曲面塑性理論に基づくモデル化においては、多数の状態曲面を取り扱わなけれ

ばならないことから、一般には複雑に過ぎる嫌いがある。多曲面理論におけるこの複雑さを解消するために、DafaliasおよびPopov<sup>1)</sup>は、負荷曲面をその内側に含む境界曲面の概念を導入し、境界曲面理論を展開した。繰り返し载荷のある一径路におけるひずみ硬化率 $E'$ の変化は、境界曲面と負荷曲面の相対的な位置を表すパラメーター $\delta$ によって定まる。 $\delta$ は応力の次元を有している。塑性状態に入った直後から、 $\delta$ の減少と共に連続的に $E'$ が減少することから、応力-ひずみ関係が弾性から塑性へと滑らかに遷移する実測において観察される現象を表現することができる。ここで、 $E'$ は $\delta$ の単調増加関数である。繰り返し载荷における繰り返し軟化や繰り返し硬化を表現するためにもう一つのパラメーターが導入された。これは現在の応力-ひずみ径路の一つ前の径路においてなされた塑性仕事量 $W$ である。繰り返し軟化材の場合には、 $E'$ は $W$ の減少関数であり、逆に繰り返し硬化材の場合には $W$ の増加関数である。そしてこのようなモデルを用いることによってサイクリッククリープ、繰り返し軟化、繰り返し硬化などの現象がどのように表現されるかを定性的に説明した。

さらに、多軸応力状態に対してのモデルの一般化の方法が示された。 $\delta$ の評価方法ならびに降伏曲面と境界曲面の移動則は以下のように定められた。前者については、降伏曲面の中心 $\alpha$ と応力点 $a$ を結んだベクトルの境界曲面との交点を $b$ とし、 $\delta = ab$ とする方法が取られた。また、2つの曲面は負荷の進展と共に近接あるいは接する可能性があるが、接したときに両曲面の外向き法線ベクトルが一致しなければならない。したがって、降伏曲面の移動方向は $ac$ 方向とならなければならない。

DafaliasおよびPopov<sup>1)</sup>は、提案した境界曲面理論の妥当性を実測結果との比較により具体的に検討した。これによれば、ひずみ硬化率 $E'$ はパラメーター $\delta$ を用いて次式で表された。

$$E' = E'_{\infty} + h \left( \frac{\delta}{\delta_{\infty} - \delta} \right) \quad (1.2.1)$$

ここで、 $E' = E'(\delta, W)$ 、 $E'_{\infty} = E'_{\infty}(0, W)$ 、 $E'(\delta_{\infty}, W) = \infty$ である。 $h$ は正の形状パラメーターである。境界が直線で表される場合には、 $\delta$ は応力と塑性ひずみで表され、上式を積分することによって次式が得られる。

$$\begin{aligned} h &= \frac{\delta}{\varepsilon'} + \frac{\delta_{\infty}}{\varepsilon'} \ln \left( \frac{\delta}{\delta_{\infty}} \right) - 1 \\ &= E'_{\infty} - \frac{\sigma}{\varepsilon'} - \frac{\delta_{\infty}}{\varepsilon'} \ln \left[ 1 + \frac{E'_{\infty} \varepsilon' - \sigma}{\delta_{\infty}} \right] \quad (1.2.2) \end{aligned}$$

上式は $h$ のカーブフィッティング手法に用いられた。この際、 $1/10 \leq \delta/\delta_{\infty} \leq 1/2$ の測定結果を用いた。 $\delta_{\infty}$ によって間接的に測定される反対方向の塑性応力の量は応力-ひずみ曲線の急勾配(steeptness)に影響することから、 $h$ は $\delta_{\infty}$ の次のような関数とした。

$$h = \frac{a}{1 + b r^n} \quad (1.2.3)$$

ここで、 $r = \delta_{\infty} / \sigma$ であり、 $\sigma$ は $\delta_{\infty}$ の無次元化のための応力値である。単軸の

場合についての測定結果と解析結果を比較した。材質は降伏点が500MPa程度の60キロ級の高張力鋼材である。

Kriegel<sup>1)</sup>は、Dafalias-Popovモデル<sup>2)</sup>とまったく同様の概念に基づくモデルをほぼ同じ時期に提案し、同モデルを用いてアルミニウムの単軸応力-ひずみ関係を計算し、LipkinおよびSwearengen<sup>3)</sup>による実測結果と比較した。それによれば、処女載荷においてはかなり良く一致しているが、荷重反転後は計算された応力は実測結果に比べやや小さい。

藤本ら<sup>4)</sup>はDafalias-Popovモデル<sup>2)</sup>を基本として以下1)~3)の改良のもとに、修正モデルを提案した。

1)境界曲面の拡大や、塑性ひずみ硬化率を決定するために、中間的な曲面を降伏曲面と境界曲面の間に設定した。降伏曲面が中間曲面に接している場合に中間曲面は拡大する。この場合の塑性ひずみ硬化率は次式で表される。

$$E' = E^e + h \frac{\delta}{\delta_{cr} - \delta} \quad (1.2.4)$$

また、降伏曲面が中間曲面に接していないときには、上式の $E^e=0$ とすればよい。中間曲面が拡大しているとき、境界曲面もまた拡大する。境界曲面の大きさは、降伏曲面と中間曲面が接している間に累積される相当塑性ひずみによって決まる。

2)降伏曲面は収縮または拡大するものとする。

3)初期降伏曲面上で累積される相当塑性ひずみが単調引張試験におけるひずみ硬化開始時での塑性ひずみになるまでは非硬化とする。

同モデルに導入されているすべての材料特性パラメータは単調試験の結果から決定でき、SS41, SM50A, SM58Q および溶接金属の引張圧縮応力-ひずみ関係の推定に本モデルは適用された。

CofieおよびKrawinkler<sup>5)</sup>は、Dafalias-Popovモデルを単軸状態に特殊化した上で、修正モデルを提案した。Dafalias-Popovモデルと同モデルとの相違は、前者では境界線（境界曲面は単軸状態では境界線で表される）が移動しないのに対して後者ではそれが移動することにある。正の境界と負の境界が定義され、これらの位置は直前の半径路での平均応力と応力振幅によって決定する。例えば、直前の半径路で正の平均応力がある場合、次の半径路では平均応力の緩和（relaxation）が生じ、負の境界が下方に移動する。この移動量は平均応力と平均応力緩和係数の積となる。さらに、最大応力が繰返し応力-ひずみ曲線の対応するひずみ範囲における応力より大きい場合には繰返し軟化係数と応力の差の積の2倍となる。逆に、最大応力が繰返し応力-ひずみ曲線の対応するひずみ範囲における応力より小さい場合には繰返し硬化係数と応力の差の積の2倍となる。提案者らはA36構造用鋼材に同モデルを適用して、実測結果と良好に一致する結果を得た。

金子<sup>6)</sup>は、従来の実験的・理論的な検討の結果を踏まえて、境界曲面モデルを提案した。このモデルでは、降伏曲面の形状の相似的な変化と移動ならびに境界曲面の形状変化と移動を表すことが可能である。しかし、材料パラメータが多く、それらを決定するために多くの手続きが必要である。しかも、これが多軸応力状態での繰返し塑性挙動を精度よく推定できる保証はなく、これの実験による検証も

なされず、単なるモデルの提案の域を出ない。

Hashiguchi<sup>10)</sup>は、負荷曲面および境界曲面の他に、負荷曲面の拡大を制限する副降伏曲面を定義し、異方性硬化および弾塑性過渡応答のある弾塑性材料の構成方程式を提案した。これらの曲面は相似と仮定され、また、一般的な移動則が組み込まれている。これを用いて、アルミニウムの単軸負荷における応力-ひずみ関係を、LipkinおよびSwearengen<sup>11)</sup>による実測結果と比較し、Krieg<sup>12)</sup>の境界曲面モデルより精度の良い推定ができたとしている。また、橋口<sup>13)</sup>は、境界曲面モデルにおいて、従来、精密な数学的な検討がなされていない曲面同士の非交差の条件を導き、それを満たす曲面の移動法則を示した。しかし、具体的な材料への適用例は示されておらず、モデルの提案のみにとどまっている。また、TsengおよびLee<sup>14)</sup>は、材料が過去に経験した相当応力の最大値に関連して定められる境界曲面（記憶曲面と呼ばれた）を持つ境界曲面モデルを提案した。このように、境界曲面モデルは多曲面モデルに比して扱うべき曲面の数が少ないことによる簡便さから、比較的多くの類似モデルが提案されており、現段階で有効な繰返し塑性モデルの一つであると言える。

このように、DafaliasおよびPopov<sup>15)</sup>、Krieg<sup>12)</sup>が提案した境界曲面理論は比較的実測値を良好に表すことができることから、それを適用した例も多い。

PeterssonおよびPopov<sup>16)</sup>は、小さいひずみ振幅が繰返されるときに応力径路が実測により観察されるものから次第にはずれるというDafalias-Popovモデルの欠点を改良するために、これに多曲面塑性モデルの概念を改めて導入したモデルを提案した。Petersson-Popovモデルでは、多曲面の大きさを表す関数とその位置を表すベクトルによって各曲面が定義され、それらが相当塑性ひずみの関数であることによって、履歴の効果が考慮されている。また、多曲面を扱わねばならない煩雑さは補間手法によって避けている。本モデルは、高張力鋼の引張圧縮応力-ひずみ関係の推定および繰返しねじり応力-ひずみ関係の推定に適用され、比較的良い精度で実測結果を推定できることが示された。さらに、材料特性が比較的明快に定義されており、現時点で有効なモデルの一つであると思われる。しかし、低強度ならびに中強度の構造用鋼のように非硬化ひずみ領域と顕著なひずみ硬化を呈する材料に対して同モデルを直接適用することには問題があることが後に示す著者の検討の結果明らかとなった。また、材料特性の定義は明快ではあるが、その決定方法に数値計算による試行錯誤が含まれるなど、問題点も残されている。本モデルは、本論文で提案するモデルの基本となるモデルであることから、その特徴は2章以降において順次詳述する。

大野<sup>17)</sup>は、繰返し硬化-安定化材料の変動ひずみ振幅のもとでの履歴依存性を表現できる構成式の定式化のために、逆負荷後に等方硬化せずに移動硬化のみが進展する塑性ひずみ領域があると仮定し、それを非硬化ひずみ領域と定義した。非硬化ひずみ領域は塑性変形の進行と共に拡大し移動する。含まれる材料特性は塑性接線係数、初期降伏応力、等方硬化と移動硬化の割合、非硬化領域の発達速度である。304ステンレス鋼の薄肉円管の繰返しねじり試験結果との比較により理論の妥当性を検討した。しかし、線形硬化であることの限界によって精度よ

い推定は必ずしもできていない。

そこで、大野ら<sup>[14]</sup>は、繰返し非硬化領域（非硬化ひずみ領域）の概念を非線形硬化材料に適用した。そのためにDafalias-Popovモデルの考え方を導入した。線形硬化材料に対する繰返し非硬化領域モデルの降伏曲面を境界曲面と考え、その内側に降伏曲面を設定する。なお、簡単のために降伏曲面は移動のみとするものとしている。また、逆負荷後の繰返し非硬化領域において境界面は移動のみとする。304および316ステンレス鋼の薄肉円管の繰返しねじり試験結果との比較により理論の妥当性を検討した。また、SatraおよびOhno<sup>[15]</sup>は、線形硬化の場合と、境界曲面モデルを導入した非線形硬化の場合の繰返し非硬化領域モデルを引張圧縮を受ける切欠丸棒のFEM解析に適用して両者の結果を比較した。これらの大野らによって展開された非硬化領域の概念は、材料に繰返し塑性ひずみが生じる問題に、生じたすべての塑性ひずみが履歴効果を持つものでないことを示唆している。

これまで、主として降伏曲面の概念を用いる古典的な弾塑性理論と、その発展の過程に従って、主たる研究の概要を示した。次に、比較的新しい概念に基づく構成モデルとして最近注目されているエンドクロニックモデルがある<sup>[16]</sup>。エンドクロニックモデルはその定式化において、降伏曲面や塑性ポテンシャルの概念を含まないことから、その適用性に関する検討が近年盛んに行われつつある。しかし、降伏曲面の導入や塑性ポテンシャルの仮定を含まないことから、既存の弾塑性応答解析システムに組み込むことは必ずしも容易ではない。

最後に、モデルの構築およびその推定精度の検討に関して一貫して単軸応力状態での応力-ひずみ関係を扱った（すなわち、多軸応力場への適用に関する記述や検討がなされていない）モデルのうちの主要な研究の概要を述べる。これらの研究の目的は、単軸状態において材料の基本的な硬化特性の履歴依存性を検討することにあるので、これらの研究の成果は、より一般的な多軸応力状態を念頭に置いたモデルを構成する際の有用な情報を与える可能性を持つ。

Katoら<sup>[17]</sup>は、漸増型の引張圧縮荷重を受ける丸棒試験片の応力-ひずみ関係を、引張径路及び圧縮径路のそれぞれにおいて、前の径路での最大応力を越える範囲、弾性的な除荷の部分およびBauschinger効果が現われる部分に分けてモデル化した。第1の部分著者はスケルトン部分と呼ばれ、引張及び圧縮径路についてのスケルトン部分をそれぞれ連ねると、単調載荷における応力-ひずみ関係とほぼ等しくなることを実験結果から示した。また、弾性的な除荷の部分はヤング率の勾配を持つ直線と仮定した。そして、Bauschinger効果が現われる部分を双曲線で近似することによってこのような荷重パターンでの履歴曲線が決められるとした。しかし、この方法では応力振幅が次第に小さくなる径路も含めた、より複雑な径路への適用はできない。また、弾性的な除荷の部分についても、実測によれば実際には振幅が大きい場合には直線とはならない。本研究の方法は振幅漸増型の履歴曲線を、単調応力-ひずみ関係を用いて簡略に推定しようとするもので、高い精度を追求したものとは必ずしもいえない。

Yokooら<sup>[18]</sup>は、40kg級のH型钢から切り出した板状試験片の引張圧縮載荷試験

の結果を統計的に整理した。Ramberg-Osgood型の曲線<sup>1)</sup>によって各半サイクルでの応力-ひずみ曲線を近似した場合の、2つのパラメータが直前の応力振幅と両対数紙上でほぼ直線となることから直線回帰によってパラメータを直前の応力振幅の関数として表現した。次に、Yokooら<sup>2)</sup>は、Ramberg-Osgood型の曲線で応力-ひずみ曲線を近似する場合のパラメータが、それまでに生じた最大の応力振幅と両対数紙上でほぼ直線となることから直線回帰によってパラメータを最大応力振幅の関数として表現した。その結果、前報<sup>1)</sup>より良好な近似が得られることを、推定結果と実測結果との比較により確認した。また、同一鋼種の、他の材料の推定についても検討した。処女応力-ひずみ関係のひずみ硬化部を Ramberg-Osgood式で近似したときの係数の比を、既に得られた履歴曲線のパラメータを修正することにより、良好な推定が可能であることを示した。さらに、中村ら<sup>3)</sup>は、(i)応力-ひずみ曲線が降伏棚から反転して以降、十分な塑性ひずみを経験するまでの間に、その進行方向に次々に反転した場合に、その曲線を表現する関係式、(ii)応力-ひずみ径路が示す復帰径路の取り扱い、の2点について実験結果に基づく仮定を導入し、これによって定結した応力-ひずみモデルを構築した。そして、部材解析への適用として、はり-柱部材の剛性を評価する方法を示した。次報において、中村ら<sup>3)</sup>は、変動軸圧下での繰返し両振り塑性曲げ実験の結果と部材解析プログラムによる解析結果とを比較することによって、予測性能を検証した。その結果、5~6サイクル程度の曲げについては、はり-柱モデルおよび鋼はりの挙動予測の精度は非常に良好であることが確認された。

栖原および修行<sup>4)</sup>は、独自に標準試験を定め、これとそれに類似の試験、および一定のひずみ振幅での試験の結果から単軸応力-ひずみ関係を定式化した。そして、2種の造船構造用軟鋼と構造用鋼SS41の引張圧縮応力-ひずみ関係の推定に適用し、良好な推定結果を得た。さらに、部材解析への適用例として、はりおよびはり-柱の曲げモーメント-曲率関係を計算し、これとバイリニア型の応力-ひずみ関係を用いた場合と比較して、提案した応力-ひずみ関係の有用性を論じた。

修行<sup>4)</sup>は、前報<sup>4)</sup>と全く同様の検討を高張力鋼K5D, HT50, HT60について実施し、若干の修正によって、軟鋼の場合と全く同様に、履歴応力-ひずみ関係が精度良く推定できることを示した。なお、HT60については、精度が悪く検討の余地を残している。更に、栖原ら<sup>5)</sup>は前報<sup>4)</sup>で構築された単軸応力-ひずみ関係と異方性複合硬化理論を組合せ、多軸応力状態におけるBauschinger効果に配慮した弾塑性解析法を構築した。適用例として、切欠付き平板の応力集中問題、および塑性疲労亀裂の進展問題を解析したが、ケーススタディとして計算例を示したに留まっている。

福知<sup>6)</sup>は一定のひずみ振幅の繰返しでの応力-ひずみ関係は、定常状態では平均ひずみによらず同一となることから、単軸応力-ひずみ関係の予測式を導いた。WilliamsおよびTopper<sup>7)</sup>は、平滑板状試験片、切欠のある板状試験片の引張、純曲げ試験片、片持ちはり試験片およびボックス型の小型ラーメン構造の履歴挙動を予測し、十分な負荷履歴を受けた後の履歴挙動はいわゆるMasing型で表せるとした。ただし、各応力-ひずみ曲線は常に前々回の反転点を通じた後、前々半

サイクルでの曲線上に復帰する。20324-T351アルミニウム、Muntz金属、Boron鋼を対象とした実測との比較によって良好な精度で履歴挙動の予測が可能であるという結論を得た。

このように、金属材料の繰り返し塑性挙動を精度良く推定しようとする試みは多くなされている。そして、多軸応力場への適用性を考慮した繰り返し塑性モデルも多数提案されているが、その適用性については単軸応力に対して検討したものがほとんどであり、多軸応力状態への適用性を実測結果との比較を通じて詳細に検討した研究はほとんどない。また、単軸応力状態の応力-ひずみ関係の実験データに対して種々の整理をしてパラメータを決定する研究<sup>1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10) 11) 12) 13) 14) 15) 16) 17) 18) 19) 20) 21) 22) 23) 24) 25) 26) 27) 28) 29) 30) 31) 32) 33) 34) 35) 36) 37) 38) 39) 40) 41) 42) 43) 44) 45) 46) 47) 48) 49) 50) 51) 52) 53) 54) 55) 56) 57) 58) 59) 60) 61) 62) 63) 64) 65) 66) 67) 68) 69) 70) 71) 72) 73) 74) 75) 76) 77) 78) 79) 80) 81) 82) 83) 84) 85) 86) 87) 88) 89) 90) 91) 92) 93) 94) 95) 96) 97) 98) 99) 100)</sup>もある。これらの現状は、繰り返し塑性挙動が複雑であることに起因している。また、モデルの精度を追求しようとするれば自ずとモデルは複雑となり、これが汎用的に構造物の応答解析に用いられることを妨げることにもなっているものと思われる。このような現状から、1.1で述べた各種の構造問題を解決するために、比較的容易に既存の解析システムに組み込むことが可能な高精度の繰り返し塑性モデルの開発が強く望まれている。

### 1.3 本研究の目的と本論文の構成

#### (1) 本研究の目的

1.1で述べたように、種々の構造問題において材料非線形性、特に負荷履歴に依存する応力-ひずみ関係が非常に重要な意味を持つ場合が少なくないにもかかわらず、前節で示したように、十分目的にかなうそのモデルはいまだ確立されておらず、それに関する研究は目下発展段階にあると思われる。そこで、本論文は複雑な繰り返し荷重を負荷されることによって履歴の影響を受けた構造材料の挙動を、数値計算によって推定するための応力-ひずみ関係のモデルを確立し、その有効性を実測結果との比較により示し、更に、同モデルを構造部材としてののはりの断面挙動の推定に応用するものである。

結晶組織を有する構造用金属材料などは典型的な弾塑性的挙動を示すことが知られている。弾性的性質は、原子の一次結合の復元力に起因するものであり、組織に不敏感で可逆的である。したがって、塑性的な変形によって組織構造が変化しても、これがその材料の弾性に与える変化は小さい。これに対して、塑性は原子間の相対すべりによるもので、転位の移動によって引き起こされ、微視的な構造とその変化に強く影響される組織に敏感な不可逆的特性を持つ<sup>1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10) 11) 12) 13) 14) 15) 16) 17) 18) 19) 20) 21) 22) 23) 24) 25) 26) 27) 28) 29) 30) 31) 32) 33) 34) 35) 36) 37) 38) 39) 40) 41) 42) 43) 44) 45) 46) 47) 48) 49) 50) 51) 52) 53) 54) 55) 56) 57) 58) 59) 60) 61) 62) 63) 64) 65) 66) 67) 68) 69) 70) 71) 72) 73) 74) 75) 76) 77) 78) 79) 80) 81) 82) 83) 84) 85) 86) 87) 88) 89) 90) 91) 92) 93) 94) 95) 96) 97) 98) 99) 100)</sup>。このように、弾性変形と塑性変形はかなりその性質が異なることから、これらを独立に扱うことは、金属材料に対しては妥当であると考えられる。

そこで、本研究では構造用鋼材が弾塑性体と見なせるものとし、

(目的1) 負荷履歴依存性を呈するが負荷速度には依存しない構造用鋼材の履歴応力-ひずみ関係を推定するための繰り返し塑性のためのモデルを構築する。

構成モデルが複雑であればあるほどそれに含まれる材料特性パラメータの数が一

般には増加する。極端な場合には物理的に説明できないようなパラメータが含まれる場合さえある。材料特性パラメータを決定するための方法のひとつとして数値計算により試行錯誤的に材料特性パラメータを決定する方法が取られることがある。しかし、構成方程式あるいは構成モデルに含まれる材料パラメータは何らかの意味で物理的な解釈の可能なものであることが望ましく、かつそれらは客観的に測定から決定できることが必要であるという立場を本研究では取る。そこで、提案した構成モデルを実際に用いるために

(目的2) 材料特性を求める基本的な測定方法とその結果の評価の方法を提案する。この方法によって、任意の構造材料に本モデルを適用することが可能となり、得られた材料特性を用いて種々の負荷履歴に対して履歴応力-ひずみ関係を計算することができるようになる。

続いて、提案モデルの有効性を示すために、

(目的3) 構造用鋼材が複雑な繰返し荷重を受けるときの単軸の履歴応力-ひずみ関係が同モデルによって精度良く推定できることを実測結果との比較により示す。

対象とする負荷履歴は、①ひずみ硬化域においてひずみの顕著な繰返しが生じる場合、および②降伏棚域においてひずみの顕著な繰返しが生じる場合に大別される。

繰返し塑性モデルの構造部材への応用として、

(目的4) はりの弾塑性履歴曲げモーメント-曲率関係の推定に対して同モデルを適用し、さらに、その応答を容易に推定することができる曲げモーメント-曲率関係の推定法を述べる。

より簡略な構成モデルの例としてよく用いられるバイリニア型の応力-ひずみ関係や提案モデルの基本となるPeterssonおよびPopovによって提案されたモデル<sup>1)</sup>

を用いた場合の数値計算例ならびに載荷試験によって実測された結果との比較によって、提案した繰返し塑性モデルの有効性を示す。さらに、ここでの解析方法を用いて、繰返し塑性モデルの概念を応用した曲げモーメント-曲率関係の計算方法を示し、それが実測値と良く一致する推定値を与えることを示す。

## (2) 本論文の構成

### 【第2章】

構造用鋼材の履歴応力-ひずみ関係を精度良く推定するための繰返し塑性モデルを示す。

2.2において多曲面手法の概念を2次元主応力空間において述べる。そして、この概念をより明快に理解するために、単軸応力状態にある材料の応力-ひずみ関係と、2次元応力空間における状態曲線との関連を明らかにする。

2.3においては、提案モデルの状態変数である累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の意味と役割について詳述する。そして、本モデルの重要な特徴のひとつとして、相当塑性ひずみの累積に関する新たな手法を提案する。この手法は、実験室における材料試験においてしばしば観察される応力-ひずみ曲線における復帰

現象との適合のために必要な条件であることを示す。

2. 4においては、繰り返し塑性に関する材料特性を表す関数である基本曲面サイズ関数ならびに重み関数について述べる。さらに、これらの関数の選定方法はかなり自由度が高いことから、要求される推定精度に従った関数の選択ができることを示す。

2. 5においては、多曲面の移動および更新の方法をPetersson-Popovモデルが提案された論文にしたがって説明する。

### 【第3章】

提案した繰り返し塑性モデルの材料特性を決定するための測定方法とその結果の適用方法を提示する。ここでは、測定ならびにその結果の整理の手順に従って、材料試験の結果を用いて具体的な結果を示しながら説明する。

3. 2において、はじめに、適用例として用いる構造用鋼材およびこれによって製作された試験片、試験装置および測定方法について述べる。

3. 3においては、材料特性を決定するために必要な測定の方法を示す。提案モデルが累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分を状態変数としていることから、簡単な試験によって測定される応力とひずみの関係を用いて、任意の負荷履歴を受けたあとの曲面サイズ関数が評価でき、測定された曲面サイズ関数群を用いて、すべての材料特性が容易に評価できることを示す。

3. 4および3. 5においては、それぞれ基本曲面サイズ関数および重み関数の評価方法と、構造用鋼材SM41A, SM50YB, HT70 についてのそれらを実験した結果を示す。ただし、これらは、統計的なデータ処理によって得られる材料特性ではないことに注意しなければならない。たとえば、おなじSM41Aでも材料特性にバラツキがあり、さらに試験片の形状によっても測定結果は異なる。本論文は材料の基本的な特徴が得られたときに、それによって繰り返し塑性挙動をどの程度追跡できるかという点に注目している。

### 【第4章】

構造用鋼材の引張圧縮履歴応力-ひずみ関係の推定に対して、提案モデルの有効性を示す。

4. 2においては、有限要素法に提案モデルを適用するために、弾塑性応力-ひずみマトリックスを求めると共に、数値計算方法、解析対象ならびにそのモデル化の方法を述べる。

4. 3においては、提案モデルの検証のために実施した載荷試験の方法について述べる。

4. 4においては、推定される履歴応力-ひずみ関係が、実測結果に対してどの程度の精度を有するかを定量的に評価するための、推定誤差量を定義する。

4. 5においては、 $10^{-7}$  のオーダーのひずみが繰り返し負荷される場合の推定精度を検討する。特に、材料特性の評価や累積相当塑性ひずみの評価の仕方などに対する、本モデルと Petersson-Popovモデルとの相違に注目して、種々の場合を想定して数値計算を実施した。それらの結果と実測結果との比較によって、本研究で示したモデルが優れたものであることを示す。

4. 6 においては、降伏棚などの不安定な変形過程での除荷と再負荷が繰り返される場合の推定精度を検討する。この場合、数値計算による検討から第3章で求めたものと同様の基本曲面サイズ関数のみでは推定精度に限界があることから、あらたに複数の基本曲面サイズ関数を測定し、これを用いて数値計算を実施した。その結果から、要求される推定精度に応じて基本曲面サイズ関数の数を増減することにより、所定の精度が期待できることを確認する。

4. 7 においては、本モデルに含まれる材料特性を求めるために必要な引張圧縮載荷試験を省略するための試みとして、引張応力-ひずみ関係によって修正した材料特性を用いた場合の推定結果を示す。

#### 【第5章】

提案した繰り返し塑性モデルの構造部材への応用として、圧延H型钢はりの履歴曲げモーメント-曲率関係を推定し、その結果と載荷試験によって測定されたそれらの関係とを比較して、精度の良い推定がなされることを示す。

5. 2 においては、履歴曲げモーメント-曲率関係の推定精度を調べる目的で実施する載荷試験に用いた試験体の設計・製作および試験機の構造・設置方法を示す。

5. 3 においては、いくつかの検出器を用いて鋼はりの曲率の測定方法を種々検討し、それらによる測定の妥当性を調べる。

5. 4 においては、履歴曲げモーメント-曲率関係の測定のために実施した載荷試験の方法と測定方法を述べる。

5. 5 においては、数値計算によって履歴曲げモーメント-曲率関係を求めるために必要となる、試験体の残留応力と材料特性を求めるための測定方法と測定結果を示す。

5. 6 においては、接線剛性法を用いて履歴曲げモーメント-曲率関係を計算する方法を示す。

5. 7 においては、それらの計算によって推定された履歴曲げモーメント-曲率関係を実測によって得られたそれと比較する。これによって、繰り返し塑性モデルとそれを導入した履歴曲げモーメント-曲率関係の計算方法の妥当性を確認する。

5. 8 においては、これらの結果から、繰り返し塑性モデルで用いられた方法を応用したより簡略な履歴曲げモーメント-曲率関係の推定方法を提案する。

5. 9 においては、この方法の妥当性を5. 7で示した結果との比較により示す。

#### 【第6章】

結論として、本研究で得られた主な結果ならびに知見を総括する。

## 第2章 履歴応力-ひずみモデルの提案

### 2.1 はじめに

繰り返し塑性モデルのひとつに、応力空間で定義された多数の曲面の挙動によって硬化挙動を表現する多曲面塑性モデル<sup>[10][11]</sup>がある。DafaliasおよびPopovが提案した2曲面モデル<sup>[10][11][12]</sup>（あるいは境界曲面モデル）の修正モデルとしてPeterssonおよびPopovによって一種の多曲面モデルが提案された<sup>[10][11][13]</sup>。この論文においては、引張強度が60キロ程度の鋼材の引張圧縮および繰り返しねじり下での応力-ひずみ関係を精度良く推定できることが示されている。このモデルは、理論的に明快で、導入された材料特性の意味も明確であるので、種々の材料へ適用することが可能であると思われる。しかし、一方、構造用鋼材に特有の非硬化領域（いわゆる降伏棚）および顕著な繰り返し硬化現象を示す場合にこれをそのまま用いることは妥当でなく、また、実験時に観察される復帰現象を的確に表現できないことが明らかとなった（これらについては、本章の3節および4節において述べる<sup>[10][11][14]</sup>）。さらに、材料特性の決定の方法が必ずしも明確に示されているとは言い難い。

本章では、このような欠点のあるPeterssonおよびPopovによって先に提案されたモデル<sup>[10][11]</sup>（Petersson-Popovモデルと呼ぶ）を改良して、繰り返し塑性モデルを提案する。まず、履歴応力-ひずみ挙動が主応力空間で定義された曲面の拡大・縮小ならびに移動によって表現されることを示し、その概念を詳述する。次に、ひずみ履歴の効果の進展を示す状態変数である累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の定義とその意味を示し、累積相当塑性ひずみに履歴効果を有するものと有しないものに分けられると考えることによって、復帰現象を表現できることを示す。そして、曲面の大きさを表す曲面サイズ関数の定義と、これの変化を記述するための材料特性である基本曲面サイズ関数と重み関数の考え方を述べ、Petersson-Popovモデルにおいて2つであった基本曲面サイズ関数の数を増すことによって、モデルが非常に適用性の広いモデルとなることを示す。更に、PeterssonおよびPopovによって提案された曲面の移動と更新の概念とその方法を述べる。これらによって、提案するモデルに含まれる概念のすべてが明確となる。

### 2.2 多曲面手法を用いた履歴応力-ひずみモデル

本章で提案する繰り返し塑性モデルは、応力空間で定義された多数の状態曲面（2次元主応力空間では曲線）によって、非線形硬化現象を記述するものであり、材料の硬化特性を簡潔にしかも工学的に意味のある程度に精度良くいかに表現するかを目標とするものである。負荷履歴の進展にともなって増加する状態変数の大きさによって、各曲面の大きさと各々の相対的な配置を決定する。この曲面群の配置が材料の硬化特性を表現することになる。

等方硬化則<sup>[15]</sup>による場合を例にとり、2次元主応力空間においての多曲線の

配置の概念をFig.2.2.1を用いて説明する。ここでは降伏条件としてはvon-Misesの降伏条件<sup>(2.2.1)</sup>を用いている。von-Misesの降伏条件は主応力成分 $\sigma_1$ および $\sigma_2$ を用いて次式によって表されるので、各曲線は楕円となる。

$$f = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2]^{1/2} \quad (2.2.1)$$

なお、Trescaの降伏条件<sup>(2.2.2)</sup>などの他の降伏条件を用いる場合には、各曲線がたとえば多角形などになるという違いが生じるのみで、基本的な概念は全く同様である。

等方硬化則によれば、Fig.2.2.1(a)図に示したように、塑性状態に入った後の後続降伏曲線は、その形状が初期降伏曲線と相似で大きさが次第に大きくなると仮定されている。そして、応力点は常に降伏曲線上に存在し、予負荷を受けた材料の降伏曲線は最も外側の曲線で表される。したがって、もし除荷が発生した場合には、降伏曲線が拡大したことに対応して弾性範囲が実験的結果に比べて大きくなり過ぎる。これは等方硬化として取り扱うことの特有の欠点である。

本論において提案するモデルは、上記の欠点に配慮して以下の条件を満たすように構成する。

- a)最も内側の曲面は弾性範囲を限定する降伏曲面である。
- b)その外側に、その大きさが次第に大きくなるように、多数の載荷曲面が配置される。
- c)材料は初期等方性を持つ。したがって、すべての曲面は初期状態で同一の中心座標を有する。
- d)各曲面は負荷履歴に対応して移動し、膨張あるいは縮小する。
- e)各曲面は変形せず、また、回転もしない。
- f)前2項により、各曲面は初期状態からのそれらの移動量を表すベクトルと膨張あるいは縮小の程度を示すスカラー量のみによって定義される。
- g)処女載荷過程での硬化挙動は等方硬化則によって表される。
- h)単調な載荷過程での硬化挙動は、除荷が発生した時点で定められた多曲線によって表現される。
- i)材料の受けた負荷履歴は、この多曲線が設定されるための負荷履歴と、その後の単調な載荷過程での負荷履歴に分けられる。

前述の等方硬化の説明に準じて本モデルを説明すると、降伏曲線と載荷曲線がFig.2.2.1(b)に示されたように初期状態において配置されていると考える。そして、応力点はそれぞれの曲線上のある一点によって表され、応力径路はそれらの点の軌跡として表される。したがって、処女材の単調な外向きの載荷過程に対しては、両者の概念は全く等価である。ここで、“単調な外向きの載荷過程”とは、ある載荷過程のある時点で除荷が発生し、続いて塑性状態に入り、再度除荷状態にはいるまでの過程のことを示すものとする。PetterssonとPopovによれば、g)の仮定は負荷される応力に対応する降伏曲線の範囲が極端に広くない限り、良好な推定結果を与えるものと考えられる<sup>(2.2.3)</sup>。

本モデルと等方硬化則によるモデルの主応力面上での相違および本モデルの特徴は以下の諸点にある。すなわち、等方硬化則によれば、初期降伏曲線が膨張したものとして後続降伏曲線が表されるために、除荷が発生したときに弾性範囲が実験結果に比べて大きくなり過ぎる。これに対して、本モデルでは初期降伏曲線と後続降伏曲線とが前記の条件h)により全く別の曲線として区別して扱われるので、除荷が発生したときに弾性範囲が大きくなり過ぎるという前者の欠点は本モデルではなくなっている。そして、(b)図のS点に対応する応力状態で除荷が発生したときの硬化挙動は、単調な荷重過程における硬化挙動を表す曲線群でなく、除荷の発生に伴い除荷過程に対応する曲線群である”更新された曲線群”の大きさと配置によって評価する。すなわち、(b)図の状態では除荷が発生したときには、直ちに更新された曲線群を定義しなければならない。もし、曲線群の配置がこのままであれば、弾性範囲はもっとも内側の曲線で表されることにしているから、除荷時の弾性状態を実状に合うように表現できないこととなるからである。

Fig.2.2.2に示した例においては、(a)図に示す処女過程に対応する曲線群 $\Gamma$ を荷重点はS点まで初期単調荷重状態の下で進展し、S点で除荷が発生すると、(b)図のように規則(2.5)において述べる)にしたがって更新された曲線群が除荷発生と同時に評価され、定義される。それ以後は更新された(b)図に示す多曲線の配置に従った硬化挙動を材料が示すと考える。また、除荷が発生しなかったならば、(a)図に示した曲線群に従った硬化挙動を継続する。

単調な荷重過程における材料の硬化挙動は、その過程が始まった時点(除荷が発生した時点)で評価された多曲線の形状と配置によって決定される。これらの多曲線は最新の除荷が発生した時点までに材料が受けた荷重履歴によって設定される。注目する材料の荷重履歴は、それを”累積履歴”と”増分履歴”に分け、多曲線の配置と大きさは”累積履歴”によって決定し、再び除荷が発生するまでの単調な荷重過程における硬化特性は、”増分履歴”の値に対応する曲線群によって表現する。これらの累積履歴および増分履歴は塑性ひずみの関数と考えるが、これについては次節において論じる。

このような多曲線の配置と硬化挙動との関連を単軸応力状態について示せば、Fig.2.2.3のようになる。すなわち、(a)図は初期荷重状態の場合を示し、(b)図はある荷重履歴を受け更新された場合を示している。それぞれの図において、左図は単軸応力-塑性ひずみ関係を、右図はこれに対応する単軸荷重を受けた材料の2軸応力状態での多曲線の配置を示している。

(a)図において、単軸応力-塑性ひずみ関係としては、初期荷重状態として引張荷重した場合と圧縮荷重した場合の関係を同時に示してある。初期等方性を仮定していることから、両者が示す曲線の形状は等しい。引張荷重した場合と圧縮荷重した場合の応力-塑性ひずみ曲線の形状が等しいということは、多曲線が偏心なく配置されることによって2軸応力空間に表現される(次頁\*1)。応力-塑性ひずみ曲線上の点pおよび点p'で示される応力の範囲は弾性範囲を示している。この弾性範囲は応力空間においては最も内側の曲線fの内側として表されている。点aと点a'で示された応力点では同じ塑性ひずみ $\epsilon_p$ が生じている。これらの応力点は、塑性

ひずみ $\epsilon$ が材料に発生する負荷履歴状態を表す曲線 $f_1$ によって応力空間に表示されている。同様に、塑性ひずみ $\epsilon_p$ および $\epsilon_{pl}$ が発生する負荷履歴状態を表す曲線 $f_2$ 、 $f_3$ が同図に表示されている。

(b)図においては、点 $q$ まで載荷した後、除荷して得られる応力-塑性ひずみ関係を実線で、点 $q$ で除荷しない場合のそれを破線で示した。すなわち、これらの曲線は、点 $q$ に相当する負荷履歴を受けた状態を初期状態としてそれぞれ引張載荷した場合と圧縮載荷した場合の関係を示していることに相当する。(a)図の場合と同様に、応力-塑性ひずみ曲線上の点 $q$ および点 $q'$ で示される応力の範囲は弾性範囲を示している。この弾性範囲はやはり曲線 $f_1$ の内側として表されている。ただし、材料は応力点 $q$ に相当する負荷履歴をすでに受けていることから、曲線 $f_1$ の中心はもはや原点にはない。さらに、曲線の大きさ(すなわち、弾性範囲の広さ)も(a)図の場合とは異なっている。点 $a$ と点 $a'$ で示された応力点では、除荷開始点 $q$ からの塑性ひずみの増分が $\epsilon_{pl}$ に等しい。これに対応する曲線 $f_2$ もまた、異なる中心を有し大きさも初期状態とは一般に同じではない。このことは $f_1$ についても同様である。このように、ある負荷履歴を受けたあとの硬化特性は互いに偏心した多曲線群によって表現される。

Fig.2.2.3においては、簡単のために $f_1 \sim f_4$ の4つの曲線のみを示した。しかし、一般的には連続的に無限の曲線群を配置すべきものであり、本研究においては、無限に配置した曲線群を用いて硬化特性を表現する。前述のように、各曲線はその中心座標と大きさのみによって定義される。これらは、増分履歴に対応して設定するので、代表的ないくつかの曲線の配置から内挿してその中間での曲線群を表現すれば、数個の曲線を扱うのみで、連続的に配置されたすべてのひずみ履歴に対応する無限の曲線群を表現できるものと見なされる。

## 2.3 ひずみ履歴の進展を表わす状態変数

### - 累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分 -

本研究で提案するモデルは、前節で述べたように繰り返し塑性現象においてひずみ硬化率が連続的に変化する現象を曲面の大きさの変化と移動によって表現することを基本として構築したものである。どのようなモデルによって材料のひずみ履歴の進展を表現するとしても、ひずみ履歴の進展というものがどのような物理量に依存して表現されるのか、言い替えれば、ひずみ履歴の進展を表現する状態変数が何であるかという点が、繰り返し塑性現象を追跡するうえで極めて重要である。

Petersson-Popovモデルでは2つの"key parameters"を状態変数として導入され

\*1 特殊な例として、残留応力の存在や圧延の影響等によって、初期に顕著な異方性のある材料の場合には、引張載荷した場合と圧縮載荷した場合とでは、応力-ひずみ関係が必ずしも同一とはならない場合がある。その場合は、多曲線の初期の配置を(a)図の右図のような同心曲線群でなく、偏心曲線群を考えることによってこれを考慮することが可能である。

た<sup>(\*)1</sup>。本提案モデルにおいても、彼らが用いた”key parameters”すなわち累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分を状態変数として採用する。本節においてはこれら2つの”key parameters”の意味と評価の方法を述べる。

### (1) 履歴効果を表現するための状態変数

繰り返し塑性モデルである Petersson-Popovモデルにおいて採用された状態変数は、以下の式で示される2量である。

$$\text{累積相当塑性ひずみ } \varepsilon_{\text{eq}} = \int_{t_0}^t d\varepsilon_{\text{eq}} \quad (2.3.1)$$

$$\text{相当塑性ひずみ増分 } \Delta\varepsilon_{\text{eq}} = \int_{t_0}^t d\varepsilon_{\text{eq}} \quad (2.3.2)$$

ここで、 $\varepsilon_{\text{eq}}$ は”the plastic strain at current time  $t$ ”(\*1)であり、また $\Delta\varepsilon_{\text{eq}}$ は”an increment in plastic strain from  $t_0$  to some future time  $t$  for the case of monotonic outwards loading according to some predefined rule”であると文献<sup>(\*)2</sup>では記述されている。 $t_0$ は繰り返し負荷履歴のある段階において、塑性状態から除荷が生じる時点をさしているものと思われる。すなわち、 $\varepsilon_{\text{eq}}$ は最近に生じた除荷までの全相当塑性ひずみである。また、 $\Delta\varepsilon_{\text{eq}}$ は $t_0$ から時間 $t$ まで”monotonic outward loading”<sup>(\*)3</sup>した時の相当塑性ひずみの増分である。

ここでいう”monotonic outward loading”とは、単調に多曲面の外側へ向かう載荷のことである。したがって、最近に生じた除荷から塑性が進展したことによって生じた相当塑性ひずみ増分が $\Delta\varepsilon_{\text{eq}}$ である。なお、ここで言う”時間”とは材料内部の時間の尺度である。 $t_0$ 、 $t$ および $t_1$ の意味を応力-ひずみ曲線上および提案モデルの多曲線上で示すとFig.2.3.1のようになる。

式(2.3.1)および式(2.3.2)の2つの状態変数は、”some future time” $t_1$ までに材料に発生した相当塑性ひずみの総和 $\varepsilon_{\text{eq}}(t_1)$ の一部であり、これらの間には次の関係が成立すると考えられる。

$$\varepsilon_{\text{eq}}(t_1) \geq \varepsilon_{\text{eq}}(t) + \Delta\varepsilon_{\text{eq}} \quad (2.3.3)$$

ここで、材料に発生した相当塑性ひずみのすべてが材料の負荷履歴の効果に寄与する場合に、上式の等号が成立する。また、発生した相当塑性ひずみのある部分のみが寄与する場合、等号は成立しない。

### (2) 復帰現象と復帰経路

単軸引張圧縮載荷試験において観察される現象に、復帰現象(\*2)がある。

\*1 ”the equivalent plastic strain at current time  $t$ ” の誤りではないかと思われる。

\*2 文献<sup>(\*)2</sup>による呼び方であり、必ずしも一般的な呼称とは言えないが、他に適当な呼び方がみあたらないことから本論文においてもこれを用いる。

復帰現象とは、その名が示すように、ある負荷履歴の段階における応力-ひずみ曲線が以前のそれに復帰する現象を言う。横尾、中村らは、

”現在の応力-歪径路が、過去に経験した応力-歪またはその延長上へと折れ曲がるかのごとくにほぼ乗り移ると見られる現象”

と復帰現象を定義している<sup>1)</sup>。Fig.2.3.2は引張圧縮応力-ひずみ曲線の一部を示したものであり、①→②→③→④と荷重反転が生じる場合の例である。この図を用いて復帰現象を述べれば次のようになる。

『径路②→③において生じるひずみ幅 $\varepsilon_{2-3}$ が、径路①→②において生じたひずみ幅 $\varepsilon_{1-2}$ に比べて顕著に小さい場合、③からの径路に対する応力-ひずみ曲線は、②の近傍の点②'を通り、②において除荷が生じなかったならばたどったであろう径路①→①へ戻る。』

このように、応力-ひずみ曲線が過去に材料が経験した径路の延長上に”復帰”することから、この現象が復帰現象と呼ばれたものと思われる。

Fig.2.3.3に、ひずみ制御試験において測定された2つの応力-ひずみ曲線の例を示す。図中に実線で示した曲線Aは繰り返し引張圧縮荷を受けたのち、点②において除荷し、その後単調に圧縮荷した場合の例である。また、破線で示した曲線Bは、単調に引張荷した後点③で除荷し、その後単調に圧縮荷した場合の例である。ただし、両曲線における最終除荷点③および④におけるひずみの値はほぼ等しく設定されている。これらの2つの曲線の比較から次のことが言え。

①曲線Aにおいて、各繰り返し荷中の引張過程における応力-ひずみ曲線は曲線Bの第1径路で示される処女応力-ひずみ曲線にほぼ”復帰”している。

②その結果として、両曲線の最終除荷点③および④での応力とひずみの値はほぼ等しくなっている。

③最終除荷点③および④以後の応力-ひずみ曲線はほぼ同じである。

①の結果から、曲線Aにおける閉曲線群はその後の応力-ひずみ関係に影響していないということがいえる。すなわち、最終除荷点③および④までに両材料が受けたひずみ履歴が同等であり、そのためそれ以後の応力-ひずみ曲線が③に示したように等しくなったものと考えることができる。このように考えるならば、累積相当塑性ひずみをひずみ履歴の程度を表す状態変数であるとすれば、これらの閉曲線において生じる塑性ひずみから計算される累積相当塑性ひずみは、累積相当塑性ひずみに加えてはならないことをこの結果は示している。曲線Aで示された測定結果は、復帰現象が連続して生じる場合の例であると考えられる。

復帰現象に関連して本節(3)で定義される累積相当塑性ひずみを具体的に計算するために、”復帰径路”という概念を導入した。復帰径路とは、その名が示すように、次のように定義される。

『ある径路で材料の塑性が進展しているときに、”復帰”すべき径路としてその材料が記憶している過去に経験した径路』

Fig.2.3.4に復帰径路の設定方法を一軸応力-塑性ひずみ曲線で説明する。各図において、太い破線で示した径路は現在の径路であり、太線で示した径路が復帰径路を示している。たとえば、Fig.2.3.4(a)に示した応力-ひずみ径路において、現

時点 $t_i$ に対して径路①→②は、第1復帰径路である。もしも②→③の径路で生じる相当塑性ひずみ幅が Fig.2.3.4(b)に示すように最大相当塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_{1,2}$ を越えて除荷が発生した場合、第2径路があらたな第1復帰径路となる。Fig.2.3.4(c)に示すように、②→③の径路で生じる相当塑性ひずみ幅が最大相当塑性ひずみ幅を越えずに、除荷が発生した場合には、径路①→②は第1復帰径路のままで、径路②→③が新たに第2復帰径路として設定される。すなわち、この場合には、材料は第1復帰径路および第2復帰径路を過去の記憶としてもつことになる。さらに、Fig.2.3.4(d)のような場合には、3つの復帰径路を材料は記憶することになる。このように進めてゆけば、一般にN個の復帰径路を材料は記憶することになる。

### (3) 累積相当塑性ひずみ: $\epsilon_p$

求めようとするひずみ履歴の段階に対して最近に生じた除荷までの相当塑性ひずみの累積量が累積相当塑性ひずみである。Petersson-Popovモデルを提案した論文<sup>[10]</sup>においては、 $\epsilon_p$ は”the plastic strain at current time  $t$ ”であると述べられているのみであり、特に評価の方法についての記述はみられない。したがって、次式が成立するものと仮定されているものと解釈する。

$$\epsilon_p(t) = \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2} \quad (2.3.4)$$

前述のように、上式は、材料に発生した相当塑性ひずみのすべてが材料のひずみ履歴に寄与することを意味する。この場合には、全径路で生じた相当塑性ひずみの総和を累積相当塑性ひずみとすることを意味する。しかしながら、この方法で $\epsilon_p$ を評価すると、実験によって観測される応力-ひずみ関係に照らして、必ずしも妥当であるとは考えられない。そこで、本研究では、この点に配慮して $\epsilon_p$ の評価方法を次に示すように定義した。

「ある応力-ひずみ径路において生じる相当塑性ひずみのうち、それまでに生じた相当塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_{i,i+1}$ の最大値を越える量のみがその後の応力-ひずみ挙動に影響する。そして、それらを累積した量を累積相当塑性ひずみと定義する。」

ここで、相当塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon_{i,i+1}$ とは、除荷が発生してから次の除荷が発生するまでに生じる塑性ひずみから計算される相当塑性ひずみのことを指す。すなわち、”monotonic outward loading”において生ずる相当塑性ひずみである。

このような定義および方法は本研究においてはじめて採用する方法であり、著者が知る限り、このような方法を明らかに示して、それにより累積相当塑性ひずみを評価した例はない。Fig.2.3.5に、相当塑性ひずみを累積する径路を例示する。図の実線は、負荷径路を表しており、それが反転する点1, 2, 3, …は除荷が発生したことを示している。上述のように定義された $\epsilon_p$ の累積相当塑性ひずみ径路は、図中の太線で示された径路であり、他の径路はその後の履歴に影響しない径路になる。

第4章において述べるように、このように定義された累積相当塑性ひずみを用いて推定された引張圧縮履歴応力-ひずみ関係は、測定されたそれをかなり忠実に再

現している。これに対して全応力-ひずみ径路において生じた相当塑性ひずみの総和を累積相当塑性ひずみとした場合には、履歴効果を過大に評価し過ぎることになり、特に普通鋼のようにひずみ硬化の顕著な材料については精度の良い推定はできないことが数値計算例によって明らかとなった。この結果の詳細は4.5において述べる。

#### (4) 相当塑性ひずみ増分 : $\Delta \epsilon_p$

相当塑性ひずみ増分は、最近に生じた除荷から塑性が進展したことによって生じた相当塑性ひずみの増分と定義される。

2.4で述べるように、提案するモデルにおいては、曲面のサイズは曲面サイズ関数によって表現され、それは相当塑性ひずみ増分の関数である。曲面サイズ関数は、除荷が発生してから次に除荷が発生するまでのひずみ硬化特性を定めるものである。それは、はじめの除荷までにどれだけの履歴を受けたか、具体的にはどれだけ相当塑性ひずみが累積されたか（ただし、本節(3)で定義した意味において）によって定まる。したがって、ある材料の任意の応力-ひずみ点におけるひずみ履歴の効果は、累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分によって規定されることになる。

Fig.2.3.6は、累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分の関連を単軸引張圧縮応力-ひずみ関係によって模式的に示したものである。Fig.2.3.6.(a)においては、径路 $\bar{1} \rightarrow \bar{2}$ において生ずる相当塑性ひずみの総和が累積相当塑性ひずみ $\epsilon_{p1}$ であり、除荷点 $t$ から現時点 $t$ までに生じた相当塑性ひずみが相当塑性ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{p1}$ となる。Fig.2.3.6.(b)の場合、径路 $\bar{1} \rightarrow \bar{2}$ の全部および径路 $\bar{2} \rightarrow \bar{3}$ のうちの太線で示した部分において生じた相当塑性ひずみの総和が除荷点 $t$ における累積相当塑性ひずみ $\epsilon_{p1}$ であり、除荷点 $t$ から現時点 $t$ までに生じた相当塑性ひずみが相当塑性ひずみ増分 $\Delta \epsilon_{p1}$ となる。これと同様にして、Fig.2.3.6.(c)および(d)の場合には、それぞれ太線で示した径路において生じた相当塑性ひずみの総和が $\epsilon_{p1}$ であり、除荷点 $t$ から現時点 $t$ までに生じる相当塑性ひずみが $\Delta \epsilon_{p1}$ である。すなわち、 $\epsilon_{p1}$ は除荷が発生する毎にクリアされ、 $\Delta \epsilon_{p1}$ は除荷が発生する毎に更新されることになる。

## 2.4 曲面サイズ関数

弾塑性理論において、弾塑性体のある点における降伏条件は一般的には以下の式で記述される<sup>(1)(2)</sup>。

$$f(\sigma - \alpha) = \kappa \quad \kappa : \text{ひずみ履歴を表すパラメータの関数} \quad (2.4.1)$$

上式は応力空間においてひとつの曲面を定義し、降伏状態を規定する。応力状態がこの曲面の内側にある点で示される時それは弾性状態に、外側にある時塑性状態にあることを意味する。このことから、この曲面は通常降伏曲面と呼ばれ、 $f(\sigma$

$f(\sigma - \alpha)$  は降伏関数と呼ばれる。 $\sigma$  は応力成分であり、 $\alpha$  は応力空間における降伏曲面の位置を表わすベクトルの成分である。 $\kappa$  は降伏曲面の大きさを表すパラメータである。 $\alpha$  および  $\kappa$  は一般にはひずみ履歴を表すパラメータの関数と見なされる。

最も基本的なモデルである等方硬化モデル<sup>[10]</sup> および 移動硬化モデル<sup>[11]</sup> による降伏条件は式(2.4.1)の特別な場合に相当する。Hillによって提案された等方硬化モデル<sup>[12]</sup> による降伏条件は以下のように記述される。

$$f(\sigma) = \kappa \quad \kappa: \text{ひずみ履歴を表すパラメータの関数} \quad (2.4.2)$$

すなわち、降伏曲面は移動せず、 $\kappa$  はひずみ履歴に対応して変化する。Pragerにより提案され<sup>[13]</sup>、Zieglerにより修正された移動硬化モデル<sup>[14]</sup> による降伏条件は

$$f(\sigma - \alpha) = c \quad c: \text{定数} \quad (2.4.3)$$

と書かれる。この場合、降伏曲面は移動するがその大きさは不変である。これらのモデルは簡略ではあるが、2で述べたように実際の鋼材の非線形硬化現象を表現できず、Fig.2.4.1に示すように等方硬化と移動硬化の中間的な複合硬化モデル<sup>[15]</sup> によって実測結果を表現し得る場合が多い<sup>[16]</sup>。本研究において提案する構成モデルにおける降伏条件は式(2.4.1)で表され、基本的には複合硬化モデルの範ちゅうに属するものと考えられる。

前節で述べたように、提案する構成モデルにおける状態変数は累積相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}$ と相当塑性ひずみ増分 $d\bar{\epsilon}$ である。したがって、移動量および曲面サイズ関数は一般形で以下のように表される。

$$\alpha = \alpha(\bar{\epsilon}, d\bar{\epsilon}) \quad (2.4.4)$$

$$\kappa = \kappa(\bar{\epsilon}, d\bar{\epsilon}) \quad (2.4.5)$$

本研究においては、 $\{\alpha\}$  を曲面移動量ベクトル、 $\kappa$  を曲面サイズ関数と呼ぶ。本節においてはこれらのうち、曲面サイズ関数の具体的な定義などについて述べる。

#### (1) Petersson-Popovによる曲面サイズ関数<sup>[17][18]</sup>

PeterssonおよびPopovは、重み関数は累積相当塑性ひずみのみの関数として定式化している。すなわち、累積相当塑性ひずみの全範囲に対して共通の重み関数と2つの基本曲面サイズ関数を用いて曲面サイズ関数はFig.2.4.2に示したように次式で表される<sup>[19]</sup>。

$$\kappa = W \kappa_1 + (1 - W) \kappa_2 \quad (2.4.6)$$

もし、各履歴段階における曲面サイズ関数が基本曲面サイズ関数の線形和で完全に表され得るならば、彼らの式(2.4.6)による定式化は全く妥当である。しかし、それを裏付ける理論的な根拠はなく、後章で述べるように著者らの測定によっても重み関数は相当塑性ひずみ増分に対しても変化する傾向が観察された。著者の使用した材料に対するこの測定結果から、より一般的な材料に対しても重み関数は相当塑性ひずみ増分に対して変化すると見なしておく方が相当塑性ひずみ増分に対して一定と見なすより適用性は広い。

PeterssonおよびPopovは、降伏棚と顕著なひずみ硬化を有する鋼材の履歴応力-ひずみ関係を推定できると述べているものの、具体的には高張力鋼に対してのみ適用して、良好な結果を得たとしているに過ぎない<sup>40)</sup>。

## (2) 提案モデルにおける曲面サイズ関数

本論において、曲面サイズ関数  $\kappa$  とは“除荷が発生してから次の除荷が発生するまでの負荷過程における曲面の大きさを表す関数”と定義され、具体的にはある単調な負荷過程におけるひずみ硬化特性を記述する関数である。すなわち、曲面サイズ関数は次式で表されるものとする。

$$\kappa = W \kappa_{j+1} + (1 - W) \kappa_j \quad (2.4.7)$$

本研究においては負荷履歴の効果は次の2つに分けられるものとする。すなわち、

① 単調な負荷におけるひずみ履歴の効果

② 応力の負荷方向の逆転に伴うひずみ履歴の効果(応力の繰返しの効果)

である。上記の①および②のひずみ履歴の効果モデル化するために、Petersson-Popovモデルにおける  $\kappa$  の定義を参考にして、式(2.4.7)に示すように基本曲面サイズ関数および重み関数というスカラー関数を導入して曲面サイズ関数を定義した。

Fig.2.4.3にこれらの各々の関数の関係を示す。 $\kappa_j$  および  $\kappa_{j+1}$  は、それぞれ任意に設定された境界(j)および境界(j+1)における基本曲面サイズ関数である。これらは、それぞれの時点でのひずみ硬化特性を記述する関数であり、相当塑性ひずみ増分の関数として定義される。また、 $W$  は境界(j)および境界(j+1)によって挟まれた累積相当塑性ひずみの区間における任意のひずみ履歴段階での曲面サイズ関数  $\kappa$  を記述するための重み関数である。重み関数は累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の値に対応して変化し、境界(j)においては  $W = 1.0$  であり、境界(j+1)においては  $W = 0.0$  とする。

重み関数が前節で述べた“monotonic outward loading”において一定であるとすれば、 $\kappa$  は相当塑性ひずみ増分  $\epsilon_p$  のみの関数となるので、相当塑性ひずみ増分  $\epsilon_p$  の増加が①の“単調な負荷におけるひずみ履歴の効果”を表現することになる。また、除荷の発生によって累積相当塑性ひずみ  $\epsilon_p$  の値は更新され、新たな累積相当塑性ひずみの値から求められる重み関数値が計算される。したがって、累積相当塑性ひずみの値を除荷の発生によって更新することによって、②に挙げた“応力の

負荷方向の反転に伴うひずみ履歴の効果”が表現される。

前述のように、重み関数は相当塑性ひずみ増分に対しても変化する傾向が著者らの測定において観察されたことから、本研究では、重み関数は累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の関数とした。したがって、除荷の発生によって決定される重み関数はFig.2.4.4 に示すように相当塑性ひずみ増分の関数となる。

概念的には境界の数は任意に設定できる。この場合、設定された境界の数を $N_b$ とすれば、 $N_b-1$ 個の重み関数と、 $N_b$ 個の基本曲面サイズ関数が必要となる。

### (3) 区間の設定について

境界が多く設定されれば一つの重み関数で表される累積相当塑性ひずみの領域が小さくなることから、重み関数の精度に対する要求は緩和される。しかし、同時に多くの基本曲面サイズ関数が必要となる。逆に、境界の数が少ない場合、重み関数が精度良く求められなければならない。

例えば、 $N_b$ 個の境界を設定し、 $N_b$ 個の基本曲面サイズ関数が測定により求められている（具体的な方法は3章で詳述する）場合を考える。Fig.2.4.5 に境界の設定と基本曲面サイズ関数および重み関数の関連を図示する。(a)図は $N_b$ 個の基本曲面サイズ関数を用い、重み関数は各区間で直線とした場合の例である。また、(b)図は3つの基本曲面サイズ関数のみを用いる場合の例である。(b)図において、○印は設定した基本曲面サイズ関数を用いて測定結果から評価した重み関数の値を表している。もし、曲面サイズ関数が式(2.4.7)によって完全に記述されるならば、(a)図の設定は(b)図において○印を直線で結んだ重み関数を用いることと全く等価である。したがって、近似的に式(2.4.7)が成立すると見なせる範囲においては更に境界を設定する必要はない。

Fig.2.4.6 は引張圧縮試験における応力-ひずみ関係の一例である。通常、鋼材を引張ると、弾性部分に続いて降伏棚とひずみ硬化現象が現れる（径路o-a-b-c-d-e）。また、降伏棚の途中で除荷が起きると、Bauschinger効果が現れるが、その後圧縮領域において再び降伏棚が出現する（径路o-a-b-b'）。更に、引張領域におけるひずみ硬化の開始点で除荷が起きた場合には、もはや圧縮領域では降伏棚は現れない（径路o-a-c-c'）。この現象はひずみ硬化域において除荷が起きる場合も同様である（径路o-a-d-d'）が、Bauschinger効果の程度は異なる。この現象は中村ら<sup>[10]</sup>および修行ら<sup>[11]</sup>によっても報告されている現象である。

提案モデルにおいては、このように処女材がひずみ硬化を開始する以前と以後ではあきらかに材料の挙動が異なることから、処女材のひずみ硬化開始点に相当する累積相当塑性ひずみの値に対応して境界を設定した。さらに、初期状態の $\epsilon_p = 0$ およびひずみ履歴の効果が飽和したところに相当する $\epsilon_p = \epsilon_{p,lim}$ において、境界を設けた。これらの境界はひずみ履歴が全くない場合と最も大きい場合に相当する。なお、処女材がひずみ硬化を開始した後は、常にBauschinger効果が支配的なことから、 $\epsilon_p = 0$ と $\epsilon_p = \epsilon_{p,lim}$ の間には境界を設定しないこととした。これらのことから、本研究では $N_b = 3$ とし、任意の履歴段階での曲面サイズ関数はFig.2.4.7に示したように次式で表されるものとした。

$$\kappa = \begin{cases} W_1 \kappa_{i-1} + (1 - W_1) \kappa_{i+1} & 0 \leq \bar{\varepsilon}_i < \varepsilon_{p,i-1} \\ W_2 \kappa_{i-1} + (1 - W_2) \kappa_{i+1} & \varepsilon_{p,i-1} \leq \bar{\varepsilon}_i < \varepsilon_{p,i} \\ \kappa_{i+1} & \varepsilon_{p,i-1} \leq \bar{\varepsilon}_i \end{cases} \quad (2.4.8)$$

式(2.4.8)を用いるのに対応して、累積相当塑性ひずみの値は3つの代表的なひずみ履歴の段階に対応する累積相当塑性ひずみの値によって以下の3つの区間に分割される。

$$\begin{aligned} \text{区間 I} & : & 0 \leq \bar{\varepsilon}_i < \varepsilon_{p,i-1} \\ \text{区間 II} & : & \varepsilon_{p,i-1} \leq \bar{\varepsilon}_i < \varepsilon_{p,i} \\ \text{区間 III} & : & \varepsilon_{p,i-1} \leq \bar{\varepsilon}_i \end{aligned}$$

ここで、 $\varepsilon_{p,i-1}$ は材料がひずみ硬化を開始するときの相当塑性ひずみである。また、 $\varepsilon_{p,i}$ 、 $\varepsilon_{p,i+1}$ はひずみ履歴の効果が収れんしたときの相当塑性ひずみである。

#### (4) 重み関数の定義

式(2.4.8)において、基本曲面サイズ関数 $\kappa_{i-1}$ 、 $\kappa_i$ 、 $\kappa_{i+1}$ および曲面サイズ関数 $\kappa$ は次章で述べるように相当塑性ひずみ増分の関数として測定結果から決定される。重み関数 $W_1$ は降伏棚の消失の程度を、また、重み関数 $W_2$ はひずみ硬化特性あるいは Bauschinger効果の程度を表す。式(2.4.6)で示された Peterssonおよび Popovのモデル化においては、この2つの特徴的な現象を同一の重み関数で表わしている。したがって、重み関数の与えかたによっては非現実的な応力-ひずみ関係が得られる結果となる。著者らの検討の結果によれば、4章で述べるように、Petersson-Popovがモデルの妥当性の検証のために用いた高張力鋼の場合には、その影響は比較的小さいが、降伏棚と顕著なひずみ硬化を持ち、更に Bauschinger効果の変化の程度の大きい軟鋼などの場合には、その影響は極めて大きくなる。

重み関数を導入するという彼らによって提案された概念は、現象論的にひずみ硬化特性の変化を記述するのを極めて容易にしている点で優れた提案であると考えられる。しかし、単一の重み関数を用いることによる上記の問題点が、軟鋼などのように Bauschinger効果の変化の程度がより大きい材料に対する適用を困難にしていると思われる。

## 2.5 多曲面の移動と更新

塑性域にある鋼材中の一点の応力状態は、常にその点の負荷履歴に応じた降伏関数によって定義される降伏曲面上の一点と対応している。そして、降伏曲面の外側または内側に向く応力増分に対応して、別の降伏曲面がひずみ硬化特性などに支配されて定義される。応力増分が応力空間において降伏曲面の外側に向かう方向をもつ(負荷の継続)ならば、続いて定義されるべき降伏曲面の中心はその負荷径路が開始した時点で設定されており、その $\kappa$ は $\bar{\varepsilon}_i$ の影響のみを受けて降伏曲面は膨張

する。

一方、現降伏曲面はその降伏曲面上の応力点において弾性領域を定義する降伏曲面  $f_{i-1}$  と外接しており、負荷径路が現降伏曲面の内側に向かう場合（除荷）には、降伏曲面は  $f_i$  に変わる。そして、除荷が引き続いて生じる場合は、それまでの負荷径路に対応して負荷が継続する場合の降伏曲面とはまったく別の  $\kappa$  が定義されて、除荷による応答が表現される。この場合のおおのこの  $\kappa$  および  $\alpha$  を求める  $\Xi$  は更新されたものであり、負荷が継続する場合とは異なったものである。

2. 2 で述べたように、上記の后者がここに述べる多曲面の移動と更新であり、移動とは  $\alpha$  の変更であり、更新とは  $\Xi$  の更新にともなって新規に多曲面を定義し直すことを言う。本節では、本論においても準用している Petersson-Popov モデルにおいて採用された方法 <sup>[20]</sup> について述べる。

多曲面塑性モデルにおいては、各々の曲面の移動によってお互いが交差しないといういわゆる非交差の条件が満たされなければならない。Petersson-Popov モデルではそのために、Ziegler の移動則 <sup>[20]</sup> を用いている。それによれば、その中心から応力点（降伏曲面上に存在する）に向かう方向に降伏曲面は移動するものと仮定される。すべての多曲面がその方向に移動すると仮定することによって非交差の条件は満足されることになる。

あるひずみ履歴の段階、すなわち累積相当塑性ひずみが  $\Xi_{i-1}$  の段階において除荷に続いて再負荷が生じ、それによって再降伏した場合を考える。そして、再降伏から第  $(m)$  回目の増分計算の段階における多曲面の中心を示すベクトル  $\{\alpha(\Xi_i)\}_{i-1}$  <sup>(\*)</sup> の計算方法を述べる。ここで、第  $(m-1)$  回目の増分段階における多曲面の大きさ  $\kappa(\Xi_{i-1})_{i-1}$  と中心を示すベクトル  $\{\alpha(\Xi_{i-1})\}_{i-1}$  は既知であるとする。また、第  $(m)$  増分段階での応力、ひずみ等は増分計算によりすでに求められているから、この増分段階で生じた累積相当塑性ひずみの増分  $\Delta \Xi_{i-1}$  も既知となる。この時、更新された曲面サイズ関数  $\kappa(\Xi_i)_{i-1}$  は累積相当塑性ひずみ  $\Xi_{i-1}$  を用いて求められる。

Fig.2.5.1 に  $\{\alpha(\Xi_i)\}_{i-1}$  の評価方法を 2 軸主応力平面について示す。図中の曲線  $f_{i-1}$  および  $f_{i-2}$  はひずみ履歴の第  $(m-1)$  段階での降伏曲面および中間曲面を示し、 $f_{i-1}$  は第  $(m)$  段階での中間曲面を示している。下添字  $i$  および  $j$  はそれぞれ相当塑性ひずみ増分が  $\Xi_i$  および  $\Xi_i + \Delta \Xi_{i-1}$  であることを示す。図中に A,

- A : 降伏曲面  $f_{i-1}$  の中心座標  $\{\alpha(0)\}_{i-1}$
- B : 中間曲面  $f_{i-2}$  の中心座標  $\{\alpha(\Xi_{i-1})\}_{i-1}$
- C : 中間曲面  $f_{i-1}$  の中心座標  $\{\alpha(\Xi_i)\}_{i-1}$
- S : 現応力点  $\{\sigma\}_{i-1}$

B, C, S で示されている各点はそれぞれ以下の点を示している。

これらのうち、点 C の座標  $\{\alpha(\Xi_i)\}_{i-1}$  が求めるべきベクトルである。

$f_{i-1}$ 、および  $f_{i-2}$  の各曲面の大きさはそれぞれ  $\kappa(0)_{i-1}$ 、および  $\kappa(\Xi_{i-1} + \Delta \Xi_{i-1})_{i-1}$  と表示することができ、これらは既値である。また  $f_{i-1}$  の曲面サイ

\*1 添え字  $i$  は、第  $(m)$  回目の増分計算の段階であることを示す。

ズ関数  $\kappa(\bar{\epsilon}_{p_i})|_m$  は重み関数の値  $W(\bar{\epsilon}_p|_{m-1} + \Delta \bar{\epsilon}_p|_m)$  を用いて計算することができる。

曲面  $f_i|_m$  は、累積相当塑性ひずみが  $\bar{\epsilon}_p|_m$  であるひずみ履歴の段階での相当塑性ひずみ増分が  $\bar{\epsilon}_{p_i}$  に対応する曲面である。これに対して、曲面  $f_j|_{m-1}$  は累積相当塑性ひずみが  $\bar{\epsilon}_p|_{m-1}$  であるひずみ履歴の段階での相当塑性ひずみ増分が  $\bar{\epsilon}_{p_i} + \Delta \bar{\epsilon}_p|_m$  に対応する曲面である（下表参照）。

曲面	累積相当塑性ひずみ	相当塑性ひずみ増分
$f_j _{m-1}$	$\bar{\epsilon}_p _{m-1}$	$\bar{\epsilon}_{p_i} + \Delta \bar{\epsilon}_p _m$
$f_i _m$	$\bar{\epsilon}_p _{m-1} + \Delta \bar{\epsilon}_p _m$	$\bar{\epsilon}_{p_i}$

累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分の総和は両曲面で等しい。したがって、両曲面は同一の応力点Qを共有すると考えられる。応力点Qは点CからAS方向に引いた直線と曲線  $f_j|_{m-1}$  の交点である。曲線  $f_i|_m$  がこの応力点Qを共有するためには、この曲線の中心Cは線分BQ上になければならない。また、線分BQの長さは曲面サイズ関数の値  $\kappa(\bar{\epsilon}_p|_{m-1}, \bar{\epsilon}_{p_i} + \Delta \bar{\epsilon}_p|_m)$  であり、線分CQの長さは同じく  $\kappa(\bar{\epsilon}_p|_m, \bar{\epsilon}_{p_i})$  である。これらのことから、求めるベクトル  $\{\alpha(\bar{\epsilon}_{p_i})\}|_m$  はベクトル  $\{\alpha(\bar{\epsilon}_{p_i})\}|_{m-1}$  にBCベクトルを加えれば求められる：

$$\begin{aligned} \{\alpha(\bar{\epsilon}_{p_i})\}|_m &= \{\alpha(\bar{\epsilon}_{p_i})\}|_{m-1} + \frac{\{\sigma\} - \{\alpha(0)\}|_{m-1}}{\kappa(\bar{\epsilon}_p|_{m-1}, 0)} \\ &\quad \cdot \{\kappa(\bar{\epsilon}_p|_{m-1}, \bar{\epsilon}_{p_i} + \Delta \bar{\epsilon}_p|_m) - \kappa(\bar{\epsilon}_p|_m, \bar{\epsilon}_{p_i})\} \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

上式の右辺第2項のベクトルはAS方向を示す単位ベクトルである。ASの方向が  $\bar{\epsilon}_p$  に対して変化しないので、上式を  $\bar{\epsilon}_{p_i}$  で微分すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\alpha}(\bar{\epsilon}_{p_i})\}|_m &= \{\dot{\alpha}(\bar{\epsilon}_{p_i})\}|_{m-1} + \frac{\{\sigma\} - \{\alpha(0)\}|_{m-1}}{\kappa(\bar{\epsilon}_p|_{m-1}, 0)} \\ &\quad \cdot \{\dot{\kappa}(\bar{\epsilon}_p|_{m-1}, \bar{\epsilon}_{p_i} + \Delta \bar{\epsilon}_p|_m) - \dot{\kappa}(\bar{\epsilon}_p|_m, \bar{\epsilon}_{p_i})\} \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

多曲面の移動量は  $\bar{\epsilon}_{p_i}$  の関数であり、多くの中間曲面を配置した場合には、それだけ数値計算における処理が煩雑となる。しかし、後述するように提案するモデルでは Petersson-Popovモデルと同様、いくつかの曲面の更新計算をするのみで、それらを補間することで多曲面の配置を決定できるように配慮されている。

## 第3章 提案モデルに必要な材料特性

### 3.1 はじめに

2章において、金属材料のひずみ速度に依存しない繰り返し塑性挙動を記述するために、PeterssonおよびPopovによって提案された繰り返し塑性モデル<sup>1) 2)</sup>を修正して、新たな構成モデルを提案した。本章においては、このモデルを具体的な金属材料の挙動の推定に用いるために、構造用鋼材を例に取って、モデルを構成するために必要な材料特性の測定方法とその結果の適用方法を示す。

本研究で提案した繰り返し塑性モデルにおいては、基本曲面サイズ関数および重み関数という繰り返し塑性を表現するための材料特性が導入された。簡単に再記すれば、これらの材料特性は以下に示すようなものである。

(1) 基本曲面サイズ関数：設定されたある基本的なひずみ履歴段階における曲面サイズ関数である。これによって、特定の”単調な載荷過程”における硬化特性は表現される。ここで、曲面サイズ関数とは曲面の大きさを表す関数である。これらの関数は特定の累積相当塑性ひずみに対応して定義され、相当塑性ひずみ増分の関数である。

(2) 重み関数：基本的なひずみ履歴段階の間の中間的なひずみ履歴段階での曲面の大きさを表す関数である。重み関数に対する主たる独立変数は累積相当塑性ひずみである。

モデルを用いて材料の挙動を推定するためには、対象とする材料の材料特性を評価しなければならない。弾性挙動を特徴づける特性の主なものは降伏応力、ヤング率、ポアソン比等である。通常、これらの特性は試験片による引張試験によって得られる。本研究で提案したモデルに導入された材料特性は前記の定数などを内包する基本曲面サイズ関数および重み関数であり、これらは繰り返し挙動を特徴づけるものであるから、引張試験のみでは決定しがたい。

ここに著者が提案するモデルに用いるべき材料特性は対象とする材料から実際に測定することを原則とし、その測定方法はできるかぎり簡易であることが望ましい。本章では、材料特性を求めるために用いた供試鋼材、試験片の形状、用いた試験機、測定方法について述べ、具体的に材料特性を決定する過程とその結果を示す。

### 3.2 試験片および試験方法

#### (1) 供試鋼材

本研究で用いた鋼材は、JISG-3106に規定された溶接構造用圧延鋼材SM41A、SM50 YBおよび高張力鋼材HT70である。供試鋼材のミルシートによる機械的性質と化学成分をTable 3.2.1に示す。ただし、HT70についてはミルシートが入手できなかったため、著者が実施した引張試験によって得られた機械的性質を示した。なお、HT70の伸びについては、試験片が本研究のための諸特性を求めるためのものであるため、他の鋼材の場合とその形状も異なり、標点間距離も異なることを付記する。

## (2) 試験片の作成

本研究で使用した試験片の形状と寸法をFig.3.2.1に示す。試験片は、板厚32mmの鋼板から酸素溶断により切り出した後、旋盤加工によって作成した。その場合、試験片の軸は鋼板の圧延方向と一致させた。通常、機械的加工によって作成された試験片の表面には引張残留応力が発生することが知られている<sup>19)</sup>。本研究では材料が塑性化した後の性質を主として取り扱うので、载荷の初期において残留応力はほとんど解放されると思われることから<sup>20)</sup>、応力除去焼鈍は行わなかった。

従来、繰り返し塑性試験においては、中実丸棒、中空円筒、板状などの平行部を有する試験片や、砂時計型試験片などが用いられている<sup>19)</sup>。中実丸棒は疲労試験において多く用いられる形状である。中空円筒は、軸方向応力とせん断応力の組合せ応力下での試験にしばしば用いられるが、繰り返し試験の圧縮過程において初期不整などから座屈する可能性があり、それに対する工夫もなされている<sup>19)</sup>。板状試験片は、鋼板の引張試験に関し日本工業規格に規格化されていることに関連して用いられているが、同様に繰り返し試験の圧縮過程において座屈が生じる困難がある。低サイクル疲労試験においては、しばしば砂時計型試験片が用いられる<sup>19)</sup>。この場合には、軸方向のひずみを直接計測することができない。そこで、中央断面の径方向のひずみを計測し、塑性変形における体積不変の仮定から軸ひずみを算出する方法が用いられることがある<sup>19)</sup>。砂時計型試験片を用いた場合、試験片の最小断面が定まっていることから、疲労き裂の発生位置が限定できる。また、真応力と対数ひずみに関してデータを処理するのに好都合である。その一方、軸方向のひずみを直接測定することができず、また、試験片の軸方向に応力勾配が存在することから、正確な応力とひずみの関係を測定することが難しい<sup>19)</sup>。以上のように、それぞれの試験片の形状に対応して長所・短所があり、目的に応じた試験片を作成することが望ましい。

本研究の場合、応力とひずみの関係を測定することが主要な目的である。また、荷重の偏心や試験片形状の初期不整による座屈になるべく強い形状であることが望ましい。このような理由から、本研究では平行部を有する中実丸棒試験片を用いることとした。本研究の場合、鋼材の微小部分の性質を検討するよりは、むしろ、厚板の比較的大きな部分の平均的な性質を測定することが目的であること、また、後述するように、試験機の容量が引張圧縮30トンであり比較的大きい荷重下で測定ができることなどから、試験片の断面寸法は、ある程度大きいものとした。平行部長さは、繰り返し試験の圧縮载荷の過程で座屈しないように配慮して決定した。

## (3) 試験機

使用した試験機は、容量30トンのサーボパルス型万能疲労試験機である。試験を実施する際には、試験機のアクチュエータ下部に容量20トンの復動式の油圧チャックを装着した。Fig.3.2.2およびFig.3.2.3に試験機および油圧チャックの図および外観を示す。

## (4) 測定方法

本試験において測定すべき値は、中実丸棒試験片に引張圧縮荷重が載荷されるとき、作用荷重と軸方向ひずみである。作用荷重の大きさは、試験機のアクチュエータ下部に設置されたロードセルによって検出した。軸方向ひずみは、塑性ひずみ測定用の電気抵抗線式ひずみゲージによって検出した。使用したひずみゲージの諸元は次の通りである。

型名 : YL-5 (東京測器研究所製)  
 ゲージ長 : 5 mm  
 グリッド幅 : 2 mm

Fig.3.2.4に示すように、試験片平行部の中央断面に 90° 間隔で4枚のひずみゲージを添付した。そして、Fig.3.2.5に示すようにホイーストンプリッジを組んで、平行部における平均的な軸方向ひずみを検出した。

ひずみゲージを用いて繰り返し試験において比較的大きな塑性ひずみを測定する場合、ゲージに加わるひずみ履歴によりヒステリシスを描き、零点のシフトが発生すると一般に言われている<sup>1)</sup>。そこで、本研究では機械的な測定法として試験片平行部に伸び計を装着し、ひずみゲージと同時に測定を行い、ひずみゲージの測定におけるヒステリシスの影響を調べた。その結果によれば、本研究において試験片に生じさせる程度の塑性ひずみの繰り返しでは、ひずみゲージの感度、直線性共に繰り返しによる影響は少ないことが分かった。また、主として引張ひずみと圧縮ひずみの測定における感度の相違によって繰り返し荷重によって零点のシフトが発生した。しかし、本研究で対象とするようなひずみ範囲では、Bauschinger効果が顕著に出現するためにひずみ硬化率はかなり小さい値となる。このようなひずみ範囲での応力-ひずみ関係はひずみ制御の下での比較によるのが一般に妥当と考えられる。この場合、ひずみ値に含まれる誤差が応力-ひずみ関係には大きく影響しないので<sup>2)</sup>、ひずみゲージによる測定値の補正は行わなかった。

検出された荷重と軸方向ひずみは、各々増幅器によって計測した。計測された荷重とひずみの測定値はX-Yレコーダを用いて観測し、それと同時にリアルタイムでA/D変換し、Fig.3.2.6に示した試験制御用のミニコンピュータに集録した。集録されたデータは大型計算機によって処理した。使用した各種測定装置は以下の通りであり、それらの外観を Fig.3.2.7に示す。

ミニコンピュータ 式: Oki-4300a (沖電気製)  
 主記憶容量 32kW (ただし 16bit=1W)  
 補助記憶 フロッピーディスク 128kW 2基  
 磁気ディスク 24MW  
 動ひずみ測定器 : DPM-210A (共和電業製)  
 平衡調整方式 自動バランス  
 感度 0.2V以上  
 (ブリッジ電圧 2V,  $10 \times 10^{-3}$  ひずみ入力に対して)  
 出力 5V以上  
 非直線性  $\pm 0.5\%$

応答周波数 DC～2000Hz

S N比 46dB以上

零点変動  $\pm 0.1 \times 10^{-4}$  ひずみ/°C ( $\pm 0.04\%$ /°C)  
 $2 \times 10^{-4}$  ひずみ/8Hours (0.8%/8Hours)

感度変化  $\pm 0.1\%$ /°C 2%/8Hours以内

X Y - レコーダ : WX-4411 (渡辺測器)

記録方式 感熱式

感度 10mV/cm

直線性 フルスケールの0.15%以内

分解能 フルスケールの0.1%以内

最大ペン速度 100cm/sec

データレコーダ : R-260 (TEAC製)

フィルター : P-83 (NF回路ブロック社製)

なお、データレコーダは測定器からの出力レベルをサーボパルサの最大入力レベルまで下げるための減衰器として用いた。また、フィルターは計算機へデータを採取までに発生する種々のノイズを除去するために用いた。

#### (5) 試験方法

本実験の場合、引張圧縮の繰り返し塑性試験であることから、初期降伏までに座屈しない試験片であっても、Bauschinger効果によって塑性座屈現象が発生する可能性がある。そこで、試験片の外周を板厚22mmの鋼製円筒で製作した補剛材（以後、単に”補剛材”と呼ぶ）でガイドし、塑性座屈が生じないようにした。また、補剛材と試験片との摩擦によって試験片に作用する荷重が減少するのを防ぐため、それらの間にドライ・ベアリング・メタルと呼ばれる摩擦を低減する材料を挿入した。Fig.3.2.8に補剛材を示す。

実験は、ひずみゲージによって検出された軸方向ひずみを用いて制御した。ひずみ速度を  $10^{-4}$  mm/mm/sec程度に遅くすることによって、ひずみ速度の影響が試験結果に影響をおよぼさないよう配慮した。

試験後、測定された荷重値Pと軸方向工学ひずみeを用いて、下記の計算式によって真応力と対数ひずみを計算した。

$$\text{真応力 } \sigma \quad \sigma = 4P(1+e) / \pi d^2 \quad (3.2.1)$$

$$\text{対数ひずみ } \varepsilon \quad \varepsilon = \ln(1+e) \quad (3.2.2)$$

$$\text{弾性ひずみ } \varepsilon_e \quad \varepsilon_e = \sigma / E \quad (3.2.3)$$

$$\text{対数塑性ひずみ } \varepsilon_p \quad \varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_e \quad (3.2.4)$$

P : 荷重

e : 工学全ひずみ

d : 試験片の原直径

E : 縦弾性係数

以後、本論文では、式(3.2.1)で計算される真応力を単に”応力”と呼ぶ。また、式(3.2.2)および式(3.2.4)で計算される値を”ひずみ”および”塑性ひずみ”と呼

ぶ。

### 3. 3 材料特性を決定するための基本測定

鋼材その他の金属材料の引張強さや変形性状を調べる場合、通常は小型試験片を作成して引張試験を実施する。そして、その試験結果から応力-ひずみ関係・降伏応力・引張強さおよび伸びなどを求めているのが一般的である。この場合、ヤング率・弾性限・比例限・降伏応力・引張強さ・応力-ひずみ関係・伸びなど金属材料の基本的な材料力学的特性がほとんど求められるので、引張試験は金属材料の材料特性を求めるための基本的な試験であると見なすことができる。

ある特定の金属材料の材料特性を求める場合には、実際に求めたい材料から試験片を作成し基本的な試験を実施するのがもっとも基本的な方法である。本研究の目的は構造用鋼材の履歴応力-ひずみ関係を精度よく推定できる繰り返し塑性モデルを構築することにある。第2章で提案したモデルを用いて履歴応力-ひずみ関係を推定する場合、必要となる材料特性は基本曲面サイズ関数と重み関数である。したがって、これらの二つの関数を決定するための基本測定方法を定めておくことは、本モデルの使用には不可欠である。そこで、本節では、基本曲面サイズ関数および重み関数を決定するための、基本測定の方法を示す。

複雑な履歴応力-ひずみ関係を表現するために、2章で述べたような提案モデルにおいては次の5つの基本的な関数を材料特性として導入した。

#### i) 基本曲面サイズ関数

① 負荷履歴効果のない場合の曲面サイズ関数： $\kappa$

② 処女材のひずみ硬化開始時に相当する負荷履歴を受けた材料の曲面サイズ関数： $\kappa_{s1}$

③ 負荷履歴効果が定常的となった時点での曲面サイズ関数： $\kappa_{s2}$

#### ii) 重み関数

④ 曲面サイズ関数が  $\kappa$  から  $\kappa_{s1}$  へと進展する負荷履歴段階での曲面サイズの変化を表現する重み関数： $W_1$

⑤ 曲面サイズ関数が  $\kappa_{s1}$  から  $\kappa_{s2}$  へと進展する負荷履歴段階での曲面サイズの変化を表現する重み関数： $W_2$

すなわち、本論において本提案モデルに用いるべき材料特性とは以上の5つの関数であり、これらを決定するためになすべき測定を基本測定と呼ぶ。第2章で述べたように、提案モデルにおいて、材料が受けた負荷履歴状態を規定する状態変数は累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分である。ここで、累積相当塑性ひずみは材料が受けた最新の除荷までに累積された相当塑性ひずみであり、相当塑性ひずみ増分は最新の除荷から現時点までの相当塑性ひずみの増加量である。基本曲面サイズ関数は相当塑性ひずみ増分の関数として定義され、重み関数は累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分の関数として定義されている。

任意の負荷履歴を受けた（任意の累積相当塑性ひずみを持つ）材料の曲面サイズ関数は、それをはさむ2つの基本曲面サイズ関数の重み付きの線形和で表現する。

この場合に基本曲面サイズ関数に付される重みを規定するものが重み関数である。そこで、ある累積相当塑性ひずみに相当する負荷履歴を受けた材料の曲面サイズ関数が相当塑性ひずみ増分の関数として求められていれば、それに対応する重み関数の値が相当塑性ひずみの関数として決定されることになる。また、基本曲面サイズ関数は、ある特定の累積相当塑性ひずみに対応する負荷履歴を受けた材料の曲面サイズ関数である。したがって、すべての材料特性を決定する基本となるのは、ある負荷履歴段階での曲面サイズ関数を実験によりいかに測定するかという問題となる。

Fig.3.3.1 は単軸引張圧縮試験によって曲面サイズ関数を評価する方法に対する概念を理解するための図である。それによれば、曲面サイズ関数を求める手順は以下の通りである。

- ① 単調引張試験を実施し、“Virgin curve”として示される応力とひずみの関係を測定する。
- ② 塑性ひずみが  $\bar{\epsilon}_1$  になるまで“First path”で示される単調載荷の後、荷重を反転させ“Second path”で示される引張圧縮試験を実施し、応力とひずみの関係を測定する。
- ③ これらを総合して、Fig.3.3.1に示した図を作成する。
- ④ 反転点  $q$  を原点として、図のように  $\sigma - \bar{\epsilon}_1$  座標と、 $\sigma' - \bar{\epsilon}'_1$  座標を設定する。
- ⑤ 設定した座標系を用いて、 $\bar{\epsilon}_1$  と  $\bar{\epsilon}'_1$  とが等しい点における応力の値  $\sigma$  と  $\sigma'$  を用いて、次式から塑性ひずみが  $\bar{\epsilon}_1$  のときの曲面サイズ関数  $\kappa$  が求められる。

$$\kappa(\bar{\epsilon}_1) = \{ \sigma(\bar{\epsilon}_1) + \sigma'(\bar{\epsilon}'_1) \} / 2 \quad (3.3.1)$$

ただし、 $\bar{\epsilon}'_1$  が実験により測定できないほど大きい場合には、測定が可能な  $\bar{\epsilon}'_1$  以後の、測定できない  $\sigma' - \bar{\epsilon}'_1$  関係は材料を線形に硬化するものと仮定して求める。以上の方法を用いて、いく通りかのあらかじめ定めた累積相当塑性ひずみの値に相当するひずみ履歴を材料に与え、それらの状態での曲面サイズ関数を決定することができる。そして、その結果を用いてすべての材料特性が決定できる。すなわち、材料特性を決定するために必要な基本試験は、

- ① 単調引張載荷試験
- ② ただ1回の荷重反転を含む引張圧縮載荷試験

となる。①は、負荷履歴の全くない状態での曲面サイズ関数を測定する試験である。

これにより、基本  $\kappa$  が決定される。②は、基本曲面サイズ関数  $\kappa_{0+}$ 、 $\kappa_{0-}$  および重み関数を決定するために実施する試験である。Fig.3.3.2に試験内容の概要を示す。0<sub>+</sub>、0<sub>-</sub>、 $\dots$ 、0<sub>+</sub>、0<sub>+</sub>、 $\dots$ 、0<sub>-</sub> は、あらかじめ設定された荷重反転点を示す。曲線群 0<sub>-</sub>P<sub>1</sub>、0<sub>-</sub>P<sub>2</sub>、 $\dots$ 、0<sub>-</sub>P<sub>1</sub>、0<sub>-</sub>P<sub>2</sub>、 $\dots$ 、0<sub>-</sub>P<sub>1</sub> は、これらの反転点で除荷した場合の応力とひずみの関係を示している。これらの結果と、単調引張試験における応力-ひずみ曲線を用いて、Fig.3.3.1に示した方法によって、各荷重反転点における曲面サイズ関数が計算される。

Fig.3.3.3(a)~(c)は、それぞれSM41A, SM50YBおよびHT70を用いて行った基本測定の結果をまとめて示したものである。横軸は塑性ひずみを、縦軸は応力を下降伏点で無次元化して示している。SM41Aの場合、2つの顕著な現象がこの図より明らかである。そのひとつは、降伏棚域において除荷した場合に、逆負荷領域において再度降伏棚現象を生じることである。この現象は、他の研究においても報告されている現象である(11, 12)。他のひとつは、ひずみ硬化域で除荷した場合、反転点のひずみが大きくなるにしたがい再降伏する応力が大きくなることである。このことは、曲面サイズ関数が負荷履歴の程度によってかなり変化していることをうかがわせるものである。これに対して、HT70の場合には、処女载荷におけると同様に、反転後の再負荷経路においてもひずみ硬化の傾向は小さく、むしろ移動硬化の傾向が顕著であることが推測される。

Fig.3.3.3の測定結果を用いて曲面サイズ関数を求めた結果をFig.3.3.4に示す。図中に示したcは反転時の工学全ひずみの値(%)を示している。各図において、左図は処女材においてひずみ硬化する以前に除荷した場合の曲面サイズ関数群である。また、右図は処女材においてひずみ硬化した以後に除荷した場合の曲面サイズ関数群である。ただし、縦軸は応力を降伏応力で無次元化してあり、曲面サイズ関数値を示す。これらの曲面サイズ関数群を用いて、基本曲面サイズ関数と重み関数が決定される。その方法については3.4および3.5において詳述する。

### 3.4 基本曲面サイズ関数の評価

すでに述べたように、提案モデルに導入された3つの基本曲面サイズ関数は、いずれもある特定の負荷履歴を受けた時点でそのときまでに累積された相当塑性ひずみの量に対応して一義的に決定される関数である。そして、それらの独立変数は相当塑性ひずみ増分である。したがって、これらの関数を測定結果から決定するには、3.3で述べたようにはじめに所定のひずみを材料に与え、ついでその材料の引張試験と圧縮試験とを実施する。それらにより測定された応力-ひずみ関係から曲面サイズ関数を求める。ここでは、基本測定によって得られた曲面サイズ関数を用いて、基本曲面サイズ関数を決定する方法を述べる。

#### (1) "基本曲面サイズ関数 $\kappa$ "の評価

基本曲面サイズ関数 $\kappa$ は、履歴のまったくない状態における曲面サイズ関数として定義されている。提案モデルにおける"履歴のまったくない状態"とは累積相当塑性ひずみ $\varepsilon_p=0$ の状態を意味する。したがって、 $\kappa$ は単軸载荷試験から求められるものであり、それを求めるには単調引張試験と単調圧縮試験を実施し、それらより測定された応力-ひずみ関係からすでに示した式(3.3.1)により求められる。

$$\kappa(\varepsilon_p) = \{ \sigma(\varepsilon_p) + \sigma'(\varepsilon_p) \} / 2 \quad (3.3.1)$$

しかし、Fig.3.4.1に示したように、真応力と対数ひずみで表した応力-ひずみ関

係は引張径路と圧縮径路でほぼ等しくなると言われている<sup>34)</sup>。また、著者の測定によってもやはり同様の結果がFig.3.4.2のように得られた。この場合には、式(3.3.1)の右辺第1項と第2項は等しくなることから、基本曲面サイズ関数  $\kappa$  は、処女引張応力-ひずみ関係のみから決定することができる。

一方、残留応力の存在や初期異方性により引張応力-ひずみ関係と圧縮応力-ひずみ関係が著しく異なる場合には、単調引張試験と単調圧縮試験を実施し、それらより測定された応力-ひずみ関係を用いて式(3.3.1)により  $\kappa$  は求めなければならない。しかし、本研究で用いた材料の場合、Fig.3.4.2 に示したように引張応力-ひずみ関係と圧縮応力-ひずみ関係がほぼ同一と見なせることから、引張応力-ひずみ関係のみから  $\kappa$  を求めた。その結果をFig.3.4.3に示す。

### (2) ”基本曲面サイズ関数 $\kappa_{0.02}$ ” の評価

基本曲面サイズ関数  $\kappa_{0.02}$  は、累積相当塑性ひずみが  $\bar{\epsilon}_{0.02} = \epsilon_{0.02}$  である時の曲面サイズ関数として定義されている。材料特性を求めるための基本測定において、ひずみ硬化が開始する点を荷重反転点とする応力-ひずみ関係が測定されていることが必要である。その結果から、式(3.3.1)を用いて  $\kappa_{0.02}$  は決定される。基本測定の結果得られた各材料の  $\kappa_{0.02}$  をFig.3.4.4に示す。

### (3) ”基本曲面サイズ関数 $\kappa_{0.05}$ ” の評価

基本曲面サイズ関数  $\kappa_{0.05}$  は、負荷履歴の影響が定常的となって、それ以後の負荷履歴の進展によって曲面サイズ関数に変化しなくなった時点での曲面サイズ関数として定義されている。3.3で述べた基本測定において、測定が可能な範囲で設定されたいくつかの  $\bar{\epsilon}_{0.05}$  の値に対応する曲面サイズ関数  $\kappa_{0.05} - \bar{\epsilon}_{0.05}$  曲線が Fig.3.3.4 のように求められているとする。曲面サイズ関数は一般に  $\bar{\epsilon}_{0.05}$  の増加につれて変化する。つまり、負荷履歴の効果が曲面サイズ関数という形で表現されるので、負荷履歴の影響が定常的となるということは、曲面サイズ関数が  $\bar{\epsilon}_{0.05}$  の増加に対して変化しないことを意味する。したがって、 $\bar{\epsilon}_{0.05}$  の増加に対して  $\kappa$  がほぼ等しい関数となったときの  $\kappa_{0.05}$  を  $\kappa_{0.05}$  として採用すればよい。しかし、実際に測定によって  $\kappa_{0.05}$  を決定する場合、ひずみの測定が可能な範囲は本研究で使用した測定器などの精度・能力から限定され、 $\kappa_{0.05}$  が収束する領域まで測定することは困難であることもある。そこで、測定が可能な範囲で最も大きい  $\bar{\epsilon}_{0.05}$  に対応する  $\kappa$  を  $\kappa_{0.05}$  として採用した。

累積相当塑性ひずみが  $\bar{\epsilon}_{0.05}$  より大きくない負荷履歴の範囲での応力-ひずみ関係の推定のための基本曲面サイズ関数として上記の方法によるものを使用することができる。また、 $\bar{\epsilon}_{0.05}$  はモデルがどのようなひずみの範囲までを対象とするかによって定めるべきであり、それによって測定しなければならない領域に合わせて測定器や試験機を選択しなければならない。

著者はSM41AおよびSM50YBの場合で8%、HT70の場合で7%の全ひずみの範囲で  $\kappa$  を測定した。その結果によれば、Fig.3.3.4に示したように完全に  $\kappa$  が収束しているとは言い難い。しかし、本研究では上述の理由によってもっとも大きい累積相当塑

性ひずみに対する  $\kappa_{ij}$  を  $\kappa_{ij}^0$  として採用することとした。Fig.3.4.5に各材料の  $\kappa_{ij}^0$  を示す。

#### (4) 基本曲面サイズ関数の関数表示<sup>7,40,41)</sup>

これまで、基本曲面サイズ関数の評価の方法とそれによって得られた結果を示した。ところで、数値計算による履歴応力-ひずみ関係の推定を行う場合には、材料特性は数値計算に採用しやすい形で関数表示されていることが望ましい。本節(1)～(3)において求められた基本曲面サイズ関数は、3.4で述べた基本曲面サイズ関数測定の結果から実験的に求められたものであり、それらは実験結果から得られたデータの集合である。ここでは、それらの得られたデータを用いて基本曲面サイズ関数を数値計算に導入しうるための関数表示法を述べる。

Fig.3.4.6は基本曲面サイズ関数のひとつ  $\kappa_{ij}$  を模式的に示した図である。2.5で述べたように、提案モデルにおいてはある負荷履歴の段階でのひずみ硬化特性は曲面サイズ関数  $\kappa_{ij}$  の値とその微係数  $d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij}$  を用いて評価される。これらの値は負荷履歴の進展にしたがって変化していく。そのため、モデルの使用にあたっては  $\kappa_{ij}$  および  $d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij}$  をなるべく容易に計算できるような関数に測定結果をあてはめておくことが望ましい。そこで、本研究では  $\kappa_{ij} - \varepsilon_{ij}$  曲線を  $N_{ij}$  個の相当塑性ひずみ区間(interval)に分割した。その結果、曲線は  $N_{ij}+1$  個の節点によって接続された  $N_{ij}$  個の曲線要素から構成されることになる。そして、その両端での関数値と微係数値を用いてその各々の曲線要素を3次関数で補間することとした。第  $n$  区間の関数形  $\kappa_{ij}|_n$  は、その両端の節点での関数値  $(\kappa_{ij})_{n-1}, (\kappa_{ij})_{n+1}$  およびその微係数  $(d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij})_{n-1}, (d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij})_{n+1}$  を用いて、以下の3次の補間多項式によって近似した。

$$\kappa_{ij}|_n = [\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4] \begin{bmatrix} (\kappa_{ij})_{n-1} \\ (d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij})_{n-1} \\ (\kappa_{ij})_{n+1} \\ (d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij})_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

上式において、 $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  および  $\Phi_4$  は Fig.3.4.7に示した形状を有する形状関数であり、以下のような当該区間での相当塑性ひずみ増分  $\varepsilon_{ij}^0$  の関数である。

$$\Phi_1 = 2\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n - 3\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n + 1 \quad (3.4.2.a)$$

$$\Phi_2 = -\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n - 2\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n + \varepsilon_{ij}^0 \quad (3.4.2.b)$$

$$\Phi_3 = -2\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n + 3\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n \quad (3.4.2.c)$$

$$\Phi_4 = -\varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n - \varepsilon_{ij}^0/L_{ij}^n \quad (3.4.2.d)$$

ただし、 $L_{ij}$  は第  $n$  区間における相当塑性ひずみ増分の幅である。また、第  $n$  区間における  $\kappa_{ij}$  の微係数である  $d\kappa_{ij}/d\varepsilon_{ij}|_n$  は、式(3.4.2)を微分して得られる  $\Phi_1', \Phi_2',$

、 $\Phi_{i-1}'$  および  $\Phi_{i+1}'$  を用いて次式によって求められる。

$$d\kappa_i/d\varepsilon_{ij} = [\Phi_{i-1}', \Phi_i', \Phi_{i+1}', \Phi_{i+2}'] \begin{bmatrix} (\kappa_{i-1})_{i-1} \\ (d\kappa_i/d\varepsilon_{ij})_{i-1} \\ (\kappa_{i+1})_{i+1} \\ (d\kappa_i/d\varepsilon_{ij})_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3.4.3)$$

なお、第  $N_{i+1}$  区間においては材料は線形硬化するものとし、以下の式によって曲面サイズ関数およびその微係数を評価した。

$$\kappa_{i+1}|_{N_{i+1}} = (\kappa_{i+1})_{i+1} + \varepsilon_{i+1}|_{N_{i+1}} (d\kappa_i/d\varepsilon_{ij})_{i+1} \quad (3.4.4)$$

$$d\kappa_i/d\varepsilon_{ij}|_{N_{i+1}} = (d\kappa_i/d\varepsilon_{ij})_{i+1} \quad (3.4.5)$$

以上で述べたように、測定結果から基本曲面サイズ関数として求められたデータ群を用いて、エルミート補間によって関数表示する場合、設定する区間を多く取れば取るほど補間の精度は向上する。

Petersson, Popovは、” In this way a good approximation can as a rule be obtained even with a coarse interval division. ” と述べており、具体的には  $N_{i+1}=3$  を採用している<sup>[10]</sup>。しかしながら、著者の検討した結果によれば、 $N_{i+1}=3$  では基本曲面サイズ関数を良く近似することはできず、特に  $\kappa_{i-1}$  や  $\kappa_{i+1}$  などのような Bauschinger 効果が顕著に影響する関数に対しては  $N_{i+1}=3$  は不十分である。種々の検討の結果、本研究においては  $N_{i+1}=6$  とすることによって測定データを十分近似した基本曲面サイズ関数を得ることができた。ここで、節点は  $\varepsilon_{ij}=0.0, 0.001, 0.004, 0.01, 0.02, 0.06$  (HT70 については  $0.05$ ) に設定した。Fig.3.4.4 および Fig.3.4.5 に示した測定結果では、 $\varepsilon_{ij}$  が 1.0% 以下の範囲で  $\kappa_{i-1}$  および  $\kappa_{i+1}$  の勾配が急激に変化するため、その範囲に 4 つの節点を配置した。また、SM41A および SM50YB では  $0.06 \leq \varepsilon_{ij}$  の範囲で、HT70 では  $0.05 \leq \varepsilon_{ij}$  の範囲ではいずれの基本曲面サイズ関数もほぼ直線と見なせることから、そこに最終の節点を設定した。

Fig.3.4.8~Fig.3.4.10 に、各鋼材による測定から求められた基本曲面サイズ関数データと式(3.4.1)の近似関数の両者を示した。破線は測定結果を、実線は近似曲線をそれぞれ示している。また、図中の一点鎖線は設定した区間の境界を示している。測定によって得られた基本曲面サイズ関数としてのデータは式(3.4.1)によって忠実に再現されており、ここで採用した方法が妥当であることを示している。Table.3.4.1 に、各鋼材の基本曲面サイズ関数を近似するために用いた節点量をまとめて示す。

### 3.5 重み関数の評価

2.4 で述べたように、提案モデルにおける重み関数は、基本曲面サイズ関数を

用いてそのあいだのひずみ履歴の段階での曲面サイズ関数を表現するために導入された関数である。基本曲面サイズ関数、重み関数および曲面サイズ関数の関係は一般的に式(2.4.7)で記述される。また、曲面サイズ関数群は3.3に示した方法で求められ、基本曲面サイズ関数は3.4で述べた方法で求められる。したがって、提案モデルに関連した残された材料特性である重み関数を基本曲面サイズ関数と曲面サイズ関数群を用いてどのように評価するかという点を本節の主たる問題とする。

PeterssonおよびPopovは、Petersson-Popovモデルを提案した論文において、重み関数 $W$ の求め方として、

”function  $W$  is found by a trial-and-error procedure”

と述べている<sup>[50]</sup>。すなわち、あらかじめ測定によって求めた履歴応力-ひずみ関係と、適当に仮定した重み関数を用いて計算により求められたそれを比較しながら、試行錯誤によって最も適切な重み関数を決定するものと解釈することができる。試行錯誤によって材料パラメータを決定する場合、あらかじめ測定によって履歴応力-ひずみ関係を求めておく必要がある。しかし、一方、推定しようとするものはその履歴応力-ひずみ関係そのものである。すなわち、試行錯誤による方法は、推定すべき測定結果そのものに符合するような重み関数を決定する方法といえる。この方法は、物理的に明確でない材料パラメータを決定する場合に用いるのに便利な方法として、しばしば用いられているが、本研究では重み関数の意味が式(2.4.8)で表されるように明確であることから、試行錯誤によらない重み関数の決定方法を提案する。

式(2.4.8)において、特定の累積相当塑性ひずみの値に対応したひずみ履歴の段階での曲面サイズ関数として基本曲面サイズ関数 $\kappa_n$ 、 $\kappa_{n-1}$ 、 $\kappa_{n-2}$ が測定されている。また、曲面サイズ関数を測定する際に設定された累積相当塑性ひずみの値に対応して、曲面サイズ関数群が測定されている。したがって、式(2.4.8)において、重み関数 $W_n$ および $W_{n-1}$ 以外の関数は3.4に述べた方法で求められるから、それらはすべて既知となっている。これらの関数はすべて相当塑性ひずみ増分 $\Delta\epsilon_{eq}$ の関数であるので、式(2.4.9)を重み関数について整理して得られる次式から、相当塑性ひずみ増分の関数である重み関数が特定の累積相当塑性ひずみの値に対応して得られる。

$$W_n = \left\{ \frac{\kappa_n - \kappa_{n-1}}{\kappa_n - \kappa_{n-2}} \right\} \quad (3.5.1.a)$$

$$W_{n-1} = \left\{ \frac{\kappa_{n-1} - \kappa_{n-2}}{\kappa_{n-1} - \kappa_{n-3}} \right\} \quad (3.5.1.b)$$

Fig.3.5.1は、各鋼材について3.3および3.4において示した $\kappa_n$ 、 $\kappa_{n-1}$ 、 $\kappa_{n-2}$ 、および $\kappa_{n-3}$ を用いて式(3.5.1)によって重み関数を求めた結果である。左図は $W_n$ と $\Delta\epsilon_{eq}$ の関係であり、右図は $W_{n-1}$ と $\Delta\epsilon_{eq}$ の関係である。以下では、これらを用いて重み関数を評価する方法について検討する。

重み関数 $W_n$ は、曲面サイズ関数 $\kappa$ が $\kappa_n$ と $\kappa_{n-1}$ のどちらに大きく依存しているか

を示すための関数として提案モデルに導入されているものである。いずれの材料の場合にも、 $W_{\perp} - \varepsilon_{\perp}$  関係は相当塑性ひずみ増分の増加に対しても、累積相当塑性ひずみの値およびその増加に対しても、ある傾向を見いだすことはできないようにみられる。したがって、Fig.2.4.6に示した降伏棚で除荷した場合に観察される応力-ひずみ曲線のこのような特徴を忠実に再現するためには式(2.4.8)とは異なった表現を用いて曲面サイズ関数を表すことが必要となる。

PeterssonおよびPopovは、式(2.4.6)の形式で $\kappa_{\perp}$ と $\kappa_{\parallel}$ を結び付ける重み関数として Fig.3.5.2(a) に示したような関数を試行錯誤によって決定している。この重み関数を式(2.4.8)で曲面サイズ関数を表現する提案モデルの場合に適用すれば、重み関数の形状は Fig.3.5.2(b) に示したような傾向を持つものと考えられる。したがって、もっとも簡単な関数形として累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する関数を重み関数 $W_{\perp}$ とすることが、一つの方法として考えられる。この方法は重み関数 $W_{\perp}$ を測定結果から決定する必要がないという利点を持つ。また、4章で述べるように、このような単純化された重み関数を用いて得られる推定履歴応力-ひずみ関係の精度は満足すべきものであった。このようなことから、提案モデルにおいては重み関数 $W_{\perp}$ は累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するものとし、また、相当塑性ひずみ増分の変化に対しては一定であるとした。

Fig.3.5.1の右図は、各鋼材についての測定結果から求められた  $W_{\perp} - \varepsilon_{\perp}$  を示している。これらの図に示されているように、 $\varepsilon_{\perp}$  が1%を越える範囲で $W_{\perp}$ は相当塑性ひずみ増分 $\varepsilon_{\perp}$ の増加に対して単調に増加する傾向を持つ。また、反転点ひずみが大きいほど、言い替えれば累積相当塑性ひずみ $\varepsilon_{\perp}$ が大きいほど $W_{\perp}$ は小さくなっている。このように、 $W_{\perp}$ の値の変化は $\varepsilon_{\perp}$ と $\varepsilon_{\parallel}$ の変化に対してある傾向を持っていることは明らかである。Petersson, Popovは重み関数は累積相当塑性ひずみのみの関数としているが、このような測定の結果を考慮すれば、その仮定が必ずしも妥当とはいえないと思われる。

以上のような $W_{\perp} - \varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}$  関係を数値計算に適用しうるように、次式によってこれらの関係を表示することとした。

$$W_{\perp} = W_0(\varepsilon_{\parallel}) + \beta \varepsilon_{\perp} \quad (3.5.2)$$

すなわち、 $\varepsilon_{\parallel}$ の増加に対して $W_{\perp}$ は直線的に増加し、 $\varepsilon_{\perp}$ の増加に対してはある関数形状にしたがって減少する。

#### a) 定数 $\beta$ の決定

Fig.3.5.1に示したように、 $W_{\perp}$ は $\varepsilon_{\parallel}$ の値に対して求められている。そこで、SM41AおよびSM50YBについては $1.0\% \leq \varepsilon_{\parallel} \leq 6.0\%$ 、HT70については $1.0\% \leq \varepsilon_{\parallel} \leq 4.5\%$ の範囲で $W_{\perp} - \varepsilon_{\perp}$  曲線を直線近似した場合の勾配を最小2乗法によって求めた。これらの勾配と累積相当塑性ひずみの量との間の関連は認められないので、これらの勾配の平均値を勾配とする直線によって、 $W_{\perp} - \varepsilon_{\perp}$  曲線を近似することとした。Fig.3.5.3の右図に、測定結果から求められた $W_{\perp} - \varepsilon_{\perp}$  曲線を再記し、さらに $W_{\perp}$

-  $\bar{\varepsilon}_r$  曲線の近似に用いた直線を併せて示した。

b)関数  $W_0(\bar{\varepsilon}_r)$  の決定

$\bar{\varepsilon}_r$  の増加に対する  $W_0$  の変化は、 $W_0 - \bar{\varepsilon}_r$  関係を近似する直線の切片  $W_0$  の変化によって表現する。Fig.3.5.3の左図は、縦軸に  $W_0$  を横軸に累積相当塑性ひずみ  $\bar{\varepsilon}_p$  をとって各鋼材の  $W_0 - \bar{\varepsilon}_r$  関係を示したものである。 $\bar{\varepsilon}_r$  が増加するにしたがい  $W_0$  は単調に1.0から0.0へと減少していく傾向があり、曲面サイズ関数が徐々に  $\kappa_{0.01}$  から  $\kappa_{0.05}$  へと変化していることがわかる。本適用例では、3次のLagrange補間多項式によって  $W_0 - \bar{\varepsilon}_r$  関係を近似した。Fig.3.5.3の左図中の実線は近似曲線を示している。また、Table 3.5.1に各鋼材に対する  $W_0$  の値をまとめて示す。なお、同表中の\*印で示したデータはLagrange補間のために用いたデータである。

以上の結果、重み関数を以下の式で表す。

$$- \bar{\varepsilon}_p / \varepsilon_{p,0.01} + 1.0 \quad ; \quad 0 \leq \bar{\varepsilon}_r < \varepsilon_{p,0.01} \quad (3.5.3.a)$$

$$W = W_0(\bar{\varepsilon}_r) + \beta \bar{\varepsilon}_p \leq 1.0 \quad ; \quad \varepsilon_{p,0.01} \leq \bar{\varepsilon}_p < \varepsilon_{p,0.05} \quad (3.5.3.b)$$

$$0.0 \quad ; \quad \varepsilon_{p,0.05} \leq \bar{\varepsilon}_r \quad (3.5.3.c)$$

ただし、 $\beta = 2.86, \varepsilon_{p,0.01} = 0.0138$  ; SM41A

$\beta = 4.71, \varepsilon_{p,0.01} = 0.0132$  ; SM50YB

$\beta = 3.61, \varepsilon_{p,0.01} = 0.0087$  ; HT70

$W_0$ : Table3.5.1に示された\*印のデータを用いて

Lagrange補間多項式で表される

Fig.3.5.4は、各鋼材の  $W - \bar{\varepsilon}_r - \bar{\varepsilon}_p$  の関係を3次元的に表示したものである。

## 第4章 構造用鋼材の引張圧縮履歴 応力－ひずみ関係の推定

### 4.1 はじめに

3章において、提案したモデルに導入された材料特性を具体的に決定するための測定方法を示した。さらに、その適用例として、軟鋼および高張力鋼によって製作された丸棒試験片を用いて材料特性を決定した。本章では、本研究で提案した繰り返し塑性モデルの有効性を、著者らが3章の測定とは全く独立に実施した材料試験の結果と、3章において述べた測定結果を用いて行った数値計算結果との比較によって示す。検討の対象は、軟鋼および高張力鋼によって製作された丸棒試験片（その一部は3章で用いた材料と同一）を用い、それが複雑な引張圧縮荷重を受ける場合の履歴応力－ひずみ関係である。

提案したモデルの材料特性は、単調引張試験と唯一回の除荷を含む引張圧縮試験によって決定された。本章での検討は、このような単純な載荷試験の結果から、より複雑な径路での応力－ひずみ関係をどの程度の精度で推定できるかという点に重点をおく。

数値計算による推定方法としては有限要素法を用いた。そこで、有限要素法に本構成モデルを組み込むための、弾塑性応力－ひずみマトリックスの一般形を示し、これと本モデルとの関連および数値計算において導入される仮定について述べる。次に、数値計算結果の精度を定量的に評価することが可能となるような推定誤差量を定義する。そして、数値計算によって得られた丸棒の応力－ひずみ関係と、対応する測定によって得られたそれを比較する。

モデルに採用されている重要な仮定の一つとして、最終除荷時の累積相当塑性ひずみによって、それに続く単調な載荷過程での硬化特性が決まるとしている点が挙げられる。この仮定が妥当であるか否かの判定も検討する。さらに、対象とするひずみ履歴としては、初めに鋼材の特徴である繰り返し硬化あるいは繰り返し軟化といわれる繰り返しに伴う硬化特性の変化がより鮮明に出現するような $10^{-3}$ （数万 $\mu$ ）のオーダーの比較的大きなひずみを受ける場合を検討する。この際、本モデルに導入された材料特性である重み関数や基本曲面サイズ関数の特徴、および状態変数である累積相当塑性ひずみの評価の方法が推定精度の向上にどの程度有効であるかを、数値計算を通じて示す。

次に、現実には構造部材に発生する頻度がより高いと考えられる $10^{-2}$ （数千 $\mu$ ）のオーダーのひずみが繰り返し生じるときの推定精度を、実測結果との比較によって検討する。5章で述べるII型鋼はりの交番曲げ載荷試験に関する検討においても、このオーダーのひずみ履歴下での鋼材の応力－ひずみ関係が重要であることが確認された。そこで、この場合には、推定精度を向上させるために、新たに複数の基本曲面サイズ関数を再導入することが精度の向上に非常に有効であることも示す。

すでに触れたように、いずれの場合においても、ここで示す実測結果は3章で述べた材料特性の決定に際して一切参照されておらず、測定結果と数値計算結果とは

全く独立に得られたものである。更に、3章で述べたように、得られた材料特性は統計的なデータに裏付けられたものではなく、これには材料のばらつきや測定上の誤差等が含まれていることにも注目する必要がある。したがって、これらの制約があるにもかかわらず、比較的高精度で実測結果を再現できることは、本モデルの優秀性を示すものと考えられる。

また、金属材料の場合、一般に相当応力と相当ひずみで整理した場合の応力とひずみの関係は、比例負荷の場合には同じ曲線を描くと言われている<sup>4.10)</sup>。したがって、ここで取り上げる引張圧縮負荷は、比例負荷の場合の例と見なすことができる。

#### 4.2 数値計算方法

数値計算によって構造物あるいは構造部材の弾塑性解析を実施する方法は種々あるが、本研究ではこの種の問題のための解析法として最も一般的であると考えられる有限要素法を用いることとした。そのために、既存の弾塑性有限要素解析システム<sup>4.10), 4.11)</sup>に、本研究で提案した繰り返し応力を受ける場合の構成モデルを導入して、新たな解析システムを構築した。本節では初めに、解析システムに導入された増分型弾塑性応力-ひずみマトリックスを示した後、これを用いての有限要素法による解析方法を述べる。本研究の目的が繰り返し塑性挙動を表現できる構成モデルを構築することにあるので、解析方法は、極めて一般的に用いられているものを用いた。最後に、前章で述べた試験結果のシミュレートのための解析対象のモデル化と解析条件を述べる。

##### (1) 弾塑性応力-ひずみマトリックス

降伏条件を一般的に次式で表す。

$$f(\sigma - \alpha) = \kappa(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad (4.2.1)$$

$\sigma$  は応力テンソル、 $\alpha$  は曲面の中心座標を表す。 $\kappa$  は曲面サイズ関数であって、累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の関数である。初期降伏条件は $\alpha = 0$ かつ $\kappa = \sigma_0$  (初期降伏応力) を上式に代入することによりつぎのように得られる。

$$f(\sigma) = \sigma_0 \quad (4.2.2)$$

式(4.2.1)の両辺の全微分を求めると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\}^T \{d\alpha\} \\ = \left( \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_1} \right) d\varepsilon_1 + \left( \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_2} \right) d\varepsilon_2 \\ = \left( \frac{\partial \kappa}{\partial \varepsilon_1} \right) d\varepsilon_1 \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

上式において  $(\partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_i) d \bar{\varepsilon}_i$  が省略できるのは、単調な載荷径路において  $d \bar{\varepsilon}_i = 0$  となることによる。ここで、 $\{\partial f / \partial \alpha\} = -\{\partial f / \partial \sigma\}$  であるから上式は

$$\{\partial f / \partial \sigma\}^T \{d\sigma\} = (\partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_i) d \bar{\varepsilon}_i + \{\partial f / \partial \sigma\}^T \{d\alpha / d \bar{\varepsilon}_i\} d \bar{\varepsilon}_i \quad (4.2.4)$$

となる。ここで、 $\partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_i$  は曲面サイズ関数の  $\bar{\varepsilon}_i$  に対する変化率であり、多曲面の膨張および（あるいは）収縮を表す。すなわち、等方硬化によるひずみ硬化率に相当する量であり、これを  $H'$  とする。一方、上式の右辺第二項は曲面の移動の効果を表している。これを移動硬化によるひずみ硬化率  $H''$  を用いて  $H'' d \bar{\varepsilon}_i$  と表す。これらを用いれば、上式は次のように表される。

$$\{\partial f / \partial \sigma\}^T \{d\sigma\} = H' d \bar{\varepsilon}_i + H'' d \bar{\varepsilon}_i \quad (4.2.5)$$

一方、式(4.2.1)を塑性ポテンシャルとする結合流れ則<sup>(4.2.1)</sup>は次式で表される。

$$\{d\varepsilon_p\} = d\lambda \{df/d\sigma\} \quad (4.2.6)$$

ここで、 $d\lambda$  はスカラーであって正值である。ひずみ増分はこの塑性ひずみ増分と次式で表される弾性ひずみ増分の和と考えられる。

$$\{d\varepsilon_p\} = [D_{-}]^{-1} \{d\sigma\} = \{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon_e\} \quad (4.2.7)$$

ここで、 $[D_{-}]$  は弾性応力-ひずみマトリックスである。これに式(4.2.6)を代入して変形すると次式が得られる。

$$\{d\sigma\} = [D_{-}] \{d\varepsilon\} - d\lambda [D_{-}] \{df/d\sigma\} \quad (4.2.8)$$

この両辺に  $\{\partial f / \partial \sigma\}^T$  を左から乗じ、式(4.2.5)を用いれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \{\partial f / \partial \sigma\}^T [D_{-}] \{d\varepsilon\} - \{\partial f / \partial \sigma\}^T d\lambda [D_{-}] \{df/d\sigma\} \\ = H' d \bar{\varepsilon}_i + H'' d \bar{\varepsilon}_i \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

ここで、初期降伏条件として von Mises の降伏条件を用いた場合には一般に次式が成立する<sup>(4.2.9)</sup>。

$$d \bar{\varepsilon}_i = d\lambda \quad (4.2.10)$$

したがって、この関係を式(4.2.9)に用いて  $d\lambda$  について解き、それを式(4.2.8)に

代入すれば、最終的に次式のような弾塑性変形の構成方程式が求められる。

$$[D_p] = [D_0] - \frac{[D_0] \{ \partial f / \partial \sigma \} [D_0] \{ \partial f / \partial \sigma \}^T}{H'_k + H'_a + \{ \partial f / \partial \sigma \}^T [D_0] \{ \partial f / \partial \sigma \}}$$

$$\{ d\sigma \} = [D_p] \{ d\varepsilon \} \quad (4.2.11)$$

上式は複合硬化型の一般的な構成式である。これを用いてひずみ増分から応力増分を求めるためには、下記の各値を評価しておく必要がある。

$$[D_0], \{ \partial f / \partial \sigma \}, \partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_{pi}, \{ d\alpha / d \bar{\varepsilon}_{pi} \}$$

これらのうち、 $[D_0]$  および  $\{ \partial f / \partial \sigma \}$  はそれぞれ弾性応力-ひずみマトリクスおよび降伏関数  $f$  の微係数である。本研究ではこれらについては鋼材に対して一般に用いられているもの<sup>4203)</sup>を用いることとしたので、本研究における作業のひとつはひずみ履歴の関数である  $\partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_{pi}$  および  $\{ d\alpha / d \bar{\varepsilon}_{pi} \}$  を評価することである。3.5において述べたように、累積相当塑性ひずみの値を用いて重みの値が決定されるので、式(2.4.7)を微分して得られる次式から評価できる。

$$\partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_{pi} =$$

$$W_1 \frac{\partial \kappa_1}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}} + (1 - W_1) \frac{\partial \kappa_2}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}}$$

$$W_2 \frac{\partial \kappa_2}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}} + (1 - W_2) \frac{\partial \kappa_3}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}}$$

$$\vdots$$

$$W_j \frac{\partial \kappa_j}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}} + (1 - W_j) \frac{\partial \kappa_{j+1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}} \quad (4.2.12)$$

$$\vdots$$

$$W_{Nb-2} \frac{\partial \kappa_{Nb-2}}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}} + (1 - W_{Nb-2}) \frac{\partial \kappa_{Nb-1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}}$$

$$W_{Nb-1} \frac{\partial \kappa_{Nb-1}}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}} + (1 - W_{Nb-1}) \frac{\partial \kappa_{Nb}}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}}$$

$$\frac{\partial \kappa_{Nb}}{\partial \bar{\varepsilon}_{pi}}$$

また、 $\{ d\alpha / d \bar{\varepsilon}_{pi} \}$  は2.5に示したように、次式から評価される。

$$\{ \dot{\alpha}(\bar{\varepsilon}_{pi}) \} |_{m} = \{ \dot{\alpha}(\bar{\varepsilon}_{pi}) \} |_{m-1} + \frac{\{ \sigma \} - \{ \alpha(0) \} |_{m-1}}{\kappa(\bar{\varepsilon}_p |_{m-1}, 0)}$$

$$\cdot \{ \dot{\kappa}(\bar{\varepsilon}_p |_{m-1}, \bar{\varepsilon}_{pi} + \Delta \bar{\varepsilon}_{pi} |_{m}) - \dot{\kappa}(\bar{\varepsilon}_p |_{m}, \bar{\varepsilon}_{pi}) \} \quad (2.5.2)$$

## (2) 解析方法

上述の弾塑性応力-ひずみマトリックスを用いて、有限要素法により弾塑性解析を行う。用いるべき有限要素は、解析対象によってしかるべく選択されるべきであり、本論では、ほぼ一軸と考えられる部材を、材料の弾塑性挙動に主として着目して解析することから、Fig.4.2.1に示した1節点2自由度の定ひずみ三角形要素<sup>[10]</sup>とした。単純な一軸負荷を一軸部材が受ける場合には、有限要素に分割する必要は必ずしもないとも考えられる。しかし、丸棒の弾塑性挙動が完全な一軸の負荷を全ての領域で受けるものでないことから、有限要素に分割して解析することが必要である。

本解析は弾塑性解析であるので、要素の降伏、塑性の進展および除荷を判定する必要がある。また、材料非線形問題であるから、解析は増分計算となり、妥当な増分を与えないと良い解が得られない。ここでは、 $r_{max}$ 法<sup>[10]</sup>によって、降伏の判定と増分の決定を行った。 $r_{max}$ 法では、要素が1荷重増分ごとにひとつずつ降伏するように、荷重増分が決定される。本解析では、Bauschinger効果を含めたかなりひずみ硬化率の小さいひずみ領域を扱うので、剛性が低下した場合に、荷重増分に対するひずみ増分が大きくなる。荷重増分法によれば、この場合には荷重増分を小さく取る必要が生じる。 $r_{max}$ を用いれば、そのような配慮は不要であり、しかも1要素ずつ降伏させるので、極端に増分を大きく取り過ぎる心配もない。幾何的非線形性については、荷重増分毎に生じる変位増分によって節点座標を順次更新することによって考慮した。

## (3) 解析対象のモデル化

解析対象は、構造用鋼材により製作された中実丸棒試験片である。その形状と寸法はFig.3.2.1で示したものと同一であり、Fig.4.2.2に再度示す。本数値計算例においては、対称性を考慮して試験片の2分の1の領域を解析した。Fig.4.2.3に、解析対象部分とその有限要素分割図を示す。解析対象はほぼ軸対称と考えられるので、軸対称問題として解析した。

測定によって得られる応力は、試験片に作用する全荷重を試験片の中央断面における断面積で除した平均的応力である。また、測定されたひずみは同じく試験片の中央断面における試験片表面での軸方向の直ひずみである。これに対応して、数値計算においては、中央断面の試験片表面における要素に対して求められる応力とひずみの関係を推定応力-ひずみ関係とした。

Fig.4.2.3には、境界条件および荷重条件も併せて示した。境界条件は、解析対象の対称性を乱さないように配慮して決定した。ただし、用いた有限要素が1節点2自由度の定ひずみ要素であるので、対称性はこの自由度に関してのみ考慮されていることになる。また、外力は試験片の端部における変位で与えた。

## 4.3 測定方法

測定方法および試験の実施方法は3章で述べた材料特性を求めるために実施した

基本測定と同様であり、その概略は下記の通りである。

① 試験片：Fig.3.2.1 (Fig.4.2.2) に示した中実丸棒試験片 (18mm $\phi$ )

② 試験機：金属試験用チャックを装着した30ton万能疲労試験機

③ 載荷方法：試験片の平行部の平均ひずみ速度制御 (0.0001mm/mm/sec)

④ 検出器：荷重はロードセルにより、ひずみは塑性域用ひずみゲージによる

実施した試験は材料に与えるひずみの大きさから、ひずみ硬化域においてひずみの顕著な繰り返しのある場合と、降伏棚域においてそれのある場合とに大別される。ひずみ硬化域においてひずみの顕著な繰り返しのある試験では、供試鋼材は、3章において述べた基本測定で用いたものと同じである。すなわち、普通鋼の例としてSM41AおよびSM50YBを、高張力鋼の例としてHT70の計3鋼材を用いた。降伏棚域においてひずみの顕著な繰り返しのある試験では、供試鋼材としてはSM50Aを用いた。対象としてSM50Aを選んだのは、降伏棚とひずみ硬化が共に顕著に現れるからである。HT70などの高張力鋼材の場合、処女載荷においてひずみ硬化点が比較的顕著でなく、bilinear型に近い応力-ひずみ関係を呈する。Bauschinger効果がひずみ硬化と関係することを考えれば、ひずみ硬化のより大きい材料の方が、モデル化の適不適の影響は大きいと考えられる。

数値計算の妥当性を検証するために、2通りの測定結果を用いて、数値計算結果と比較検討した。ひとつは、材料特性を求めるために実施した基本測定の結果である。載荷の様式は、ただ一回の荷重反転を含む引張圧縮載荷である。この形式の測定結果から求められた材料特性を用いて数値計算は遂行されることから、この測定結果が数値計算によって再現できることはモデル化の妥当性の最低条件である。しかし、材料のパラッキと、測定によって求められる材料特性のこれに伴う精度の問題に起因して、測定によって得られる結果がそれとは独立に行われた測定によって得られた結果より求められる応力-ひずみ関係と正確に合致するとは必ずしもいえない。それでもなおこの条件が満たされるならば、それは本モデルの有効であることのひとつの強力な証明となるものと思われる。

もうひとつの測定結果は、いくつかの複雑なひずみ径路における引張圧縮履歴応力-ひずみ関係である。前者の測定結果が材料特性の決定と同型式の載荷様式によって得られたものであるのに対して、これらの測定は数値計算とは全く独立に実施されたものである。したがって、もしこれらの測定結果を数値計算により精度良く追跡できるならば、 $10^{-2}$  ~  $10^{-3}$  のオーダーのひずみ範囲における引張圧縮履歴応力-ひずみ関係の推定に対して、本論文で提案したモデルが十分に有効であることが検証されたことを意味する。

#### 4. 4 推定精度の定義

1. 2で述べたように、金属材料の応力-ひずみ関係のモデル化に関する研究は数多くあり、それぞれ測定結果との比較によってモデル化の妥当性を論議している。しかし、いずれの場合にも、推定結果が測定結果に対してどの程度の精度を有するかは判断は定性的である。すなわち、推定された応力-ひずみ曲線を測定によって

得られたそれに重ねて同一図上に描き、その差異を観察するのが一般的である。しかし、このような方法による評価には主観的な判断が働くと共に、図における尺度単位のとおり方にも関連することから、必ずしも適切とは言い難い。高い精度を要求されるモデルの場合には特に定量的で妥当な誤差の判断基準を設定しておく必要がある。そこで、提案した繰返し塑性モデルによる推定結果の妥当性を、本章5節～7節において定量的に検討するための準備として、ここでは数値計算による引張圧縮応力-ひずみ関係の推定精度を定義する。

本研究では、 $10^{-4}$ のオーダーまでのひずみの領域を取り扱っている。このようなひずみの領域においては、ひずみの変化に対する応力の変化は比較的小さい。逆の見方をすれば、応力の変化に対するひずみの変化はかなり大きいといえることができる。そこで、測定および数値計算は共に、試験片中央断面のひずみ径路がほぼ同一となるようにした。したがって、数値計算によって求められた応力-ひずみ関係の精度は、対応するひずみ径路上での応力値の相違によって評価できる。

問題が非線形であることから、数値計算はstep-by-stepによる増分計算で実施したため、各計算ステップでの誤差は順次累積されていく。しかし、これによる誤差は構成モデル自体の精度とは何ら関係ないものである。ある単調な応力-ひずみ径路において誤差が生じた場合、除荷に続く次の径路に関しては計算の最初の段階においてすでに誤差を持つことになる。しかし、その誤差は前径路の誤差として評価されるべきであって、新たな径路においても再度誤差として累積されることは適切な誤差の評価とは言えない。

以上の点を考慮して、本章においては次式によって応力-ひずみ曲線の半径路における推定誤差 $\gamma$ を定義する。

$$\gamma = \frac{\int_{t_i}^{t_{i+1}} |\sigma_{\text{num}} - \sigma_{\text{exp}}| d\varepsilon}{\int_{t_i}^{t_{i+1}} |\sigma_{\text{num}} + |\sigma_{\text{exp}}|| d\varepsilon} \quad (4.4.1)$$

$\sigma$  および  $\varepsilon$  は、第(i)径路における反転点からの応力増分およびひずみ増分である。 $t$  および  $t +$  は第(i)径路および第(i+1)径路の開始点を示す。Fig.4.4.1は式(4.4.1)の意味を模式的に示している。誤差量 $\gamma$ は、あるひずみ径路において応力がどの程度異なっているかを定量的に表す無次元的な量である。対象となるひずみ径路の開始点での応力-ひずみ点を一致させて、数値計算結果と測定結果とを重ね合わせる。その時の差は面積(B)で表されている。また、誤差の無次元化のための基準量としては、そのひずみ径路でなされた内部仕事量に相当する面積(A)を用いる。なお、式(4.4.1)右辺の分母および分子が共に絶対値になっていることから、推定された応力-ひずみ曲線と測定された応力-ひずみ曲線とが交差することによる誤差の打ち消しは生じない。

径路数がNである場合には、式(4.4.1)を各径路について累積し、次式によって応力-ひずみ曲線の誤差量 $\gamma_{\text{total}}$ を算出することとする。

$$\gamma_{\text{total}} = \sum_{i=1}^N \gamma \quad (4.4.2)$$

ただし、上式の $\gamma$ は式(4.4.1)による。

#### 4.5 ひずみ硬化域での履歴応力-ひずみ関係の推定精度と各種要因との関係

本節では、数パーセントのひずみが繰り返される場合の引張圧縮履歴応力-ひずみ関係を提案モデルで推定する場合の推定精度を検討する。鋼材の場合、単調負荷において通常1%~2%のひずみが生じるとひずみ硬化が発生することから、ここでは『ひずみ硬化域での履歴応力-ひずみ関係』ということばを便宜上用いた。

はじめに、提案モデルに導入された材料特性を求めるために実施された測定と同形式の負荷径路によって計算された応力とひずみの関係を実測結果と比較する。このような負荷様式では、本モデルにおいて独自の見解から採用している累積相当塑性ひずみの評価のための仮説の影響は現れない。したがって、ここで採り上げるひずみ域における応力-ひずみ関係に関する検討は曲面サイズ関数の評価と移動量の評価に対する概念が妥当であるかどうかを判断するための検討として適しているものである。

Petersson-Popovモデル<sup>1)</sup>および提案モデルは、多曲面塑性理論に基づいた応力-ひずみモデルである。このモデルを用いて鋼部材の履歴応力-ひずみ関係を推定すると、このモデルの性格からいくつかの要因によって推定結果は異なる。したがって、推定精度は、それらの要因によって向上もし、また低下もする。

提案モデルを用いる場合には、導入された材料特性および状態変数の評価の仕方が、推定精度に影響をおよぼす要因となると考えられる。そこで、それらの影響要因の選択による推定精度の変化に着目して数値計算を実施し、実験結果と数値計算結果を比較する。そして、各要因の推定精度におよぼす影響を数値解析的に求め、履歴応力-ひずみ関係を予測する場合の、提案モデルの要因の特性と推定精度の関係を検討する。そして、実用的な推定精度を期待する限り、要因に対し特に厳しい条件を付与することは不必要であることを示す。普通鋼の例としてSM41Aを、高張力鋼の例としてHT70を対象とする。普通鋼は降伏棚、ひずみ硬化が顕著で、さらに繰り返し荷重を受けたときのBauschinger効果の変化(いわゆる繰り返し硬化)が顕著な鋼材である。高張力鋼はひずみ硬化が比較的小さく、Bauschinger効果の変化も普通鋼に比べ小さい鋼材である。PeterssonおよびPopovは引張強度が600MPa程度の鋼材に対して彼らの提案したモデルの有効性を検討しているが、著者が本研究で用いた高張力鋼はこれとほぼ同等の性質を持つ鋼材である。

次に、これら両鋼材のほかにSM50YBも検討対象の鋼材として加え、各種の複雑なひずみ径路での履歴応力-ひずみ関係の推定精度を調べる。これらの検討によって、数パーセント程度のひずみ範囲のひずみ履歴が与えられる各種構造用鋼材の応力-ひずみ関係の推定に対する提案モデルの有効性の検証ができる。

##### (1) 材料特性の決定のための基本測定結果の推定

材料特性の決定のために実施した基本測定はすでに述べた通り以下のものである。

###### a) 単調引張載荷試験

#### b) 唯一回の除荷を含む引張圧縮載荷試験

そして、これらの測定結果を用いて基本曲面サイズ関数および重み関数が決定された。一方、数値計算ではこれらの基本的な試験の結果が表せるような材料特性を用いていることになる。したがって、材料特性が数値計算で求められうることは当り前のことであって、モデルの優秀さを示す結果とは全くなり得ない。むしろ、これは数値計算が妥当であることの最低条件であるといえる。このような意味から、複雑なひずみ径路での応力-ひずみ関係を推定する前の段階として、上記のb)の試験と同一のひずみ径路での応力-ひずみ関係を求めた。それと測定結果を比較したものがFig.4.5.1およびFig.4.5.2である。なお、図中には移動量ベクトルの試験片軸方向であるz方向成分 $\alpha_z$ の $\varepsilon_z$ に対する変化を合わせて示した。応力-ひずみ関係および $\alpha_z - \varepsilon_z$ 曲線共に、数値計算の結果と測定結果は良く一致しており、数値計算に著しい不都合がないことが示された。

### (2) 推定精度に影響する諸特性とそれを検討するためのモデル

履歴応力-ひずみ関係を推定する場合、用いる構成モデルに応じて推定精度に影響をおよぼす要因がいくつかあると考えられる。本論文で提案したモデルにおいてもその点は同様であり、提案モデルにおいて要因となりうるものは基本曲面サイズ関数および重み関数として取り扱っている材料特性関数である。したがって、これらの関数の形状は数値計算する場合には直接的に推定結果に影響をおよぼす。累積相当塑性ひずみは、繰り返し履歴の進展を表わす状態変数として本モデルでは定義されており、材料特性関数である重み関数は、その累積相当塑性ひずみの関数である。そして、累積相当塑性ひずみに対応して重み関数の値が決まり、曲面サイズ関数が定まる。曲面サイズ関数は、重み関数によって決まる値を基本曲面サイズ関数に対する重みとして基本曲面サイズ関数を加え合わせることによって評価される。このように、重み関数、基本曲面サイズ関数および累積相当塑性ひずみは、お互いに影響し合い、提案モデルの最も重要な位置を占めるものであるといえる。

以上のことから、ここでは、推定精度に特に影響が大きいと思われる以下の3つの要因について検討する。

- a) 累積相当塑性ひずみの評価方法
- b) 基本曲面サイズ関数の選択方法
- c) 重み関数の評価方法

基本曲面サイズ関数と重み関数は提案モデルにおける材料特性である。また、累積相当塑性ひずみはこれらの関数に対する独立変数の一つである。本研究では、a)からc)の要因に注目して、Table 4.5.1に示した8つのモデルを設定する。

要因a)に関してはFig.4.5.3に示すように次の2つの方法を考える。

- ① 全ひずみ径路で生じる塑性ひずみから計算される相当塑性ひずみを累積する方法
- ② 繰り返し载荷中の、ある一径路において生じる塑性ひずみより計算される相当塑性ひずみのうち、それまでに生じた最大の相当塑性ひずみを越えた分のみを累積する方法

①の方法は、従来採用されていると思われる方法であり、提案モデルの基本となったPetersson-Popov モデルにおいてはこの方法が用いられているものと思われる。②の方法は、本論文の2.3において提案された方法である。この方法は、繰り返し載荷実験において観察される復帰現象を説明できるものであり、また、これによって著者らが実施した載荷試験によって観察されたある種の応力-ひずみ挙動も説明できることをも2.3で述べた。

要因b)に関しては、Fig.4.5.4に示すように次の2つの方法を考える。

①履歴のない状態での基本曲面サイズ関数である $\kappa_{00}$ と、履歴が定常的となった状態での基本曲面サイズ関数である $\kappa_{01}$ を用いる方法。

② $\kappa_{00}$ および $\kappa_{01}$ の他に、処女材のひずみ硬化開始時点に相当する履歴を受けた後の曲面サイズ関数 $\kappa_{02}$ を、これらの中間段階での基本曲面サイズ関数として用いる方法。

①の方法では、2つの基本曲面サイズ関数が用いられる。これらに重みを付けて加えることによって、任意の履歴段階での曲面サイズ関数が求められる。したがって、この場合の重み関数はただ一つである。この方法は、Petersson-Popov モデルにおいて採用されている方法である。これに対して、②の方法は、本研究で提案された方法であり、3つの基本曲面サイズ関数が用いられる。この場合には、 $\kappa_{00}$ と $\kappa_{01}$ に対する重み関数と、 $\kappa_{00}$ と $\kappa_{02}$ に対する重み関数の2つが用いられる。

要因c)に関しては、Fig.4.5.4に示したように次の5通りの重み関数を設定した。

i)基本曲面サイズ関数として、 $\kappa_{00}$ と $\kappa_{01}$ のみを用いる場合：

① 累積相当塑性ひずみの増加に対して急激に減少する関数、

(Fig.4.5.4(a.1)参照)

② 累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する関数。

(Fig.4.5.4(a.2)参照)

ii)基本曲面サイズ関数として、 $\kappa_{00}$ 、 $\kappa_{01}$ および $\kappa_{02}$ を用いる場合：

③ 累積相当塑性ひずみの増加に対して3次関数で減少し、相当塑性ひずみ増分の増加に対して直線的に増加する関数

(Fig.4.5.4(b.1)参照)

④ 累積相当塑性ひずみの増加に対して3次関数で減少し、相当塑性ひずみ増分に対しては一定な関数、

(Fig.4.5.4(b.2)参照)

⑤ 累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少し、相当塑性ひずみ増分に対しては一定な関数。

(Fig.4.5.4(b.3)参照)

i)-①は、Petersson-Popov モデルが提案された文献<sup>15)16)</sup>において示された関数である。i)-②は、i)-①と比較するために用いるものであり、累積相当塑性ひずみの増加に対して重み関数が漸減する場合の例である。ii)-③とii)-④は、著者らが提案した基本測定の結果から求められた重み関数である。両者の比較によって、相当塑性ひずみ増分の変化に対して重み関数が変化するとした場合の効果を調べることができる。ii)-⑤は、これらをより簡単化した重み関数であり、これを採用す

ることができれば、重み関数を決定するための基本測定が不要となり、モデルの使用上かなり有利となることが推測される。

各モデルを用いて数値計算により求められた履歴応力-ひずみ関係を求め、その結果と測定により求められたそれらを比較検討する。比較する対象は、Fig.4.5.5に示した2例のひずみ履歴を受けるときの応力-ひずみ関係である。Fig.4.5.6は、これらについて式(4.4.1)で定義した誤差量と繰り返し回数の関係を示したものである。Table 4.5.2は、応力-ひずみ曲線の全径路に対して求められた誤差 $\gamma$ をまとめたものである。また、Fig.4.5.7からFig.4.5.12は、各モデルによって計算された応力-ひずみ関係を比較して示したものである。

### (3) 累積相当塑性ひずみの評価方法の影響

はじめに、基本曲面サイズ関数として $\kappa$ と $\kappa_{\text{eff}}$ のみを用いる場合を検討する。ひずみ履歴の進展に伴う曲面サイズ関数の $\kappa$ から $\kappa_{\text{eff}}$ への変化は、塑性ひずみの繰り返しにおける累積相当塑性ひずみの増加の程度と、それによる重み関数の減少の程度に依存して決定される。重み関数の値が小さくなれば、それらの程度の相違が曲面サイズ関数におよぼす影響が小さくなる。すなわち、累積相当塑性ひずみの評価方法の影響が顕著に現れるのは重み関数の値がある程度大きい場合である。したがって、重み関数が累積相当塑性ひずみに対して急減する場合は、漸減する場合に比べて、累積相当塑性ひずみの小さい範囲を除けば累積相当塑性ひずみの評価方法による相違は大きくないことが予想される。

Fig.4.5.7(a)~(d)は、A-2-PモデルとP-2-Pモデルによる計算結果を比較して示している。両モデルの相違は累積相当塑性ひずみの評価方法にある。前者においては、全径路にわたっての累積がなされるのに対して、後者ではFig.4.5.3(b)に示した部分的な累積がなされている。いずれの場合にも基本曲面サイズ関数は $\kappa$ および $\kappa_{\text{eff}}$ のみである。また重み関数は文献<sup>[45][46]</sup>で示された累積相当塑性ひずみに対して急減する関数が用いられている。Fig.4.5.7(a)および(d)図の場合、両モデルの数値計算結果の相違はほとんどなく、同(b)および(c)図の例でも応力の変動幅に注目すればその相違は大きくない。更に、重み関数が累積相当塑性ひずみに対して急減していることから、(a)図の場合には第2径路から降伏棚現象は消失している。しかし、これと同時に、応力の値はかなり大きく評価されており、その傾向はSM41Aにおいて大である。これは、重み関数の値が急激に減少し過ぎる影響が現れた結果であると思われる。

Fig.4.5.8(a)~(d)は、A-2-LモデルとP-2-Lモデルによる計算結果を比較して示したものである。両モデルにおいて用いられた基本曲面サイズ関数は共に $\kappa$ および $\kappa_{\text{eff}}$ であり、これらの相違はFig.4.5.7と同様に累積相当塑性ひずみの評価方法にある。Fig.4.5.7との相違点は、重み関数が累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に(言い替えればゆるやかに)減少していることにある。累積相当塑性ひずみの評価の方法によって応力-ひずみ関係が異なっており、その傾向はSM41Aが著しい。P-2-Lモデルを用いた場合、基本曲面サイズ関数 $\kappa$ によって表現される降伏棚がひずみ履歴がかなり進行した後まで現れているので、この場合には現実的な

応力-ひずみ関係が得られない。累積相当塑性ひずみの値はP-2-LモデルよりA-2-Lモデルにおいて大きく評価され、その結果、A-2-Lモデルによる計算結果においては、降伏棚が比較的早く消失し、応力の値は大きく算出されている。これらのことから、降伏棚が消失してゆく過程を表現するためには、累積相当塑性ひずみの増加に対して急激に減少する重み関数を用いることが必要である。この場合、計算される応力-ひずみ関係におよぼす $\kappa_{0.2}$ の形状の影響は小さくなるが、同時に $\kappa_{0.01}$ の形状の影響が過大となる。SM41Aの場合、径路毎の推定誤差量 $\gamma$ の値は10%~20%になることがあり、このような計算によって精度の良い推定はできない。

著者らの測定によって得られた基本曲面サイズ関数 $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ をFig.3.4.8およびFig.3.4.10に示した。それらによれば、普通鋼であるSM41Aではひずみの大きな範囲において $\kappa_{0.01}$ が $\kappa_{0.2}$ よりかなり大きい。これに対して、高張力鋼のHT70ではその傾向は小さい。文献<sup>[4][5]</sup>において用いられた鋼材は600MPa程度の降伏応力をもつ高張力鋼である。したがって、本研究で用いたHT70と同様にひずみの大きな範囲での $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ の差が小さい。ひずみ硬化が顕著で $\kappa_{0.01}$ が $\kappa_{0.2}$ に対して比較的大きい材料の場合、重み関数の値が累積相当塑性ひずみの増加に対して急減することによって、曲面サイズが $\kappa_{0.2}$ から $\kappa_{0.01}$ へ急激に変化する。その結果、ひずみ履歴の進行に対して曲面サイズの膨張が過大に評価され、応力-ひずみ曲線の形状はなめらかになるものの、応力の値が大きめになる。したがって、降伏棚と顕著なひずみ硬化を呈する材料の場合、降伏棚の消失という過程に対しては急減する重み関数を用いる必要があり、繰返しに伴うBauschinger効果の変化に対しては漸減する重み関数を用いることが必要となる。すなわち、両者の現象は相反する重み関数を必要とすることになる。降伏棚の消失という現象とBauschinger効果の変化という現象を、PeterssonおよびPopovが行っているように全く同一の重み関数によって表現することに問題があることをこのことは示唆している。

以上のことから、基本曲面サイズ関数として、降伏棚が終了する時点での曲面サイズ関数 $\kappa_{0.2}$ を導入することによって、モデルが改良される可能性が期待される。そうすることによって、降伏棚が終了するまでのひずみ履歴過程では $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ をある重み関数で結びつけ、その後のひずみ硬化過程では $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ を異なる重み関数で結びつけることができる。また、Fig.3.5.4に示したように、著者らの測定によれば、 $\kappa_{0.2}$ から $\kappa_{0.01}$ への曲面サイズの変化を表わすための重み関数は、累積相当塑性ひずみの増加に対して漸減する結果が得られている。したがって、降伏棚が終了してから以後の応力-ひずみ関係を推定する場合、累積相当塑性ひずみの評価の方法が大きく影響する可能性のあることが、Fig.4.5.8での結果から推測される。なお、 $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ の相違が比較的小さなひずみ範囲に限られる材料においては、 $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ のみを用いても比較的精度の良い応力-ひずみ関係の推定できる可能性はある。

#### (4) 基本曲面サイズ関数の選択の影響

(3)で示した計算結果とそれに関する考察から、ひずみ履歴の効果の最も小さい時点と最も大きい時点の基本曲面サイズ関数である $\kappa_{0.2}$ と $\kappa_{0.01}$ の他に、降伏

棚が終了する時点での曲面サイズ関数  $\kappa_{\text{終}}$  をそれらの中間的なひずみ履歴段階での基本曲面サイズ関数として導入することの有用性が推測された。ここでは、基本曲面サイズ関数として  $\kappa_{\text{終}}$  を導入した場合に、そのことによって数値計算結果の精度がどのように改善されるかを検討する。

Fig.4.5.9(a)～(d)は、P-2-LモデルとP-3-Mモデルによる計算結果を比較して示している。どちらのモデルによる計算においても、累積相当塑性ひずみは部分的な累積によって計算されている。また、重み関数はどちらの場合も、累積相当塑性ひずみの増加に対して漸減する関数である。両モデルの相違は、基本曲面サイズ関数の数である。前者では  $\kappa_{\text{終}}$  と  $\kappa_{\text{終}}$  のみが基本曲面サイズ関数であるのに対して、後者においては更に  $\kappa_{\text{終}}$  が導入されている。P-2-Lモデルによる計算結果では、処女載荷における降伏棚の影響が、かなりひずみ履歴の進展した後でも出現している。更に、第1径路以後の径路において弾性挙動をしめす範囲が大きすぎる傾向がみられる。これは、主として  $\kappa_{\text{終}}$  の影響が過大に評価されていることによる。このように、P-2-Lモデルによる計算結果は現実的な応力-ひずみ関係となっていない。これに対して、 $\kappa_{\text{終}}$  が導入されたP-3-Mモデルにおいては、第2径路以後は Bauschinger効果が支配的ななだらかな曲線となった。しかも累積相当塑性ひずみの評価方法が改良されていることによって、 $\gamma_{\text{終}}$  の値も約5%と小さく、曲面サイズが大きくなり過ぎることもない。

つぎに、基本曲面サイズ関数として  $\kappa_{\text{終}}$  を導入した場合について、累積相当塑性ひずみの評価方法の影響を検討する。Fig.4.5.10(a)～(d)は、P-3-Mモデルによる結果と、全ひずみ径路で相当塑性ひずみを累積した量を累積相当塑性ひずみとしたA-3-Mモデルによる計算結果とを比較して示したものである。第2径路までは全く同じ応力-ひずみ関係が得られたが、第3径路から累積相当塑性ひずみの評価方法の相違の影響が現れていることが分かる。A-3-Mモデルでは、第2径路での全相当塑性ひずみが累積されて第3径路での曲面サイズが決定される。これに対してP-3-Mモデルでは圧縮塑性ひずみに対応する分のみが累積される。このために、第3径路での曲面サイズは、A-3-MモデルのほうがP-3-Mモデルより大きく評価される。その後、繰り返しの全過程においてこの傾向が顕著に現れて、A-3-Mモデルにおいては曲面サイズ関数は急激に  $\kappa_{\text{終}}$  へと変化してゆく。そのため、A-2-PPモデル、A-2-LモデルおよびP-2-PPモデルと同様に、応力の値が測定値に対して大きく計算される。Fig.4.5.10に示した計算例の場合の誤差は、SM41A鋼の場合で10%から20%であった。

#### (5) 重み関数の影響

本節のこれまでの検討から、少なくとも処女載荷において顕著な降伏棚が現われ、しかも繰り返し載荷に伴って曲面サイズが膨張するような材料に対して有効な2つの方法が数値計算により示された。そのひとつは、著者らが提案した累積相当塑性ひずみの評価方法を採用することである。そして、他のひとつは降伏棚の終了時点に相当するひずみ履歴を受けた後の曲面サイズ関数を基本曲面サイズ関数として導入することである。

ここでは、提案モデルの重要な特性関数のひとつである重み関数について検討する。ただし、本節(3)および(4)の結果を踏まえて、上述の累積相当塑性ひずみの評価方法および基本曲面サイズ関数としての曲面サイズ関数 $\kappa_{\sigma}$ の導入を行った上で、重み関数の形状が推定結果にどの様に影響するかを検討する。

#### a) 相当塑性ひずみ増分の影響

Fig.4.5.11(a)~(d)は、P-3-MモデルとP-3-M2モデルによる推定結果を比較したものである。相当塑性ひずみ増分の影響は大きくないことが同図よりわかる。重み関数の形状の影響は、HT70のような移動硬化性の材料より、SM41Aのようなひずみ硬化の大きい材料において大であると思われる。しかし、その場合でも、相当塑性ひずみ増分の影響を考慮したP-3-M2モデルとそれを考慮しないP-3-Mモデルの相違は極めてわずかである。同程度の推定精度が期待できる場合には、モデルはなるべく簡略な方が望ましい。その意味からは、本研究において用いられたSM41AおよびHT70については、相当塑性ひずみ増分の増加による重み関数の増加を考慮する必要性は認められない。しかし、このことはあくまでも著者らが用いた材料についてのみ言えることである。重み関数の相当塑性ひずみ増分に対する変化率が大きい材料に対しては、P-3-M2モデルのようにその影響を考慮することにより、より精度の高い推定が可能となるものと思われる。

#### b) 累積相当塑性ひずみに対して直線的に減少する場合の影響

第2章で提案した基本測定方法と材料特性の評価方法を用いれば、P-3-Mモデルによって履歴応力-ひずみ関係を精度良く推定することが可能であることがこれまでの検討で示された。この場合、必要な試験は単調引張試験とただ1回の荷重反転を含む引張圧縮試験のみである。しかし、もし重み関数が累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少すると仮定することができれば、材料特性を決定するために実施しなければならない測定は、より簡略になる。

そこで、重み関数として著者らが測定結果から決定したものをを用いたP-3-Mモデルと、測定結果と無関係に累積相当塑性ひずみに対して直線的に減少する重み関数を用いたP-3-Lモデルによる数値計算の結果を比較した。その結果を、Fig.4.5.12(a)~(d)に示す。SM41Aのように、重み関数が累積相当塑性ひずみに対して下に凸の関数の場合、応力はやや小さめに計算される。また、HT70のように、上に凸の関数の場合には、応力はやや大きめに計算される。また、その影響の程度はSM41Aのように曲面サイズの膨張の傾向がよい材料において大である。しかし、その場合でも、本計算例における誤差量はたかだか数%であり、ほかの要因a)およびb)の影響に比べればはるかに小さい。

### (6) 実測結果と提案モデルによる数値計算結果との比較

提案モデルによって推定された応力-ひずみ関係と対応する測定から得られたそれらを比較してFig.4.5.13~Fig.4.5.15に示す。各々の図番号と载荷パターンの対応をTable.4.5.3(次頁)に示す。

シフト型は、比較的小さいひずみ振幅の繰り返しを繰り返し受けて、その結果ひずみが一方向へシフトするパターンである。この载荷パターンは、提案モデルの大

きな特徴である累積相当塑性ひずみの評価の方法の妥当性が明快に示される例である。ランダム型は、無作為に反転時のひずみ値を抽出した例である。このうち、(1)の载荷パターンでは”弾性的除荷”(\*1)が含まれないが、载荷パターン(2)ではそれが含まれる。提案モデルにおいては、通常の弾塑性理論と同様に、ひずみの弾性成分と塑性成分は互いに独立に生じ、このうち、塑性ひずみのみがひずみ履歴の効果に影響すると仮定されている。したがって、もしその仮定が妥当であるならば、

Table.4.5.3 図番号と载荷パターン

载荷パターン	鋼種	図番号
シフト型	SM41A	Fig.4.5.13(a)
	SM50YB	Fig.4.5.14(a)
	HT70	Fig.4.5.15(a)
ランダム型(1) (”弾性的除荷”を含まない)	SM41A	Fig.4.5.13(b)
	SM50YB	Fig.4.5.14(b)
	HT70	Fig.4.5.15(b)
ランダム型(2) (”弾性的除荷”を含む)	SM41A	Fig.4.5.13(c)
	SM50YB	Fig.4.5.14(c)
	HT70	Fig.4.5.15(c)

”弾性的除荷”による応力-ひずみ関係への影響はないはずである。ランダム型(1)は、この仮定の影響が現れないような载荷パターンの例として選んだものであり、ランダム型(2)はそのような仮定が実際に成り立つかを確認するための载荷パターンの例である。なお、シフト型とランダム型(1)の载荷パターンは、本節の(3)~(5)において検討の対象とした载荷パターンと同じである。

シフト型の場合について、推定結果を検討する。全体的な傾向としてひずみ履歴の初期における Bauschinger効果が過小に評価されている。HT70の場合にははじめの3回程度の繰り返しでは塑性ひずみがほとんど発生しなかったために、その傾向は顕著ではないが、SM41AおよびSM50YBでは、その傾向が非常に顕著に現れた。降伏棚領域で除荷が発生した場合、第2章で述べたように、除荷に続く再負荷の極めて初期から Bauschinger効果が顕著に現れて、降伏応力も低下することが知られている。一方、本章ではFig.3.5.3に示した重み関数を用いての計算結果を示しているので、 $\bar{\epsilon}_p \leq \bar{\epsilon}_{p, \text{st}}$ のひずみ履歴の範囲では、 $\kappa_0$ の関数形状の影響が現れて、実

\*1 除荷が発生した後、塑性ひずみがほとんど発生することなく再度除荷が発生することを、”弾性的除荷”とここでは呼ぶことにする。

測によって観察される Bauschinger効果を表すことができない場合がある。上述の Bauschinger効果の過小評価はまさにそのような場合に相当しているものと考えられる。しかし、このような場合には材料特性を適切に修正して用いることによって推定精度の向上を計ることが可能であることが次章での検討から明かとなる。この詳細は次章において示す。

シフト型の载荷パターンの場合における重要な現象として、降伏棚からの除荷とそれに続く比較的小さいひずみ振幅での再除荷の際に現れる降伏棚への復帰現象が挙げられる。SM41Aの場合、この復帰現象はかなり良好な精度で再現されているのに対して、他の鋼種の場合には必ずしも正確に再現されているとは言い難い。特に、HT70の場合には応力振幅が小さめに計算され、降伏棚へ径路が復帰していない。この結果の原因のひとつとして、累積相当塑性ひずみの評価の方法の適非が考えられる。本研究の場合、2.3で述べたように、『ある応力-ひずみ径路において生じる相当塑性ひずみのうち、それまでに生じた相当塑性ひずみ幅 $\Delta \epsilon$ の最大値を越える量のみがその後の応力-ひずみ挙動に影響する。そして、それらを累積した量を累積相当塑性ひずみと定義』した。したがって、小さいひずみ振幅でのひずみ履歴は、その後の応力-ひずみ関係に影響しないものとされている。ここで示した結果から、小さいひずみ振幅のひずみ履歴のある一部分はその後の応力-ひずみ関係に影響している可能性が考えられる。この点は本提案モデルの一つの限界を示すものであるとも考えられる。

次に、ランダム型で”弾性的除荷”を含まない場合について検討する。SM41Aによる結果では推定結果と実測結果は非常に良く一致しており、満足できる推定結果が得られたといえる。SM50YBの場合、6径路目に比較的大きな差異が生じて、その差異が負荷が終了するまで続いている。このようにある径路で生じた誤差が次の径路に見かけの誤差とも言うべき誤差を生じさせることは、繰り返し負荷における応力-ひずみ関係を推定する場合に避けることのできない現象であるが、この場合にも4.4で述べたように推定誤差が定義できると考えられることから、一概に精度が悪いとは言えない。また、HT70の場合、比較的ひずみ振幅が小さい5, 7, 9径路において応力が小さめに計算されているが、これについては前述のシフト型の载荷パターンの場合と同様の原因が考えられる。

最後に、”弾性的除荷”を含む場合について検討する。この载荷パターンでは処女载荷径路において2回の”弾性的除荷”を発生させた。ひずみ硬化が顕著なSM41AおよびSM50YBの場合、計算結果に”弾性的除荷”の影響が含まれ、その結果、実測結果におけるひずみ硬化率と比較して、かなり大きなひずみ硬化率となっている。逆にいえば、”弾性的除荷”と再負荷の後のひずみ硬化率は、それが無い場合に比して小さくなる傾向がある。提案モデルは前述のようにひずみの弾性成分と塑性成分とを独立に扱っており、弾性ひずみ成分はひずみ履歴の効果を持たないと仮定されているので、このような現象を表現することはできない。このことは、他のほとんどの繰り返し塑性モデルにおいても同様であり、今後の研究の成果に待たなければならない。

Fig.4.5.16およびFig.4.5.17の右図は、提案モデルとその基本としたPettersson-

Popovモデルを用いた数値計算によって得られた履歴応力-ひずみ関係を比較して示したものである。同左図には、提案モデルによる計算結果と実測結果を比較したFig.4.5.13およびFig.4.5.15の一部も比較のため再掲した。本節で、提案モデルの特徴とそれによって履歴応力-ひずみ関係の推定精度がどのように向上するかを示した。これらの結果からも示されているが、基本としたPetersson-Popovモデルを修正したことによって、これらの図に示したような明確な精度の向上が認められる。

以上に、推定結果と実測結果との比較によって、主に推定結果の問題点を指摘した。ここで示した結果は、基本的な材料試験の結果を用いて、材料特性をすべて決定し、しかる後にその推定結果を用いた推定結果と、基本的な材料試験とは全く別の実施された試験において測定された結果を比較したものである。したがって、本節および前節で示した推定結果を得るために、複雑な繰り返し載荷試験の結果を全く用いていない。しばしばこの種の問題では、測定結果に計算結果が合うように材料パラメータを決める方法が用いられる。しかし、このような方法では、推定結果を得るためにそれと比較されるべき実測結果があらかじめ得られていなければならぬという、矛盾を内包しており、純粋な意味での推定とは言い難い。また、用いた材料特性は統計的な意味で十分な実験結果に基づいて決定したのではなく、それ自身にも誤差が含まれている。これらのことを考慮すれば、ここで示した結果は非常に満足できるものであり、かなり良い精度で実測結果を推定できる構成モデルが構築できたといえる。

#### 4.6 降伏棚域での履歴応力-ひずみ関係の推定精度

ひずみ硬化域においてひずみの顕著な繰り返しが生ずる場合には、提案モデルを用いることによって、引張圧縮履歴応力-ひずみ関係を良好な精度で推定することができることを前節で述べた。しかし、降伏棚域における重み関数を式(3.5.1(a))に従って評価すると、重み関数と相当塑性ひずみ増分との関係はFig.3.5.1に示したように非常に複雑である。このことは、降伏現象が完全に終了するまでの過程においては、式(2.4.8)のように $\kappa_1$ と $\kappa_{-1}$ の重み付きの和では曲面サイズ関数の変化を表現しにくいことを示していると考えられる。前節では、主としてひずみ硬化域においてひずみの顕著な繰り返しが生ずる場合を検討の対象としたため、重み関数 $W_1$ は累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するものと仮定した。しかし、降伏棚の領域においてひずみの顕著な繰り返しがある場合に、その仮定が妥当であることの保証はない。

本節では、はじめに、重み関数 $W_1$ が累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するという前節で用いた仮定をそのまま採用した場合に、この仮定が推定精度にどのような影響を与えるかを測定結果との比較により検討する。次に、その結果から、より精度の良い推定を可能とするための材料特性の改良の方法を述べる。そして、新たな材料特性を用いて数値計算を実施し、本方法の有効性を検証する。

(1) 重み関数 $W_1$ が累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するとした

### 場合の推定

供試鋼材としては、普通鋼のSM50Aを選んだ。Table 4.6.1 に供試鋼材のミルシートによる機械的性質と化学成分を示す。Fig.4.6.1 に 3つの基本曲面サイズ関数を求めるために実施した測定結果を応力-ひずみ関係で示す。Fig.4.6.2 はこれらの測定結果から計算された基本曲面サイズ関数である。重み関数は Fig.4.6.3に示すように仮定した。 $W_L$ については $W_U$ と同様に累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するものとした。ただし、本節で取り扱うひずみ履歴は主として重み関数 $W_U$ のみが関係する累積相当塑性ひずみの範囲に限定するので、本節で示す計算結果には $W_L$ の単純化による影響はほとんどないと考えてよい。

Fig.4.6.4 ~ Fig.4.6.8 に数値計算によって求められた応力-ひずみ関係を対応する実測結果と比較して示す。Table.4.6.2 にそれぞれの図番号と载荷パターンおよび载荷番号の対応を示す。

Table.4.6.2 図番号と载荷パターン

载荷番号	载荷パターン	図番号
1	両振り引張圧縮ひずみ型(1)	Fig.4.6.4
2	両振り引張圧縮ひずみ型(2)	Fig.4.6.5
3	両振り引張圧縮ひずみ型(3)	Fig.4.6.6
4	片振り引張ひずみ型	Fig.4.6.7
5	片振り圧縮ひずみ型	Fig.4.6.8

いずれの例においても、除荷に続く再降伏時に応力-ひずみ曲線の折れ曲がりがかなり顕著に出現している。これは、これらのひずみ履歴の範囲での曲面サイズ関数を決定するために用いられる2つの基本曲面サイズ関数のうちのひとつである $\kappa_1$ に、初期降伏に続いて降伏棚という非硬化領域が存在することによるものである。初期降伏時では $\beta\kappa_1/\sigma_0$ の値がほぼ零であるため、その影響が非常に顕著に計算結果に現れて、弾性除荷から再降伏へのなだらかな遷移が表現できていない。履歴が進行して曲面サイズ関数に対する $\kappa_1$ の影響が小さくなるにしたがって、この傾向は小さくなる。

载荷番号1および5の片振りひずみパターンの場合、実験において観察されている降伏棚への復帰現象が完全には表現されていない。また、履歴の初期において弾性域を示す応力範囲がやや大き過ぎる傾向があり、繰返し数が増えるにしたがってかなり急激に小さくなる。しかし、弾性域を示す応力範囲のこのような急激な変化は実測では観察されていない。

载荷番号1~3の両振りひずみパターンの場合にも、上記の片振りひずみパターンの場合の傾向は同様である。更に、Bauschinger効果はかなり過大に評価されており、その結果、同じひずみ範囲に対する応力の範囲が実測値より明らかに小さめ

に計算されている。

Fig.4.6.4 ~ Fig.4.6.8 の図中には4章5節で定義した全径路に対する推定誤差量  $\gamma_{\text{推定}}$  の値も示した。推定誤差量は大きいもので7%程度である。これは、4章6節で示したひずみ硬化域で顕著な繰返しのある場合の誤差よりやや大きい。これらの結果は、基本曲面サイズ関数として  $\kappa$  および  $\kappa_{\text{推定}}$  のみを用い、しかも累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する重み関数を用いるという最も簡略な材料特性を用いて計算された結果である。それにもかかわらず、この程度の精度は保持されることをこれらの結果は示している。逆の見方をすれば、最も簡略な材料特性を用いたために、この程度の精度しか得られないということもできる。どちらの見方をすべきかは、要求される推定精度に依存すると思われる。したがって、あまり煩雑でない修正によって推定精度が向上するのであれば、修正方法と推定精度の向上に対するその効果を検討しておくことは極めて有用である。

## (2) 新たな基本曲面サイズ関数の導入とその効果

Fig.4.6.9 に、降伏棚において除荷が生じたときの応力-ひずみ関係を示す。降伏棚の極めて初期で除荷が発生した場合においても、すでにBauschinger効果が現れ、それに続いて再度降伏棚が現れる。除荷時のひずみが大きくなるにしたがってBauschinger効果は顕著になり、それと同時に再度現れる降伏棚のひずみ範囲は小さくなる。そして、降伏棚が終わってひずみ硬化領域に入ってから除荷が発生した場合にはBauschinger曲線に続く再降伏現象は現れない。このような性質をいくつかの基本曲面サイズ関数とそれを結び付ける重み関数によって厳密に表現することは難しい。しかし、近似的には、このような方法によっても上述の現象をある程度表現することは可能である。

Fig.4.6.9に示した測定結果から計算された曲面サイズ関数をFig.4.6.10に示す。これらの計算結果の縦軸はそれぞれの試験片の下降伏点の値で除してある。基本曲面サイズ関数と重み関数を用いて材料のひずみ硬化特性を表現する場合、材料特性の修正方法として2通りの方法が考えられる。ひとつの方法は、基本曲面サイズ関数の数を増す方法であり、他のひとつは基本曲面サイズ関数の数は増さずに、重み関数の精度を向上させる方法である。

前述のように、降伏棚域における重み関数を式(3.5.1(a))に従って評価した結果はFig.3.5.1に示したように、重み関数と相当塑性ひずみ増分との関係を明快に評価し難い。したがって、重み関数の精度を向上させることは容易でないばかりでなく、モデルを複雑にする結果を招く。これに対して、基本曲面サイズ関数の数を増やせば、基本曲面サイズ関数に相当する複数のひずみ履歴の段階での曲面サイズ関数として実測値が用いられるので、推定精度の向上が期待できる。そこで、本研究では基本曲面サイズ関数の数を増す第2の方法によって推定精度を向上させることを試みた。

$\kappa_{\text{推定}}$  と  $\kappa_{\text{推定}}$  の中間に導入した基本曲面サイズ関数は次の2つである。

- a) 初期降伏時になるべく近いひずみ履歴の段階として、累積相当塑性ひずみ  $\epsilon_{\text{推定}} = 0.17 \text{ [mm/mm]}$  での曲面サイズ関数 (以後、便宜的に  $\kappa_{\text{推定}}$  と呼ぶ)

b)これとひずみ硬化開始時との 中間的なひずみ履歴の段階として、 $\bar{\epsilon}_p = 0.33$   
 $\bar{\epsilon}_{p, st}$ での曲面サイズ関数（以後、便宜的に $\kappa_{0.33}$ と呼ぶ）

Fig.4.6.11に用いた基本曲面サイズ関数を示す。 $\kappa_{0.17}$ および（または） $\kappa_{0.33}$ を基本曲面サイズ関数として新たに導入した場合の重み関数をFig.4.6.12に示す。これらの材料特性を用いて、Fig.4.6.4~Fig.4.6.8に示したものと同一の径路の応力-ひずみ関係を計算した。その結果をFig.4.6.13~Fig.4.6.17に示す。ここで、それぞれの図において(a)~(e)図は以下の結果を示している。

(a)図： 実測結果

(b)図：  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{st}$ 、 $\kappa_{conv}$

(c)図：  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{0.17}$ 、 $\kappa_{st}$ 、 $\kappa_{conv}$

(d)図：  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{0.33}$ 、 $\kappa_{st}$ 、 $\kappa_{conv}$

(e)図：  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{0.17}$ 、 $\kappa_{0.33}$ 、 $\kappa_{st}$ 、 $\kappa_{conv}$

を基本曲面サイズ関数  
として用いた場合の数  
値計算結果

なお、(a)図および(b)図はFig.4.6.4~Fig.4.6.8に示したものを他の結果と比較し易いように再度示したものである。

Table.4.6.3 にそれぞれの図番号と载荷パターンおよび载荷番号の対応を示す。

Table.4.6.3 図番号と载荷パターン

载荷番号	载荷パターン	図番号
①	両振り引張圧縮ひずみ型(1)	Fig.4.6.13
②	両振り引張圧縮ひずみ型(2)	Fig.4.6.14
③	両振り引張圧縮ひずみ型(3)	Fig.4.6.15
④	片振り引張ひずみ型	Fig.4.6.16
⑤	片振り圧縮ひずみ型	Fig.4.6.17

Table.4.6.4にFig.4.6.13~ Fig.4.6.17の(b)図~(e)図に示した数値計算結果における全径路に対する推定誤差量  $\gamma_{total}$ をまとめて示す。以上の結果をもとに、新たな基本曲面サイズ関数を導入することの推定精度の向上に対する効果を検討する。

実験結果と各計算結果を比較すれば、基本曲面サイズ関数の数が増加するほど推定精度が向上しており、(b)、(c)または(d)、(e)の順に推定精度が向上している（すなわち、推定誤差量が減少している）。すべての重み関数を累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少すると仮定していることから、この結果は当然と言える。

(c)図と(d)図は $\kappa_0$ と $\kappa_{st}$ の間にそれぞれ  $\kappa_{0.17}$ および $\kappa_{0.33}$ を導入した場合の計算結果である。 $\kappa_{0.17}$ を導入した場合には、除荷後の再降伏における弾性から塑性へのスムーズな遷移が表現される。しかし、降伏後のひずみ硬化率の低下が早過ぎる傾向がある。一方、 $\kappa_{0.33}$ を導入した場合、ひずみ履歴の きわめて初期にお

いて  $\kappa_0$  の影響が現れて、除荷に続く Bauschinger 曲線に著しい折れ曲がりがあるが依然として観察される。しかし、 $\kappa_{0.1}$  と  $\kappa_{0.2}$  のほぼ中間的な履歴段階での曲面サイズ関数を基本曲面サイズ関数として導入しているため、繰り返しの進展に伴って次第に良好な推定がなされる傾向がみられる。これらの相違は両振り引張圧縮ひずみ型の場合に顕著である。推定誤差量で比較すれば、 $\kappa_{0.1}$  を導入した (b) 図の場合に 3%~5% であるのに対して、 $\kappa_{0.2}$  を導入した (c) 図の場合には 3% 以下である。また、片振りひずみ型の荷重パターンの場合にはどちらを導入した場合でも誤差量に大きな差はみられなかった。しかし、この場合でも  $\kappa_{0.1}$  と  $\kappa_{0.2}$  の間に何等新たに基本曲面サイズ関数を導入しない場合に比較すれば何れの場合も推定精度は向上している。

$\kappa_{0.1}$  および  $\kappa_{0.2}$  の両方を基本曲面サイズ関数として導入した場合には、上記の何れの場合よりも推定精度は向上している。このように、基本曲面サイズ関数の数を増やすことによって、推定精度が明らかに向上することが数値計算結果と実測結果との比較から明らかとなった。基本曲面サイズ関数をいくつ導入することが最適であるかの判断は容易でない。しかし、適宜、基本曲面サイズ関数の数を変えることによって、要求される推定精度に応じた推定が、本繰り返し塑性モデルによれば可能である。

#### 4.7 引張応力-ひずみ関係による材料特性の修正とその影響

著者らが測定によって得た材料特性を参照して、同一鋼種でロットの異なる材料の履歴引張圧縮応力-ひずみ関係を推定するための、材料特性の決定方法を検討する。そして、それによって履歴引張圧縮応力-ひずみ関係を計算した場合に、どの程度の推定精度が得られるかを検討する。上記の検討を行うために用いた鋼材の鋼種は溶接構造用軟鋼 SM41A である。そして、提案モデルの検証のために用いた鋼材（以後、これを鋼材 A と呼ぶ）と、これとロットの異なる鋼材（以後、これを鋼材 B と呼ぶ）による試験結果を用いて検討した。

両鋼材のミルシートによる機械的性質と化学成分を Table 4.7.1 に示す。また、同じく引張試験によって得られた応力-塑性ひずみ関係を Fig. 4.7.1 に示す。なお、応力は下降伏点で無次元化して示した。鋼材 B の降伏応力の方が鋼材 A のそれより若干低いにもかかわらず、引張強度は逆に鋼材 B の方が 16% ほど高い。そのため、降伏比は鋼材 A と鋼材 B でそれぞれ 67% および 54% となっている。この傾向は Fig. 4.7.1 に示した著者らが行った引張試験で得られた応力-塑性ひずみ関係にも明瞭に現れており、ひずみ硬化特性は両方の鋼材でかなり異なっていることが明かである。このことは、繰り返し応力を受ける場合のひずみ硬化特性を表す基本曲面サイズ関数  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{0.1}$  などが両鋼材でかなり異なっているであろうことを示唆している。

提案モデルに導入された材料特性は基本曲面サイズ関数  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{0.1}$ 、 $\kappa_{0.2}$  などと、重み関数  $W_1$ 、 $W_2$  などである。鋼材 A については、これらのうち  $W_1$  を除く 4 つの材料特性が基本測定の結果から求められている。一方、鋼材 B については、引張試験の結果のみから得られる基本曲面サイズ関数  $\kappa_0$  のみが既知である。

4.5において、重み関数 $W_i$ が相当塑性ひずみ増分の増加に対して一定で、累積相当塑性ひずみの増加に対しては直線的に減少する関数を用いた場合の推定精度を検討した。その結果、応力-ひずみ関係に現れる誤差は、測定によって求められた重み関数を用いた場合に対して5%程度であることが数値計算例からわかった。また、重み関数 $W_i$ は基本曲面サイズ関数測定から決定することは必ずしも容易ではない。しかし、4.6で示したように、基本曲面サイズ関数の数を増やすことによって推定精度はかなり上昇するので、基本測定の結果から重み関数を決定することが容易でない場合には、累積の増加に対して直線的に減少する重み関数を用いても、必ずしも精度の低下には直接つながらない。

したがって、本節での課題は、基本曲面サイズ関数のうちで $\kappa_{11}$ のみが既知である鋼材Bのその他の基本曲面サイズ関数 $\kappa_{12}$ 、 $\kappa_{13}$ などをどのように決定するかということになる。

#### (1) 方法《その1》

はじめに、材料特性の相違が履歴応力-ひずみ関係にどの程度影響するかを検討した。そのために、鋼材Aの材料特性を用いて提案モデルによって履歴応力-ひずみ関係を計算し、その結果を鋼材Bによる繰返し試験で測定されたそれと比較した。Fig.4.7.2にその結果を示す。図中には式(4.4.2)で定義した推定誤差量 $\gamma_{11}$ も示した。いずれの例においても、計算によって求められた応力は測定値に対して小さめに計算されており、 $\gamma_{11}$ は7%から11%であった。異なる材料の材料特性を用いて推定された結果であるから、4.5あるいは4.6で示した推定結果より、誤差は大きいのは当然の結果と言える。しかし、この誤差が大きいと見なすか否かは、要求される精度がどの程度のものであることという点に依存することに注意する必要がある。

#### (2) 方法《その2》

Fig.4.7.3は、著者らが基本測定の結果から材料特性を決定した鋼材について、基本曲面サイズ関数の相互の関係を示している。縦軸は $\kappa_{12}/\kappa_{11}$ および $\kappa_{13}/\kappa_{11}$ を、横軸は相当塑性ひずみ増分 $\bar{\epsilon}_p$ を示している。 $\kappa_{12}/\kappa_{11} - \bar{\epsilon}_p$ 関係は何れの鋼種についてもほぼ同様の傾向を示している。また、 $\kappa_{13}/\kappa_{11} - \bar{\epsilon}_p$ 関係については、高張力鋼HT70では $\kappa_{12}/\kappa_{11} - \bar{\epsilon}_p$ 関係と同様の傾向となったのに対して、軟鋼であるSM41Aでは曲面サイズの膨張により $\kappa_{12}/\kappa_{11}$ よりかなり大きくなっている。

これらの結果は、 $\kappa_{11}$ によって $\kappa_{12}$ および $\kappa_{13}$ を基準化できる可能性を示している。そこで、次式によって鋼材Bの $\kappa_{12}$ および $\kappa_{13}$ を評価した。

$$\kappa_{B+1,E}(\bar{\epsilon}_p) = \kappa_{B+1,A}(\bar{\epsilon}_p) \times \frac{\kappa_{12}(\bar{\epsilon}_p)}{\kappa_{11}(\bar{\epsilon}_p)} \quad (4.7.1)$$

$$\kappa_{B+2,E}(\bar{\epsilon}_p) = \kappa_{B+2,A}(\bar{\epsilon}_p) \times \frac{\kappa_{13}(\bar{\epsilon}_p)}{\kappa_{11}(\bar{\epsilon}_p)} \quad (4.7.2)$$

これらの式は、各  $\varepsilon_1$  の値における  $\kappa_{11}$  によって  $\kappa_{11}$  および  $\kappa_{12}$  が基準化することを示している。鋼材Bの  $\kappa_{11}$  と上式によって求められた  $\kappa_{11}$  および  $\kappa_{12}$  を用いて Fig.4.7.2 と同じひずみ径路についての計算を行った。その結果を測定結果と比較して Fig.4.7.4 に示す。式(4.7.1)および式(4.7.2)によって計算した  $\kappa_{11}$  および  $\kappa_{12}$  を用いたにもかかわらず、履歴応力-ひずみ関係は測定結果とはよく一致せず、 $\gamma_{11}$  の値も約10%であった。この値は Fig.4.7.2 の計算結果のそれよりむしろ大きく、推定精度は良好ではない。特に、除荷後の再降伏がかなり早く起きていることが顕著な特徴であり、その影響で応力値は全体的に小さく計算された。式(4.7.1)および式(4.7.2)によって  $\kappa_{11}$  及び  $\kappa_{12}$  を評価した場合、鋼材Bのように降伏比の小さい鋼材では、 $\varepsilon_1$  の小さいひずみ範囲では  $\varepsilon_1$  の大きいひずみ範囲に比べて相対的に  $\kappa_{11}$  や  $\kappa_{12}$  の値が小さく評価されることになる。このことから、ここで示した方法は、降伏比がほぼ等しい鋼材の推定に対して有効であろうことが推察される。

### (3) 方法《その3》

$\kappa_{11}$  および  $\kappa_{12}$  の関数形状は次式によって表されると仮定した。

$$\kappa_{11}(\varepsilon_1) = \kappa_{11}(\varepsilon_1) \times C \quad (4.7.3)$$

$$\kappa_{12}(\varepsilon_1) = \kappa_{12}(\varepsilon_1) \times C \quad (4.7.4)$$

ここで、 $C$  は定数であり、引張試験によって得られる応力-ひずみ曲線のひずみ硬化がかなり進行した領域での両鋼材の応力の比率である。具体的には塑性ひずみが6%になったときの  $\kappa_{11}/\kappa_{12}$  の値を定数  $C$  として採用した。

Fig.4.7.5は、このようにして求められた  $\kappa_{11}$  および  $\kappa_{12}$  を用いて Fig.4.7.2 および Fig.4.7.4 の場合と同じひずみ径路における応力-ひずみ関係を数値計算によって推定した。対応する測定結果との比較により、推定精度が向上していることが明かであり、誤差量  $\gamma_{11}$  も数%以下である。この結果から、対象とする鋼材の引張試験の結果が分かれば、たかだか数%の誤差を含むのみで単軸履歴応力-ひずみ関係を推定できる可能性が示された。

たとえ同じ鋼種であっても、本節で示した例に見られるように、塑性挙動はかなり異なる場合が少なくない。したがって、著者の立場は、提案したモデルを用いる場合には、あくまで3章で提案した方法によって材料特性を決定することを原則としている。その意味から、ここで示した方法は、履歴応力-ひずみ関係を推定する必要が生じた場合に、提案するモデルに導入された材料特性が求められない場合の次善の策としての意味をもつものである。一方、すでに建設された構造物の挙動を推定するにあたって、その構造物に用いられた材料と同じロットの材料を用いて材料特性を求めることは不可能である。このような場合には、本法は現在では最も精度の高い推定方法であると言えるものと信ずる。

## 第5章 圧延鋼はりの履歴曲げモーメント ー曲率関係の推定

### 5.1 はじめに

4章で述べたように、本論文で提案した繰返し塑性モデルを用いれば、単軸応力下での軟鋼および高張力鋼の静的な履歴応力ーひずみ関係を精度良く推定することができる。本モデルは、古典的な弾塑性理論に基づいているので、有限要素弾塑性解析のための既存の解析システムに容易に組み込むことが可能である。本来、このようなモデルを作ることは、構造物が複雑な荷重を受けた場合の応答をより正確に求めるためである。したがって、前章までに述べた単に材料の応答を推定することが主たる目的ではない。そこで、本章では提案した繰返し塑性モデルの構造問題への適用例として、圧延鋼はりの弾塑性履歴曲げモーメントー曲率関係を同モデルを用いて推定する。

そのために、まず、提案モデルを単軸応力状態に単純化して、それを部材断面の各部でのひずみ履歴の影響を評価できる接線剛性法<sup>5.1.1)</sup>に組み込み、それを用いて弾塑性履歴曲げモーメントー曲率関係を計算するとともに、単純な構成モデルの例としてよく用いられるバイリニア型の応力ーひずみ関係や Petersson-Popovモデル<sup>5.1.2) 5.1.3)</sup>を用いて同様の数値計算を実施する。この際必要となる材料特性は実測により求める。そして、数値計算とは独立に実施された載荷試験によって測定されるそれらの関係と数値計算によって求められた結果を比較して、解析方法の妥当性を示す。

接線剛性法に現実的な応力ーひずみ関係を導入することによって、圧延鋼はりの弾塑性履歴曲げモーメントー曲率関係を精度良く推定できることが上記の検討で示される。しかし、この方法は精度良く断面挙動を推定できる反面、演算時間が長くなり複雑な骨組構造の解析にこれを直接用いることは好ましくない場合が考えられる。本章の最後において、断面の基本的な特性のみを接線剛性法を用いて求めておき、その断面特性を用いて履歴曲げモーメントー曲率を精度良くしかも簡単に求める方法<sup>5.1.4)</sup>を示す。

### 5.2 試験体および試験機

#### (1) 試験体の製作

試験体は材質SS41の熱間圧延構造用H型鋼H-125×125×6.5×9から切り出された被試験部と、267.4φ×7の載荷用アームからなる。被試験部の材料のミルシートによる機械的性質と化学成分をTable.5.2.1に示す。被試験部および載荷用アームの形状および寸法はFig.5.2.1に示す通りである。これらの写真をFig.5.2.2に示す。

#### 1 被試験部

鋼はりが部分的に降伏するような非常に厳しい曲げモーメントを与えて曲げモーメントー曲率関係を測定することが本実験の主目的である。したがって、そのよう

な大きな曲げ応力が発生しても局部座屈が起こらないように被試験部のフランジおよびウェブは、道路橋示方書<sup>5-9)</sup>に規定された局部座屈を考慮する必要のない板厚および寸法になるよう配慮して、被試験部の形状・寸法を決定した。

本試験の目的が、部材としての挙動でなく、断面としての挙動を測定することであるから、被試験部はなるべく短いことが望ましい。一方、載荷用アームと被試験部を連結するための端板を被試験部の両端に溶接するので、その影響が測定断面に及ばないことが望ましい。本研究ではこれらのことを考慮して、被試験部の長さを桁高のおよそ4倍とした<sup>5-9)</sup>。

### ② 載荷用アーム

試験機の構造上の制約から試験体の全スパンを2600mm以下にはできない。載荷用アームは、短い被試験部に曲げモーメントを作用させるための治具であり、複数回の試験に繰り返し使用することが可能なように設計した。このため、被試験部に所定の曲げモーメントを加えた場合にも載荷用アームが弾性的な挙動をするようにその断面を選んだ。

### ③ 被試験部と載荷用アームの連結

被試験部と載荷用アームとの連結のための高力ボルトを配置するために、被試験部の両端には板厚32mmの鋼板を端板として溶接によって取り付けた。ここには最大曲げモーメントが生じるため、全断面溶け込みグループ溶接とし、さらにその上に余盛りを施した。載荷用アームと被試験部との連結部および支点部にも同様の鋼板を溶接によって取り付けた。前者については、安全のため、被試験部両端と同様の全断面溶け込みグループ溶接とし、余盛りを施した。後者にはせん断力のみが作用することからすみ肉溶接とした。

被試験部と載荷用アームは高力ボルトによって連結した。この連結はボルトに引張力が作用するいわゆる引張接合となる。そこで、高力ボルトには降伏軸力の75%の軸力を導入することとし、ボルト一本に加わる引張力がこれを越えないようにボルトを配置した。なお、連結部で全断面が面タッチとなり力の伝達が滑らかになるように、被試験部と載荷用アームの接触面には切削仕上げを施した。

## (2) 試験機

用いた試験機は、最大容量±30tonf（静的な載荷では±45tonfまで可能）のサーボパルサ型万能疲労試験機（鳥津製作所製）である。Fig.5.2.3に示す載荷フレームおよびアクチュエータについては、3章および4章で示した実測結果を得るための試験で用いたものと同規格のものである。

両振り曲げ載荷試験を実施するため、支点には正負の鉛直反力が生じる。そこで、曲げ載荷試験用の反力支点2基をコンクリート床にアンカーボルトで固定し、載荷用支点1基をアクチュエータに取り付けた。これらの設置状況をFig.5.2.4に示す。

Fig.5.2.5に反力支点の写真を示す。また、試験体固定部の構造をFig.5.2.7に示す。この支点は、構造的には、はり部材の支点上での水平方向変位および回転変位を拘束しないことが可能な構造となっている。また、試験体を上下から挟み込んで固定することから、正負の鉛直反力を面で支持する。載荷試験に際しては、一端可

動、他端ピン支持となるようにした。

正負の鉛直荷重を試験体に与えるために、両振り載荷用フレームをアクチュエータの下部に取り付けた。Fig.5.2.6にその写真を示す。また、Fig.5.2.7にその構造を示す。支点と同様、載荷用フレームの場合も、上下から挟み込んで固定する構造となっており、また、固定部における試験体の回転を拘束しない構造となっている。

### 5.3 鋼部材の曲率の測定方法

本節においては、5.2で示したH型钢はり試験体が比較的大きな曲げ変形を受ける場合の曲率の測定方法を示す。曲率の測定については利用できる検出器の種類も数多くあり、検出器の種類によっては、試験体への設定方法が適切でないと正確に曲率を測定できない可能性もあると思われる。そこで、種々の検出器を用いたときの曲率の測定結果を比較しながら、本研究の目的に最も適した検出器とその設置方法を確認することを目的とした載荷試験を実施し、種々の検出器によって検出された変形量を用いて曲率を測定した。そして、それらの結果から妥当な曲率の測定方法を決定した。

#### (1) 検出器

用いた検出器は以下の4種類である。

##### ① 塑性域用ひずみゲージ

製品名:YFLA-5 (東京測器研究所製)  
ゲージ長5mm, ゲージ幅1.9mm,

##### ② 塑性域用ひずみゲージ

製品名:YL-10 (東京測器研究所製)  
ゲージ長10mm, ゲージ幅3mm,

##### ③ パイ型変位計:PI-5-100 (東京測器研究所製)

ゲージ長100mm, 感度約1000  $\mu$ /mm, 測定可能範囲 $\pm 5$ mm,  
非直線性1%R0

##### ④ 高感度型変位計:CDP-25 (東京測器研究所製)

感度約500  $\mu$ /mm, 測定可能範囲25mm, 非直線性0.1%R0,  
測定力500gf

#### (2) 各検出器による変形量の検出と曲率の算定

##### ① 塑性域用ひずみゲージ

Fig.5.3.1に示す被試験部の3つの断面に各々20枚ずつのひずみゲージをに示す位置に貼付した。被試験部の3断面にひずみゲージを貼付した目的は、被試験部の曲率が一樣であることを確認すること、およびデータの信頼性を向上させるためである。上下フランジの各5枚、ウェブの表裏2枚のひずみゲージによって測定されたひずみ値を平均して、各位置でのひずみ値とした。そして、これらの7点でのひずみが桁高方向に直線分布するものとして、最小二乗法により曲率を計算した。

後に述べるように、本節ではまず弾性範囲における載荷試験を行い、各種の検出器で曲率を測定する。塑性域用ひずみゲージは比較的大きなひずみの範囲を測定するのに適しており、弾性範囲を越えないひずみの測定に対しては精度がやや落ちると言われている。そこで、Fig.5.3.2(a)に示すように引張試験片に各2枚ずつの塑性域用ひずみゲージと弾性域用ひずみゲージを貼付し、引張試験を実施して各々によって検出されるひずみ値を測定した。用いたひずみゲージの諸元を以下に示す。

塑性域用ひずみゲージ YFLA-5

(東京測器研究所製、本章(3)参照)

ゲージ長 5mm                      ゲージ幅 1.9mm

弾性域用ひずみゲージ FLA-5-11 (東京測器研究所製)

ゲージ長 5mm                      ゲージ幅 1.5mm

用いた試験機はアムスラー型の100ton万能試験機(東京衡機製, Fig.5.3.2(b)参照)であり、測定器は静ひずみ測定器TDS-301(東京測器研究所製、本節(3)参照)を用いた。

試験結果をFig.5.3.2(c)に示す。5回の載荷試験の測定結果はいずれの場合も弾性域用ひずみゲージの方がひずみが大きい、計算されたヤング率の比は1.01, 1.02, 1.02, 1.01, 1.02であり、その差は1%~2%と小さいことが分かった。

## 2 パイ型変位計

Fig.5.3.3 にパイ型変位計の構造と外観を示す。これは、標点間距離が伸縮することによる中央部の円形部分の曲げ変形によって、伸縮量を求めるものである。

使用に先立って、変位計のキャリブレーションを行った。キャリブレーションは塑性域用ひずみゲージを用いて行った。Fig.5.3.4(a)に示すようにパイ型変位計と塑性域用ひずみゲージを接着した試験片を引張り、パイ型変位計によって検出された変位をゲージ長で除した値を平均的なひずみとし、これと塑性域用ひずみゲージによって検出されたひずみを比較した。

用いたひずみゲージは前項と同様にYFLA-5である。パイ型変位計はボルトナットを用いてエポキシ系の接着剤で試験片面に接着した。試験機および測定器としては前項と同様にアムスラー型の100ton万能試験機と静ひずみ測定器TDS-301を用いた。

測定結果を荷重とひずみの関係でFig.5.3.4(b)に示す。また、Fig.5.3.4(c)はパイ型変位計によって測定された平均的なひずみを縦軸に、塑性域用ひずみゲージによって測定されたひずみを横軸にとって示したものである。弾性域における両者の相違は約2%である。Fig.5.3.2に示した弾性域用ひずみゲージによって測定されるひずみと塑性域用ひずみゲージによって測定されるひずみとの差を考慮すれば、この相違は無視できるものと考えられる。また、塑性域を含めた測定範囲における両者の相違は約5%とやや大きくなったが、その原因はゲージ長が100mmおよび5mmと非常に異なることから、塑性の進展の不均一にあるものと考えるのが妥当である。これらのことから、パイ型変位計の装着方法をFig.5.3.4(a)に示した方法あるいはそれに準じた方法を用い、引張あるいは圧縮変形のみが生ずるような変形の測定に対しては、パイ型変位計が有効であることが確認された。

はり試験体の曲率を測定するために、被試験部の長手方向の中央部のウェブにFi

g.5.3.5(a)に示すように2個のパイ型変位計を設置した。変位計の被試験部への装着方法は、Fig.5.3.5(b)に示す通りである。

この種の変位計は、通常両端をボルトナットで固定して用い、そのキャリブレーションはFig.5.3.5(c)に示すように純引張圧縮変形に対してなされている。本測定の場合、変位計の両端を完全に固定すると、変位計の設置された面外に試験体が曲げ変形するために、Fig.5.3.5(d)に示すように変位計にキャリブレーションの際と異なる変形を生じてしまい、正確な測定が困難となる。この問題を解決するための方法がFig.5.3.5(b)に詳細を示した方法である。

すなわち、パイ型変位計の両端にワッシャーとナットを交互に瞬間接着剤で固着する。複数のナットを使用してボルトとナットの接する面積を増やし、それらの間の隙間によるガタを少なくするよう配慮した。続いて、ボルトをナットに挿入した。このとき、ボルトとナットは完全に締め付けない。こうすることによって、被試験部が曲げ変形する場合に、ボルトナット部から変位計本体には曲げモーメントが伝わらない。また、変位計の両端にはナットが接着されているので、変位計の両端ではたわみ角が生じない。したがって、変位計の両端部での固定状態はFig.5.3.4(a)に示したキャリブレーションのときとほぼ等しくなる。このようにして、両端にボルトナットが装着された変位計を、エポキシ系の高強度接着剤で被試験部のウェブに固着した。

このようにして設置された2つのパイ型変位計によって測定されたウェブでの伸び変形量 $\Delta_1$ および $\Delta_2$ および Fig.5.3.6に示した諸量を用いて、次式によって曲率を計算した。

$$\phi_p = \frac{\Delta_1 / L_1 - \Delta_2 / L_2}{(d_1 + d_2) / 2} \quad (5.3.1)$$

この場合のゲージ長は、約100mmである。

### 3 高感度型変位計

Fig.5.3.7に使用した高感度型変位計を示す。

Fig.5.3.8 に示すように配置された4本の高感度型変位計によって、被試験部の両端に溶接で取り付けられた鋼板の間の変位を2つの位置で測定した。まず、細いアルミ製のパイプの両端に2つの変位計の胴の部分固定した。このようにして2点間の相対的な変位を測定できるようにセットされた変位計を、被試験部の両端の鋼板に取り付けられた治具の上に設置した。被試験部が曲げ変形した場合にアルミパイプと治具が一点で接するように、これらには細い鉄線をはさんだ。また、測定位置は可能なかぎりフランジに近い位置とした。

このように設置された4つの高感度型変位計によって測定された、被試験部の両端の厚板の横方向変位量 $\delta_1 \sim \delta_4$ などを用いて、次式によって曲率を計算した。

$$\phi_p = \frac{\frac{\delta_1 + \delta_2}{L_1} - \frac{\delta_3 + \delta_4}{L_2}}{\frac{d_1 + d_2}{2}} \quad (5.3.2)$$

この場合のゲージ長は被試験部のほぼ全長に相当し、その値は約500mmである。

### (3) 載荷方法および測定方法

各検出器によって検出された変形量は静ひずみ測定器によって測定され、インターフェースを介してリアルタイムでデータ集録用の電子計算機に集録した。用いた測定器は以下の通りである。各測定器の外観を Fig.5.3.9に示す。

マイクロコンピュータシステム一式 (TEAC社製)

本体	PS9000 systemH1500 (主記憶容量1.5MByte)
バスエキスパンダ	PS-9022H (3.5inchマイクロディスク, ハードディスク付)
カセットストリーマ	PS-9200S
XYプロッタ	7475A
ドットプリンタ	82906A
GP I B インタフェイス	

静ひずみ測定器 TDS-301 (東京測器研究所製)

測定範囲	$\pm 400000 \times 10^{-4}$
切替速度	0.08秒/点
精度	$\pm$ (表示値の0.05%+1 Digit)

多点切替器 ASW-50A 2基 (東京測器研究所製)

曲げ載荷試験にはサーボパルス型万能疲労試験機を用いた。本試験機の制御方法としては、制御系をマニュアルで直接設定する方法と、制御用の電子計算機からの指令による方式が選択できる。ここでは、静ひずみ測定器を用いて測定することから、マニュアルによる荷重制御によって載荷を制御し、測定時には載荷荷重を一定に保った。載荷範囲は、被試験部のフランジ部が降伏すると予想される曲げモーメントの約 30%を最大曲げモーメントとした。

### (4) 測定結果

Table.5.3.1 に試験結果をまとめて示す。なお、以下においては次のような記号で各測定値を示す。

$\phi_{\sigma}$  : 塑性域用ひずみゲージによって測定されたひずみ分布から算出された曲率 (添字  $\sigma$  は測定断面を示し、これがない場合は平均値を示す)

$\phi_{\pi}$  : パイ型変位計によって測定された変形量から算出された曲率

$\phi_{\delta}$  : 高感度型変位計によって測定された変形量から算出された曲率

弾性範囲における荷重と曲率の関係が Fig.5.3.10に示すようにほぼ線形であって、残留変形も残らないことから、試験結果は各検出器によって検出された各変形量から求められた結果は弾性範囲における曲げ剛性  $dM/d\phi$  の値で示した。測定結果および実験中の観察によれば、この載荷範囲では荷重の増加に対して曲率はほとんど比例的に増加しており、また、被試験部の一部に降伏が生じることはなかった。

## (5) 考察

### ① 被試験部の各断面での曲率の相違

曲げ載荷試験体は2点載荷の単純はりであるから、被試験部では曲げモーメントは一定となり、したがって曲率も一定となるはずである。しかしながら、被試験部の設置方法や被試験部の製作状態などによって必ずしも曲率一定とはならない可能性がある。そのような危惧があるにもかかわらず、被試験部における3断面で測定されたひずみ値を用いて計算された曲げ剛性の差は6%程度の場合が1例あるのみで、他の6例においては各断面に対して計算された曲げ剛性の差は3%以内である。したがって、載荷試験における各種の不確定性を考慮すれば、被試験部の曲率がほぼ同様であるとみなして差し支えないものと思われる。この結果は、試験の実施がほぼ妥当なものであることを示すと共に、ひずみゲージよりゲージ長の長い測定器を用いた曲率の測定が妥当である可能性がこれによって確認されたことを示すものである。

### ② パイ型変位計による測定

パイ型変位計によって測定された曲率から計算された曲げ剛性と、ひずみゲージによって測定された曲率を用いて計算されたそれとの差は3%程度であった。したがって、少なくとも弾性の範囲においてはどちらの検出器によって測定された変形量を用いても、ほぼ等しい曲率が計算されることが確認された。

### ③ 高感度型変位計による測定

高感度型変位計によって測定された曲率は、ひずみゲージやパイ型変位計によって測定されたそれに比べて、20%~30%も大きい。

曲率の測定方法を決定するために行った弾性範囲における載荷試験によって測定された曲率について検討した結果、以下のことが分かった。

① 曲率は被試験部においてほぼ一定と見なすことができる。

② パイ型変位計によって測定される曲率はひずみゲージによって測定されるそれとほぼ等しい。

③ 高感度型変位計によって精度良い曲率の測定はできない。

## (6) 塑性域での測定結果による検討

塑性域における複雑な交番曲げをうける被試験部の曲率を測定した結果を示す。Fig.5.3.11は、縦軸には $\phi_{\pi}$ および $\phi_{\pi}$ を、横軸には $\phi_{\pi}$ をとっている。図中にはこれらの図における両者の関係を直線とみなして最小2乗法によって算出した勾配も併せて示した。また、Fig.5.3.12は各断面での曲げモーメントと曲率の関係を示している。これらの結果より、ひずみゲージによる測定においては、変形が不安定である初期降伏時に生じる曲率に、差が生じているが、それ以後のひずみ硬化する変形では、各断面での曲率の変化はほぼ同様であることが分かる。

Fig.5.3.13は、同じ実験においてパイ型変位計によって測定された曲率 $\phi_{\pi}$ を縦軸に、塑性域用ひずみゲージによって測定された曲率の平均値 $\phi_{\pi}$ を横軸にとりて両者の関係を示したものである。図中には同じく両者の関係を直線とみなして最小2乗法によって算出した勾配も併せて示した。また、Fig.5.3.14は曲げモーメン

トMと曲率 $\phi$ の関係をM- $\phi$ 関係と比較して示している。弾性域での測定と同様に、弾塑性域においても $\phi_{\pi}$ と $\phi_{\pi}$ はかなり近い値であり、両者が互いの測定精度をある程度保証する結果となった。

Fig.5.3.15は、同じ実験において高感度型変位計によって測定された曲率 $\phi_{\pi}$ を縦軸に、塑性域用ひずみゲージによって測定された曲率の平均値 $\phi_{\pi}$ を横軸にとつて両者の関係を示したものである。図中には同じく両者の関係を直線とみなして最小2乗法によって算出した勾配も併せて示した。また、Fig.5.3.16は曲げモーメントMと曲率 $\phi_{\pi}$ の関係をM- $\phi_{\pi}$ 関係と比較して示している。前述のように、弾性域での測定では、高感度型変位計で測定される曲率 $\phi_{\pi}$ は、 $\phi_{\pi}$ および $\phi_{\pi}$ に比較して20%~30%大きい値となった。しかし、ここで示したような比較的大きな曲率の測定ではその差は小さくなく、Fig.5.3.15に示した図の勾配はほぼ1.0であった。この相違が何によるものかは明らかではない。しかし、原因の一つとしては高感度型変位計で測定されたものが、被試験部の両端に連結された厚板の間の相対変位であって、ゲージ長がひずみゲージのその約50倍とかなり大きいことがあげられる。また、被試験部の両端の厚板の影響が変形の小さい範囲では大きく、変形が大きくなるとその影響が相対的に小さくなることも考えられる。

#### 5.4 弾塑性履歴曲げモーメント-曲率関係の測定

##### (1) 載荷方法

載荷方法は、被試験部で曲げモーメントが一定となる純曲げ状態となるようにFig.5.4.1に示す2点載荷とした。

また、載荷速度は上下フランジでのひずみ速度が約0.0001mm/mm/secとなるように、試験制御用ミニコンピュータ(3.2参照)によって載荷速度を制御した。載荷速度制御用のひずみは、被試験部中央の上下フランジに1枚ずつ貼付した塑性域用ひずみゲージによって検出した。ここで設定したひずみ速度は、5.5で示す材料特性を求めめるための材料試験におけるひずみ速度と同一である。ただし、試験体の断面にはひずみ勾配があるため、断面内ではひずみ速度が一樣にはならない。しかし、ひずみ速度はかなり遅く、この程度のひずみ速度までの範囲では、応力-ひずみ関係に対するひずみ速度の影響は大きくない。したがって、被試験部から切り出された小型試験片を用いた素材試験から得られる材料特性は、被試験部を構成している材料の載荷試験時の材料特性と見なすことができる。

Fig.5.4.2に試験の実施状況を示す。

##### (2) 測定方法

用いた検出器は前節において示した以下の3種類である。

###### 1 塑性域用ひずみゲージ

製品名:YL-10 (東京測器研究所製)

ゲージ長10mm, ゲージ幅3mm,

###### 2 パイ型変位計:PI-5-100 (東京測器研究所製)

ゲージ長100mm, 感度約1000  $\mu$ /mm, 測定可能範囲 $\pm 5$ mm,  
非直線性1%R0

③ 高感度型変位計:CDP-25 (東京測器研究所製)

感度約500  $\mu$ /mm, 測定可能範囲25mm, 非直線性0.1%R0,  
測定力500gf

各検出器による変形の検出方法と、その結果から曲率を算定する方法は前節で述べた方法を用いた。

① 塑性域用ひずみゲージ

Fig.5.4.3(a)に示す試験体の3つの断面に各々8枚ずつのひずみゲージをFig.5.4.3(b)に示す位置に貼付した。上下フランジの各2枚およびウェブのひずみゲージによって測定されたひずみ値を平均して、これらを各位置でのひずみ値とした。そして、これら6点でのひずみが桁高方向に直線分布するものとして、最小二乗法により曲率を計算した。

② パイ型変位計

Fig.5.3.5に示したように設置された2つのパイ型変位計によって測定されたウェブでの伸び変形量 $\Delta_1$ および $\Delta_2$ および Fig.5.3.6に示した諸量を用いて、式(5.3.1)によって曲率を計算した。

③ 高感度型変位計

Fig.5.3.8に示したように設置された4つの高感度型変位計によって測定された、試験体の両端の厚板の横方向変位量を用いて、式(5.3.2)によって曲率を計算した。

荷重は試験機に付属したロードセルによって検出した。

各検出器によって検出された変形量は動ひずみ測定器によって測定され、A/Dコンバータを介してリアルタイムでデータ集録用の電子計算機に集録した。荷重については接続コードが長いため、ノイズを除去するためにローパスフィルタをA/Dコンバータの直前に設置した。用いた測定器は以下の通りである。

マイクロコンピュータシステム一式 (TEAC社製)

[構成] 本体 PS9000 systemH1500  
(主記憶容量1.5MByte)

バスエキスパンダPS-9022H  
(3.5inchマイクロディスク、ハードディスク付)

A/DコンバータPS-9030  
(最大32ch, サンプルレタ最大周波数40kHz)

X Yプロッタ 7550A

ドットプリンタ 82906A

動ひずみ測定器 DPM-611B (共和電業製)

応答周波数範囲 0~2.5kHz

非直線性  $\pm 0.1\%$ FG

S/N比 最大出力に対して

100 $\times 10^{-6}$ レンジで46dB

100 $\times 10^{-6}$ 以外のレンジで52dB

零点変動	$\pm 0.1 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ $\pm 0.5 \times 10^{-6} / 24\text{h}$ $\pm 0.05\% \text{FS} / \text{電源電圧} \pm 10\% \text{変化}$
感度変化	$\pm 0.05\% / ^\circ\text{C}$ $\pm 0.3\% / 24\text{h}$ $\pm 0.05\% \text{FS} / \text{電源電圧} \pm 10\% \text{変化}$

フィルター P-83 (エヌエフ回路ブロック社製)

各測定器の外観を Fig.5.4.4に示す。

## 5.5 試験体の材料特性と残留応力

2章で提案した繰返し塑性モデルによると、それに含まれる材料特性を3章で示した方法を用いて決定すれば、履歴引張圧縮応力-ひずみ関係が精度良く推定できることを4章で述べた。この提案モデルを接線剛性法に導入して、はり部材の履歴曲げモーメント-曲率関係を推定するので、対象となるはり部材の材料特性を求めなければならない。そこで、交番曲げ載荷試験に用いた試験体の被試験部と同じ工程で製作された部材のフランジおよびウェブから小型の試験片を切り出し、それを用いて必要な材料特性を決定するための材料試験を実施した。

被試験部は熱間圧延H鋼材で製作されたため、圧延工程において熱履歴を受けている。また、5.2で示したように被試験部の両端には端板として鋼板が溶接によって取り付けられている。主としてこれらの原因により、被試験部には、残留応力が発生していると考えられる。一般に、圧延によって生じる残留応力は溶接によって生じるそれより小さいが<sup>[11]</sup>、はりあるいははり-柱の曲げモーメント-曲率関係には顕著に影響することが知られている<sup>[12]</sup>。5.6で述べるように、接線剛性法では断面の各部に生じている残留応力の影響を数値計算に組み込むことができるので、被試験部の残留応力を測定することとした。

本節では、はじめに種々の残留応力測定法の特徴を検討した。その結果測定法として採用された孔あけ法によって測定する場合のいくつかの問題を実測結果を通じて示し、精度の良い測定を実施する方法を示すとともに、被試験部の残留応力の測定結果を示す。つぎに、被試験部からの小型試験片の製作の詳細を述べ、それを用いた材料試験の結果を示す。

### (1) 残留応力の測定方法

素材の材料試験を実施するために、試験部から試験片を切り出すのに先だって、試験体に発生していることが予想される残留応力を測定した。

#### a) 各種の測定方法

残留応力の測定方法は、以下のように機械的方法と物理的方法に大別される。

機械的方法：残留応力が発生している部分を分離あるいは分割して、残留応力の開放によって発生する変形を測定し、弾性論によって残留応力を推定する方法

物理的方法：結晶のX線回折現象や材料の磁気的な特性などの物理的性質を利用して残留応力を求める方法

機械的方法は非測定物に何らかの損傷を与えるので破壊的測定法といえることができ、また、これによって測定される残留応力は巨視的である。一方、物理的方法は非破壊的であり、これによって測定される残留応力には材料組織の不均質などの原因による微視的な残留応力も含まれる。

Table.5.5.1(次頁)に各種の残留応力測定法とその特徴をまとめて示す。構造物あるいは構造部材を対象とする場合、対象となる構造物あるいは部材の挙動に影響を与える残留応力が問題となるのであり、微視的な残留応力がたとえ高精度で測定されうるのもであっても、構造工学特に構造物の全体的挙動に注目する限り、それは有意義なことではない。その意味から、従来、構造工学の分野においては機械的方法によって残留応力が測定されてきた。本研究においても機械的方法によって残留応力を求める。

機械的方法のひとつである孔あけ法は、数mm以下の微小な孔を非測定箇所にあけ、これによる開放ひずみを測定して、弾性論によって残留応力を推定する方法である。この方法は、孔が非測定物に致命的な損傷を与えずに巨視的な残留応力が非常に容易に求められることから、近年非常に多用されるようになった。ASTMにおいても、この方法によって鋼板の残留応力を測定するよう提唱している。このような現状から、本研究においても残留応力の測定方法として、孔あけ法を採用した。

#### b) 孔あけ法による残留応力の測定

測定に用いた測定器等を以下に列挙し、その写真をFig.5.5.1に示す。

残留応力測定器

ミリングガイド RS-200 (米国Measurement groupe社製)

デジタルひずみ測定器 TDS-301 (東京測器研究所製, Fig.5.3.9参照)

電気ドリル (日立製作所製) および スライダック (東京理工舎製)、また、用いたひずみゲージの諸元を以下に示す。

製品名	3軸ひずみゲージ	FRA-1-11 (東京測器研究所製)
ゲージ長	1.0mm	
ゲージ幅	0.7mm	

残留応力の測定手順は以下の通りである。

- ① ひずみゲージが接着できる状態に、測定点の近傍の表面を研磨紙で磨く。
- ② 測定位置(すなわち穿孔位置)を囲んで3枚の3軸ひずみゲージをFig.5.5.2に示す配置で非測定物に貼付する(Fig.5.5.3(a)参照)。
- ③ 瞬間接着剤を用いて、穿孔位置がほぼ中心になるようにミリングガイドを固定する(Fig.5.5.3(b)参照)。
- ④ ミリングガイドに付属のマイクروسコープを用いて、ミリングガイドの中心を穿孔位置に正確にあわせる(Fig.5.5.3(c)参照)。
- ⑤ 深さゲージを用いて、穿孔深さを設定する(Fig.5.5.3(d)参照)。
- ⑥ ひずみ測定器を初期化したのち、ドリルを用いて穿孔を行う。このとき、スライダックを用いて穿孔速度を1~3回転/秒になるように調整する(Fig.5.5.3(e)参照)

Table.5.5.1 各種の残留応力の測定法の特徴

## (a) 機械的測定法の分類と測定方法

機械的方法	主な測定方法	開放範囲	開放ひずみ測定の仕方	測定上の仮定
層除去法		部分開放	逐次外層の除去を行うことにより鋼板に生じる曲率または、それによる開放ひずみを測定する。	
切抜き法	Siebel-Dfender法	完全開放	試料から細長い矩形部材を切抜いて取出し、これによって発生するこの部分の長さの変化を測定する。	板が、表面および内部に一樣な残留応力を有すること。
切込み法	Gunnart法	完全開放	試料表面に円形溝を切込みこれによる標点間距離の変化を測定する。	切込み溝によって孤立させられる領域の残留応力は一樣であること。
孔あけ法	Hather法	部分開放	孔周辺に標点を設定し、穿孔前後の標点間距離を測定する。	表面下の応力が測定範囲では一樣であること。
	Soete Vancromburge法	部分開放	孔周辺に抵抗線ひずみゲージを貼付し、孔あけに伴う材料表面のひずみの変化を測定する。	
	Kelsey法	部分開放	孔周辺に抵抗線ひずみゲージを貼付し、孔あけに伴う材料表面のひずみの変化を測定する。	表面下の残留応力が深さにつれて不均一に変化している場合に適用される。

## (b) 各種の測定方法の利点および欠点

測定法	利点	欠点
層除去法	・板厚方向の残留応力分布を求めることが可能である。	・表面を逐次除去するのが面倒である。 ・表面を一樣に除去するのが困難である。
切抜き法	・粗雑ではあるが、三次元（表面および板厚方向）の残留応力を考慮しなければならない部材にも利用できる。	・板厚が増すと不確かさが増す。 ・標点設置に伴う誤差の介入がある。 ・測定値が広範囲の平均応力になる。 ・被測定物を破壊する。
切込み法	・大がかりな測定器具を必要としない。	・測定に際して8個のポンチをうち、幅が2.5mmで外径が20mmの円形溝を掘る。この深さが応力に影響をおよぼす。 ・標点設置に伴う誤差の介入がある。 ・残留応力が大きく変化する範囲では正確な測定ができない。
孔あけ法	・切込み、切抜き法に比べて標点を設置する際の誤差の介入が少ない。 ・部分開放型の応力測定法であり、被測定物に対する破壊が少ないので、一つの測定物に対し多くの測点を設けることができる。	・穿孔に伴い見掛けの応力が生ずる。
X線測定法	・非破壊的に材料内の応力の種類の大きさ、方向などを知らることができる。	・X線の侵入深さが小さいため、材料の表層（0.02～0.1mm）の応力測定に限られる。また表面加工の際に、表面に凹凸があると、凸部では応力が開放される可能性があり、実際の応力状態を測定できない場合があるので、表面加工精度が要求される。 ・X線はある幅をもって材料に入射されるため、測定される応力値はその範囲内での平均値が得られる。したがって、応力勾配の大きい部分では測定精度が低下する。
光弾性破膜法	・測定精度は $10^{-3}$ ～ $10^{-6}$ であり、測定に際して破膜は湿度に鈍感であり、水・油・ベンジン中でも測定可能である。また、ひずみの測定範囲も大きく、温度に敏感であり、電気抵抗線ひずみ計に比べて適用範囲は広い。この方法は同方向よりの光線の入射で二方向の応力を決定し得る。	・ドリルによる摩擦熱の発生で、本来求めている光弾性縮模様を攪乱する場合がある。また、破膜の被測定物への接着が十分に行われなければならない。破膜は温度に対してかなり敏感であるため、測定時の温度は常に一定であることが望ましく、温度に対する注意が必要である。

「5.5.4」。

⑧穿孔後、開放ひずみ量をひずみ測定器を用いて測定する。

⑨孔径をマイクロスコープ内部に取り付けられた目盛りで読み取る。

⑩孔の中心からひずみゲージの中心までの距離をノギスで測定する。

このようにして測定された、3方向の開放ひずみ量、孔径、孔の中心からひずみゲージの中心までの距離を用いて、Fig.5.5.4に示す弾性的な均一な応力状態を仮定することによって次式から残留応力の主応力成分がヤング率Eとポアッソン比 $\nu$ を用いて計算される<sup>「5.5.1」</sup>。

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \frac{\varepsilon_{\theta}(A+C\cos 2\theta)+\varepsilon_{\phi}(A-B\cos 2\theta)}{2A(B+C)\cos 2\theta} \\ \sigma_{\phi} &= \frac{\varepsilon_{\theta}(-A+C\cos 2\theta)+\varepsilon_{\phi}(-A-B\cos 2\theta)}{2A(B+C)\cos 2\theta} \quad (5.5.1) \\ \tan(2\theta) &= \frac{(B+C)(\varepsilon_{\theta}-2\varepsilon_{\phi}+\varepsilon_{\phi})}{(B-C)(\varepsilon_{\theta}+\varepsilon_{\phi})} \\ r &= \frac{a}{R} \\ A &= -\frac{1+\nu}{2E} \left( \frac{1}{r^2} \right), \quad B = -\frac{1+\nu}{2E} \left\{ \frac{4}{1+\nu} \cdot \frac{1}{r} - \frac{3}{r^2} \right\}, \\ C &= \frac{1+\nu}{2E} \left\{ \left( \frac{4\nu}{1+\nu} \right) \frac{1}{r} - \frac{3}{r^2} \right\}\end{aligned}$$

### c)測定方法の妥当性

孔あけ法によって残留応力を測定する場合、以下の諸点によって測定結果が影響される可能性がある。

①孔の深さ

②孔あけ速度と孔あけからの経過時間

③孔あけ間隔

これらの項目が開放ひずみ量あるいはそれから推定される残留応力におよぼす影響を検討するため、予備測定を実施した。予備測定には試験体のフランジとほぼ同じ板厚の鋼板を用いた。用いた測定器は、

デジタルひずみ測定器 H-1021 (共和電業製, Fig.5.5.5参照)

ひずみゲージ

製品名 3軸ひずみゲージ FRS-2-11 (東京測器研究所製)

ゲージ長 2.0mm

ゲージ幅 2.0mm

である。

前述のように、本測定においては、文献<sup>「5.5」</sup>を参考にして孔の回りに貼付された3枚の3軸ひずみゲージで検出される開放ひずみ量をもちいて残留応力を算出する。予備試験においては、測定の簡便さから、ミリングガイドのメーカーが推奨す

る専用の3軸ひずみゲージ1枚を Fig.5.5.6に示すようにその中心が測定位置に一致するように貼付し、それによって検出される開放ひずみ量から次式を用いて残留応力を推定した<sup>5,6)</sup>。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\varepsilon_x(A+B\cos 2\theta) - \varepsilon_y(A-B\cos 2\theta)}{4AB\cos 2\theta} \\ \sigma_y &= \frac{\varepsilon_y(A+B\cos 2\theta) - \varepsilon_x(A-B\cos 2\theta)}{4AB\cos 2\theta}\end{aligned}\quad (5.5.2)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{\varepsilon_x - 2\varepsilon_z + \varepsilon_y}{\varepsilon_x + \varepsilon_y}$$

$$r = \frac{a}{R}$$

$$A = -\frac{1+\nu}{2E} \left( \frac{1}{r^2} \right), \quad B = -\frac{1+\nu}{2E} \left\{ \frac{4}{1+\nu} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right\},$$

この方法は、本測定で採用した文献<sup>5,6)</sup>の方法に比較して大きめの残留応力値を与える。しかし、1から3の残留応力への影響を検討するためには、残留応力値の相対的な変化が把握されればよいので、残留応力値の絶対的な大きさにある程度の誤差が内包されていても、ここでの検討で導かれる結果にほとんど問題はない。

開放ひずみ量から残留応力を推定する式(5.5.1)あるいは式(5.5.2)は一様応力を平板を円孔が貫通してた場合の弾性論による解である。しかし実際には、ある程度の深さまで孔をあければ、ひずみの開放はそれ以上進展しない。ミリングガイドの場合、規格ではその深さは孔の直径の1倍程度としている。この点を確認するために、0.1mm穿孔する毎に開放ひずみ量を測定した。Fig.5.5.7に孔あけ深さと推定残留応力との関係を示す。また、孔の深さが孔径と等しくなるまで孔があいたときの開放ひずみ量に対する、その孔深さにおける開放ひずみ量の比を百分率で表し、これを開放ひずみ率と定義した。Fig.5.5.8は開放ひずみ率と孔深さの関係を示したものである。これらの結果より孔直径の0.9~1.2倍まで孔が穿孔されて以後は開放ひずみ量あるいはそれから推定される残留応力の変化がなくなることが分かる。また、孔の直径はドリルの状態によって異なるため、実際の孔径は規格における径の1.2倍程度まで大きくなることもある。このことから、本測定においては、孔深さはドリル刃の規格における径の1.2倍とした。

孔あけ時には、穿孔による熱の発生を抑えるために、孔あけ速度を早くすることは好ましくない。しかし、いかに穿孔速度を遅くしても、穿孔による熱の発生を全く抑えることはできない。そこで、孔あけ後の経過時間によって開放ひずみ量に変化しないことを確認するために、孔あけ終了直後から10秒毎に5分間開放ひずみを測定した。この場合の穿孔速度は70~100回転/分とした。測定結果をFig.5.5.9に示す。何れの測定でも、経過時間によらず開放ひずみ量はほぼ一定であり、この程度の穿孔速度においては、孔あけからの経過時間は無視できる。

孔をあけることによって部分的に応力の開放を行う孔あけ法では、あけられた孔がその周辺での応力状態に影響を及ぼす。隣接した多数の位置において残留応力を測定する場合には、各測定点間に相互に影響を及ぼさないような測定位置の間隔を選ぶ必要がある。そこで、測点間隔として14mm、20mmおよび56mmの場合を選び、孔あけをした場合に隣接する測点に貼付されたひずみゲージによって開放ひずみが検出されるかを調べた。その結果をTable.5.5.3に示す。20mmおよび56mmの測点間隔の場合には隣接する測点においてはほとんど開放ひずみは検出されなかった。これに対して、測点間隔が14mmの場合には、開放によるひずみの変化が若干検出され、穿孔によって隣接する測点の測定に影響をおよぼす可能性が確認された。しかしこの場合にも穿孔の影響によって検出されるひずみは穿孔位置での開放ひずみ量のたかだか2%程度であり、問題となるような影響ではない。

## (2) 被試験部の残留応力の測定結果および考察

以上の検討の結果、孔あけ法によって残留応力を測定する場合、以下の測定条件下において正確な測定ができることが示された。

- ① 孔あけ深さは、孔の直径の1.2倍とする。
- ② 孔あけ速度は、ドリルの回転速度が70～100回転/分となるようにする。
- ③ 測定点間の距離は14mm以上あける。

以上の条件を遵守して、試験体の被試験部における残留応力を測定した。

Fig.5.5.10に測定された位置を示す。測定点は、同一の試験体から材料試験に用いる試験片を切り出すことを配慮して決定した。フランジの一面では、幅方向の分布および試験体の長手方向にそれぞれ2測線を設定し、測定点は計18点とした。もう一方のフランジではフランジ幅方向にのみ2測線を設定し、測定点は10点とした。これら28点の測定点についてすべて3枚の3軸ゲージを用いて測定した。なお、ウェブについては測定装置であるミリングガイドを設置することが不可能であったため測定していない。

測定結果をまとめてTable.5.5.4、Table.5.5.5およびFig.5.5.11に示す。Fig.5.5.12には、過去に測定されたH型鋼の残留応力分布を示す。これらの結果をまとめれば、H型鋼の残留応力分布はほぼFig.5.5.13のような分布であるといえる。Fig.5.5.11に示した本測定によって得られたH型鋼のフランジでの残留応力分布は概ね過去の測定事例と矛盾なく、良好な測定がなされた。

## (3) 試験片の製作

材料特性を測定するために、試験体から24本（フランジから18本、ウェブから6本）のJIS5号試験片を切り出した。製作工程は以下の通りである。

- ① 載荷用アームとの連結および載荷のために試験体の端面に溶接したエンドプレートの一部を酸素溶断した。Fig.5.5.14(a)に溶断時の状況を示す。
- ② 切断機を用いて、エンドプレートの残りを溶接部と共に切断した(Fig.5.5.14(b)参照)。
- ③ Fig.5.5.15に示す試験片の採取位置に合わせて、切断機を用いて熱が発生しない

ように配慮しながら試験体を24の小部分に切断した (Fig.5.5.14(c)および(d)参照)。

①研削盤で側面を粗削りした後、フライス盤を用いてFig.5.5.16の形状に仕上げた。

ここで、酸素溶断時に試験片は熱履歴を受けている。しかし、もともと試験体を作成した時点で、試験部とエンドプレートが溶接により連結されており、試験片製作時の熱履歴の影響は無視できるものと考えた。後に示す試験結果からもこの熱履歴による材料特性の変化は顕著ではなかった。

本研究の主たる目的のひとつは、ここで得られる材料特性を用いてはり断面の特性を評価することにある。したがって、試験片を用いた試験によって得られる材料特性が試験体の断面の一部分の特性を表すものと仮定される。したがって、板厚方向に加工することは特性を正しく表現する方向の作業にはならなくなるので、試験片の表面仕上げは一切行わなかった。

#### (4) 単調引張載荷試験

製作した試験片のうち、フランジについて18本のうち9本、ウェブについて6本のうち4本を用いて、素材の基本的な特性を調べることを目的として単調引張載荷試験を実施した。用いた試験機はFig.5.5.17に示したオートグラフIS-50T (島津製作所製)である。

試験片の平行部における軸方向ひずみは、Fig.5.5.18に示すように貼付した4枚の塑性域用ひずみゲージにより検出した。使用したひずみゲージの諸元を以下に示す。

製品名	YL-5 (東京測器研究所製)
ゲージ長	5mm
ゲージ幅	3mm

荷重は、試験機に付属したロードセルによって検出した。ロードセルは試験開始の前にFig.5.5.19に示す検力器によってキャリブレーションした。その結果をFig.5.5.20に示す。

検出されたひずみおよび荷重は、デジタルひずみ測定器を用いて測定し、マイクロディスクレコーダを用いてフロッピィディスクに記録した。試験終了後、フロッピィディスクに記録されたデータをマイコンを用いて整理した。用いた測定器は以下の通りであり、デジタルひずみ測定器およびマイクロディスクレコーダの写真をFig.5.5.21に示す。

デジタルひずみ測定器 TDS-301 (東京測器研究所製、Fig.5.3.9(a))

マイクロディスクレコーダ RM-351 (東京測器研究所製)

データ集録用マイクロコンピュータ ー式

PS-9000 system H-1500 (TEAC製、Fig.5.3.9(b))

載荷速度は、試験機のクロスヘッドの上昇速度で制御した。設定した載荷速度は、ひずみが測定可能な範囲では0.5mm/min (試験片の平行部において0.0001mm/mm/secに相当)とし、その後破断までは1.0~2.0mm/minとした。

縦軸を公称応力、横軸をひずみゲージによって検出されたひずみとして、典型的

な応力-ひずみ曲線をFig.5.5.22に示す。また、得られた機械的性質をまとめてTable.5.5.6に示す。フランジおよびウェブでは、主に製造工程で受けた熱履歴および塑性加工の影響が異なることが原因して、かなり異なる応力-ひずみ関係となっている。これと同様の結果は他の研究<sup>[40]</sup>でも観察されており、必ずしも特異な測定結果ではない。

#### (5) 繰り返し塑性モデルの材料特性を決定する基本試験

提案した繰り返し塑性モデルに導入される材料特性を決定するためには、第3章で述べたように、引張圧縮試験の他に1回の除荷を含む引張圧縮試験を実施して、応力-ひずみ関係を測定しなければならない。試験片の板厚がフランジで約8mm、ウェブで約6mmと非常に薄いため、圧縮載荷試験は非常に難しいが、本研究の目的からこの材料特性を実際の材料から測定しておくことは不可欠である。

製作した試験片のうち、フランジについて9本、ウェブについて2本を用いて繰り返し塑性モデルにおける材料特性を求める試験を実施し、本論文の第3章で示した方法によって材料特性を決定した。

用いた試験機、測定方法等は3.2で示したものと同様である。なお、3章で用いた試験片は丸棒であったため、座屈防止用の補剛パイプを用いた。しかし、ここでは試験片が薄い板状試験片であるために、座屈を防止する治具を設置することが非常に難しいためこれを用いていない。

実施した試験の内容を以下に列挙する。

フランジ：	単調引張試験	2本
	単調圧縮試験	1本
	引張圧縮試験 ( $\epsilon_c = 0.36\%$ )	2本
	引張圧縮試験 ( $\epsilon_c = 0.86\%$ )	2本
	引張圧縮試験 ( $\epsilon_c = 1.70\%$ )	2本
ウェブ：	引張圧縮試験 ( $\epsilon_c = 0.32\%$ )	1本
	引張圧縮試験 ( $\epsilon_c = 0.82\%$ )	1本

ここで、引張圧縮試験における $\epsilon_c$ は、荷重が反転するときの塑性ひずみである。なお、フランジで $\epsilon_c = 1.70\%$ 、ウェブで $\epsilon_c = 0.82\%$ は単調引張試験におけるひずみ硬化開始時における塑性ひずみである。

Table.5.5.7に、試験によって得られた上降伏点、下降伏点およびそれらの比を示す。先に実施した引張試験の結果との明らかな相違は、本節(3)に示した試験結果では観察されなかった上降伏点が、本試験では得られた点にある。これは、(3)に示した試験では、載荷速度に比して測定時間間隔が長いために、現象がかなり急激に進行する上降伏点の出現とその後のひずみの進行に伴う下降伏点への応力の低下が測定できなかったものと考えられる。

Fig.5.5.23に実施した試験の結果を、下降伏点で無次元化した応力と塑性ひずみの関係で示す。

## 5.6 接線剛性法による履歴曲げモーメント-曲率関係の評価

素材の履歴応力-ひずみ関係から、曲げと軸力を受ける部材断面の履歴曲げモーメント曲率関係を接線剛性法 (Tangent Stiffness Approach) によって計算する。数値計算の際に導入された主な仮定を以下に列挙する。

- ① 応力は部材断面に直角方向の直応力のみとし、その他の応力成分は無視できる。
  - ② 断面の形状は不変である。
  - ③ 不安定現象は生じない。
  - ④ 材料の応力-ひずみ関係は提案モデルによって表現できる。
- また、断面各部の応力-ひずみ関係は必ずしも同一でない。
- ⑤ 初期残留応力が存在する。

### (1) 一般化応力と一般化ひずみの関係<sup>〔9〕</sup> および接線剛性マトリックス

2軸対称断面の主軸をそれぞれX, Y軸とする。断面内の任意点での部材軸方向の直ひずみを $\varepsilon$ とすると、一般化ひずみは次式によって表される。

$$\varepsilon = (\int \varepsilon dA) / A \quad (5.6.1)$$

$$\phi = (\int \partial \varepsilon / \partial y dA) / A \quad (5.6.2)$$

$$\phi_x = (\int \partial \varepsilon / \partial x dA) / A \quad (5.6.3)$$

$$\phi_{xy} = (\int \partial^2 \varepsilon / \partial x \partial y dA) / A \quad (5.6.4)$$

ここで、Aは断面積であり、ひずみ分布は次式のようにx, y座標に関する2次の多項式で表されたとする。

$$\varepsilon = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy \quad (5.6.5)$$

これを、式(5.6.1)~(5.6.4)に代入すれば、2軸対称断面に対して以下のように各係数が求められる。

$$a_0 = \varepsilon \quad (5.6.6)$$

$$a_1 = -\phi \quad (5.6.7)$$

$$a_2 = \phi \quad (5.6.8)$$

$$a_3 = \phi_{xy} \quad (5.6.9)$$

したがって、式(5.6.5)は以下のように表される。

$$\varepsilon = \varepsilon - \phi x + \phi y + \phi_{xy} xy \quad (5.6.10)$$

これを増分形式で表せば以下のようなになる。

$$d\varepsilon = d\varepsilon_x - d\phi_x \cdot x + d\phi_y \cdot y + d\phi_{xy} \cdot xy \quad (5.6.11)$$

ここで、断面各部での接線係数を $E_i$ とすれば、応力増分は以下のように表される。

$$d\sigma = E_i \cdot d\varepsilon \quad (5.6.12)$$

ここで、一般化応力増分は以下の式で定義できる。

$$\text{軸力} \quad dP = \int d\sigma \, dA \quad (5.6.13)$$

$$\text{X軸回りの曲げモーメント} \quad dM_x = \int d\sigma y \, dA \quad (5.6.14)$$

$$\text{Y軸回りの曲げモーメント} \quad dM_y = -\int d\sigma x \, dA \quad (5.6.15)$$

$$\text{そりモーメント} \quad dM_{xy} = \int d\sigma xy \, dA \quad (5.6.16)$$

これに、式(5.6.12)を代入すれば、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} dP &= d\varepsilon_x \int E_i \, dA + d\phi_x \int E_i \cdot y \, dA + d\phi_y \int E_i \cdot x \, dA + d\phi_{xy} \int E_i \cdot xy \, dA \\ dM_x &= d\varepsilon_x \int E_i y \, dA + d\phi_x \int E_i \cdot y^2 \, dA + d\phi_y \int E_i \cdot xy \, dA + d\phi_{xy} \int E_i \cdot xy^2 \, dA \\ dM_y &= d\varepsilon_x \int E_i x \, dA + d\phi_x \int E_i \cdot xy \, dA + d\phi_y \int E_i \cdot x^2 \, dA + d\phi_{xy} \int E_i \cdot x^2 y \, dA \\ dM_{xy} &= d\varepsilon_x \int E_i \cdot xy \, dA + d\phi_x \int E_i \cdot xy^2 \, dA + d\phi_y \int E_i \cdot x^2 y \, dA + d\phi_{xy} \int E_i \cdot x^2 y^2 \, dA \end{aligned} \quad (5.6.17) \sim (5.6.20)$$

これらの式をマトリックスで表示すれば以下のようなになる。

$$\{df\} = [K] \{d\phi\} \quad (5.6.21)$$

$$\text{ここで} \quad \{df\}^T = \{dP, dM_x, dM_y, dM_{xy}\} \quad (5.6.22)$$

$$\{d\phi\}^T = \{d\varepsilon_x, d\phi_x, d\phi_y, d\phi_{xy}\} \quad (5.6.23)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \int E_i \cdot dA & \int E_i \cdot y \, dA & \int E_i \cdot x \, dA & \int E_i \cdot xy \, dA \\ & \int E_i \cdot y^2 \, dA & \int E_i \cdot xy \, dA & \int E_i \cdot xy^2 \, dA \\ & & \int E_i \cdot x^2 \, dA & \int E_i \cdot x^2 y \, dA \\ \text{sym.} & & & \int E_i \cdot x^2 y^2 \, dA \end{bmatrix} \quad (5.6.24)$$

上式の「 $K$ 」を接線剛性として、非線形問題の解析手順を用いて、断面挙動を解析することができる。

## (2) 接線剛性の評価

式(5.6.24)で与えられる接線剛性マトリックスの各要素の数値を求めるには、断面の各部での接線係数 $E_i$ を用いて、断面に関して積分をする必要がある。本研究では、以下のような方法によって積分を実行した<sup>1)</sup>。

まず、断面を微小三角形要素に分割する。そして、  
『接線係数は要素内で線形変化する』

と仮定し、断面内の微小三角形部分に関する積分値を解析的に求める。しかる後、これを全断面にわたって総和することによって式(5.6.24)内の各積分値が求められる。Fig.5.6.1のような断面内の任意の三角形要素を考える。座標はそれぞれ $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ および $(x_3, y_3)$ であり、そこでの接線係数の値をそれぞれ $E_1$ ,  $E_2$ および $E_3$ とする。要素内で $E_1$ が線形に変化するとすれば、次式が成り立つ。

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & x_2-x_1 & x_3-x_1 \\ y-y_1 & y_2-y_1 & y_3-y_1 \\ E_1-E_1 & E_2-E_1 & E_3-E_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (5.6.25)$$

これを整理すると、次式が得られる。

$$E_1 = E_1 + A_2/A_1(x-x_1) + A_3/A_1(y-y_1) \quad (5.6.26)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ A_2 &= y_1 E_2 - y_2 E_1 \\ A_3 &= x_2 E_3 - x_3 E_1 \\ x_{21} &= x_2 - x_1, \quad x_{31} = x_3 - x_1 \\ y_{21} &= y_2 - y_1, \quad y_{31} = y_3 - y_1 \\ E_{21} &= E_2 - E_1, \quad E_{31} = E_3 - E_1 \end{aligned}$$

接線係数は $x$ ,  $y$ 座標の関数として上式のように表された。要素内の積分値を求めるには以下の面積座標 $(L_1, L_2, L_3)$ を用いる。

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (5.6.27)$$

面積座標を用いれば、多項式の各項が公式

$$\int L_1^p L_2^q L_3^r dA = 2A p!q!r!/(p+q+r+2)! \quad (5.6.28)$$

によって簡単に積分することができる。要素内の積分値が求めれば、あとはそれを全要素にわたって総和すればよい。

### (3) 要素内の任意点での接線係数の評価

多曲面塑性モデルに基づく繰返し塑性モデルである提案モデルによって、接線係数を評価する。接線係数、縦弾性係数およびひずみ硬化率は次式のように定義できる。

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}, \quad E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_0}, \quad E_1 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (5.6.29)$$

したがって、接線係数 $E_+$ は次式で表される。

$$1/E_+ = 1/E + 1/E_1 \quad (5.6.30)$$

ここで、縦弾性係数はひずみ履歴の有無によらず一定であるとする。また、ひずみ硬化率は、式(4.2.4)を単軸状態について記述することによって得られる。

$$\begin{aligned} \{ \partial f / \partial \sigma \}^T \{ d\sigma \} = \\ (\partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_1) d\bar{\varepsilon}_1 + \{ \partial f / \partial \sigma \}^T \{ d\alpha / d\bar{\varepsilon}_1 \} d\bar{\varepsilon}_1 \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

単軸応力においては、上式に含まれる量は以下のように置き換えられる。

$$\begin{aligned} \{ \partial f / \partial \sigma \}^T \{ d\sigma \} &= d\sigma, \\ \partial \kappa / \partial \bar{\varepsilon}_1 &= d\kappa / d\varepsilon_1, \\ \{ \partial f / \partial \sigma \}^T &= 1.0 \\ \{ d\alpha / d\bar{\varepsilon}_1 \} &= d\alpha / d\varepsilon_1 \\ d\bar{\varepsilon}_1 &= d\varepsilon_1 \end{aligned} \quad (5.6.31)$$

その結果、 $d\sigma / d\varepsilon_1 = E_+$  を用いれば次式が得られる。

$$E_+ = d\kappa / d\varepsilon_1 + d\alpha / d\varepsilon_1 \quad (5.6.32)$$

ここで、 $\kappa$ は曲面サイズ関数である。また、 $\alpha$ はそれらの曲面の移動量を表す関数である。これらの関数は、もっとも新しい除荷が発生してからのちに生じた塑性ひずみ $\varepsilon_1$ の関数である。 $\varepsilon_1$ は2、3で定義した相当塑性ひずみ増分の単軸状態に対応する量である。

曲面サイズ関数 $\kappa$ は、2章で示したように以下の式によって表される。

$$\begin{aligned} \kappa = & W_1 \kappa_1 + (1 - W_1) \kappa_2 \\ & \cdot \\ & W_{n-1} \kappa_{n-1} + (1 - W_{n-1}) \kappa_n \\ & \cdot \\ & W_n \kappa_n + (1 - W_n) \kappa_{n+1} \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

これらの関数は、対象となる部材から切り出した素材の基本的な材料試験によって決定するべきものである。

#### (4) 非線形解析の手順

本解析は非線形解析である。したがって、精確な解を求めるためには反復修正計算をする必要がある。ここではNewton-Raphson法<sup>[20]</sup>を用いた。

一回の増分に対する解析手順を箇条書にすれば下記のようなになる<sup>[20]</sup>。

①接線剛性マトリックスを求める。

②断面に作用する外力として一般化応力増分 $\{df\}$ を与え、式(5.6.21)により一般化ひずみ増分 $\{d\phi\}$ を求める。

③式(5.6.11)から、断面各部でのひずみ増分 $d\varepsilon$ を評価する。

④ひずみに対応する真の応力増分 $d\sigma$ を求める。

この場合、応力は塑性ひずみ増分 $\varepsilon_p$ の関数であるので、収束計算によって、ひずみ増分に対応する応力増分と塑性ひずみ増分を求める。

⑤求められた応力を用いて、一般化応力増分 $\{df\}$ を求める。

この際の積分は、要素内で応力が線形変化するものとし、面積座標を用いて実行する。

⑥不釣合い一般化応力 $\{df_{\text{im}}\} = \{df\} - \{df_{\text{e}}\}$ を求める。

⑦収束判定条件によって、収束を判定する。収束すれば終了し、収束しなければ $\{df\} = \{df_{\text{im}}\}$ として④へ戻る。

ここで、収束の判定条件としては、次の条件を用いた。

$$\frac{\sum df_{\text{im}}}{\sum df_{\text{e}}} < 1.0 \times 10^{-4} \quad (5.6.33)$$

ひずみ増分から応力増分と塑性ひずみ増分を求める方法は、Fig.5.6.2に示すように、一種の挟み打ち法によった。また、この場合の収束判定条件は、次のように設定した。

$$\text{absolute} \left( \frac{\sigma(i) - \sigma(i-1)}{d\sigma} \right) < 1.0 \times 10^{-4} \quad (5.6.34)$$

#### (5) 残留応力の評価

残留応力の値は各節点での値として与え、それに対応して残留ひずみを初期値として与えた。熱間圧延材の場合、残留応力の値は降伏応力に達していないことが、過去の研究<sup>[20]</sup>と今回の測定で明らかとなった。したがって、残留応力に対応する残留ひずみは弾性計算で求めた。分布の形状は、Fig.5.5.14に示したようにフランジで三角形分布とし、ウェブは一定とする。

#### (6) 解析方法の妥当性の検証

解析方法の妥当性を確認するために、Chenらによって示された解析結果<sup>[20]</sup>と比較した。対象はH型断面が一定軸力と強軸まわりの一定曲げモーメントを受ける場合の弱軸まわりの曲げモーメントと曲率の関係である。材料はFig.5.6.3(a)に示すような非硬化の完全弾塑性材料とし、残留応力は無視した。断面の要素分割図をFig.5.6.3(b)に示す。要素数は、Chenらの解析では300要素であり、本解析では31

2要素である。Chenらの方法では要素内で応力-ひずみ関係が一定と仮定されているのに対して、本解析では線形分布を仮定した。解析結果を比較してFig.5.6.3(c)に示す。解析結果はほぼ一致しており、本解析方法の妥当性を裏付けている。強いといえば、本解析の方が同じ曲率に対する曲げモーメントがやや小さめに計算されているといえなくはないが、これはおそらく要素内一定応力を仮定するChenらの解析に若干の誤差が含まれたものと考えられる。

## 5. 7 材料特性を用いた履歴曲げモーメント-曲率関係の推定

### (1) 基本曲面サイズ関数および重み関数の設定

5. 6で示した接線剛性法によって断面挙動を予測するためには、断面各部での応力-ひずみ関係を求める必要がある。本研究で提案した繰り返し塑性モデルによって弾塑性履歴応力-ひずみ関係を評価するためには、以下の材料特性を決定しなければならない。

弾性特性	縦弾性係数 降伏点
弾塑性特性	基本曲面サイズ関数 重み関数

縦弾性係数は試験片によるTable.5.5.6に示した素材試験によって得られた値の平均値を用いることとした。その値をTable.5.7.1に再記する。

Table.5.7.1 Young's Modulus

	E (MPa)
flange	$2.10 \times 10^5$
web	$2.10 \times 10^5$

引張試験から得られる応力-ひずみ曲線において尖点のように現れる上降伏点は応力の集中した部分に小数の転位が急速に増殖してすべり帯を形成することによって生じる。通常、すべりは試験片の極めて一部分ではじまり、上降伏点で降伏した後、標点間距離全体にリューダース帯が広がる間に下降伏点まで応力が降下する<sup>[10]</sup>。上降伏点は一般に安定性が乏しく、試験条件の影響を受け易いが、ここで降伏という現象が開始することにも疑いはない<sup>[10]</sup>。したがって、はりの曲げにおける初期降伏の判定は上降伏点によってなされるべきである。さらに、材料特性を求める試験で用いた板状の試験片の場合と異なり、はりの場合には応力勾配が存在するため、下降伏点までの応力の急激な低下は生じにくいと思われる。そこで、初期降伏における降伏点および降伏棚での応力としては上降伏点を採用した。フランジについては、全ての試験において測定された下降伏点の平均値に、5. 5 (5)の”繰り返し塑性モデルの材料特性を決定する基本試験”の項で示した上降伏点の下降伏点に対する比の平均値を乗じて上降伏点とした。ウェブについては、

上降伏点が明瞭に現れなかったため、下降伏点を降伏点とした。それらの値をTable 5.7.2に示す。

Table.5.7.2 Yield point

	$\sigma$ (MPa)
flange	346.
web	402.

このような降伏点の応力値の評価に対応して、Fig.5.7.1に示すようにフランジの単調引張応力-ひずみ関係の降伏棚領域における応力は上降伏点の値と等しく仮定した。

Fig.3.3.1 にしたがって計算した曲面サイズ関数を Fig.5.7.2に示す。ひずみ履歴の効果が飽和状態になったときの基本曲面サイズ関数としての $\kappa_{\text{basic}}$ は、測定していない。そこで、3章で示した普通鋼に関する測定の結果を参考にして、ひずみ硬化が開始する時点での基本曲面サイズ関数を 応力軸方向に30%拡大したものを $\kappa_{\text{basic}}$ とした。

$\kappa_{\text{basic}}$ と $\kappa_{\text{basic}}$ を用いて、その間のひずみ履歴の段階での曲面サイズ関数を表す場合、これらの関数の形状がFig.5.7.2に示したように非常に異なることから、単純な重み関数を用いた応力-ひずみ関係では対象材料のそれを忠実に表現することは困難であると思われた。例えば、実測されたフランジの曲面サイズ関数 $\kappa_{\text{meas}}$ の場合を考える。 $\epsilon \leq 1.2\%$ のひずみ範囲では $\kappa_{\text{meas}}$ の値は $\kappa_{\text{basic}}$ および $\kappa_{\text{basic}}$ のいずれよりかなり小さく、このひずみ範囲での重み関数値は1.0以上の大きな値となる。 $1.2\% \leq \epsilon$ のひずみ範囲での関数 $\kappa_{\text{meas}}$ の値は、関数 $\kappa_{\text{basic}}$ の値と関数 $\kappa_{\text{basic}}$ の値の中間の値となるが、ほとんど $\kappa_{\text{basic}}$ に等しい。この場合、重み関数の値は零に近い正の値となる。以上の結果、W- $\kappa_{\text{meas}}$ 関係は非常に複雑になり、 $\kappa_{\text{basic}}$ および $\kappa_{\text{basic}}$ のみを基本曲面サイズ関数とすることは妥当でないことは明らかである。そこで、実測によって得られた Fig.5.7.2に示した曲面サイズ関数をすべて基本曲面サイズ関数とすることとした。これに対応した重み関数を実測結果から決定することはできないので、Fig.5.7.3に示すようにすべて直線とした。このようにして得られる材料特性を用いると降伏棚域での履歴応力-ひずみ関係が精度良く推定できることは4.6での検討から確認されている。

## (2) 断面形状と残留応力のモデル化

断面の要素分割パターンを決定するために、Fig.5.7.4に示す3種の要素分割パターンの場合について、バイリニア型の応力-ひずみ関係を仮定して単調負荷における曲げモーメント-曲率関係を計算した。その結果をTable 5.7.3に示す。要素数はそれぞれ124, 328および648とした。いずれの要素分割パターンに対する数値計算結果もほぼ一致しており、分割数による有為な差はみられない。これは、要素内でひずみ、応力および接線係数が線形分布するとしていることによって、計算の

精度が向上しているためと思われる。しかし、要素数が増加すると、それに伴って計算時間がほぼ比例的に増加する。この結果から、以後の数値計算においてはもっとも要素数の少ない要素分割パターンを用いることとした。

Fig.5.7.5(a)は5.5で示した残留応力の測定結果から、過去の測定事例<sup>17)</sup>と比較して妥当と思われるものを再掲したものである。本解析においては、これらの測定結果を参考にして、Fig.5.7.5(b)に示すように残留応力をモデル化した。これらの残留応力から対応する残留ひずみは弾性計算より求めた。

### (3) 実測結果と計算結果との比較

提案した繰返し塑性モデルによって計算される応力-ひずみ関係を用いて履歴曲げモーメント-曲率関係を関係を推定するのに先だって、より簡略な応力-ひずみ関係を用いてそれらの関係を計算し、その結果と実測による結果を比較した。

簡略な応力-ひずみ関係の例として、次の2つを用いた。

- 1) バイリニア型の応力-ひずみ関係。除荷によって降伏応力は大きくなならない移動硬化則に従うものとした。
- 2) Petersson-Popovモデルによる応力-ひずみ関係。この場合の基本曲面サイズ関数としては $\kappa$ および $\kappa'$ のみを用い、重み関数は累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する関数とした。

上記1)は、弾塑性構造解析においてしばしば用いられる応力-ひずみ関係であり、材料の弾塑性的な性質は解析結果に影響するが、必ずしも精密な応力-ひずみ関係を必要としない場合に頻りに用いられている。応力-ひずみ関係を求めることが本研究の最終目標ではなく、あくまで構造物の応答解析を精密に行うために、精度良い応力-ひずみ関係が必要となるのである。したがって、応答解析を必要な精度で実施できるような応力-ひずみ関係が用いられれば良いことになる。すなわち、そのような意味から、バイリニア型のような非常に簡略なモデルを用いてどの程度の精度で応答解析ができるかを実測結果との比較により把握しておくことは重要である。また、上記2)は、本論文で提案した繰返し塑性モデルの基本となったものであり、これを用いて弾塑性履歴応力-ひずみ関係が精度良く求められないことは、すでに4章で示した。しかし、上記1)のバイリニア型の応力-ひずみ関係と比べれば、Bauschinger効果をある程度評価することができること、高張力鋼に対しては比較的良好的な推定結果を与える可能性があること、さらには、このモデルを用いて履歴曲げモーメント-曲率関係を推定した研究<sup>18)</sup>も報告されていることから、それによる推定結果の精度を調べることは重要である。

上記1)の応力-ひずみ関係を用いて計算された曲げモーメント-曲率関係を実測により求められたそれと比較してFig.5.7.6に示す。(a)図の実線が計算された曲げモーメント-曲率関係を、(a)図の破線は対応する載荷試験の結果から得られたそれらの関係をそれぞれ示している。示した数値計算において求められた上フランジ最外縁での応力-ひずみ関係を(b)図に示す。(b)図において応力が零から始まっていないのは残留応力が考慮されていることによる。上記1)のような応力-ひずみ関係を用いたことから、(b)図のような移動硬化型のバイリニアの履歴応力-ひずみ

関係となった。これに対応して、履歴曲げモーメント-曲率関係はかなり弾性範囲が大きく、また実測結果にみられるなだらかな剛性の低下が表現されていない。このような結果はSidebottomおよびChang<sup>[10][11]</sup>によって指摘された結果と同様の傾向を持っている。

上記2)の応力-ひずみ関係を用いて計算された曲げモーメント-曲率関係を実測により求められたそれと比較してFig.5.7.7に示す。载荷パターンはFig.5.7.6に示したものと同一である。Fig.5.7.6と同様に、(a)図の実線が計算された曲げモーメント-曲率関係を、(a)図の破線は対応する载荷試験の結果から得られたそれらの関係をそれぞれ示している。示した数値計算において求められた上フランジ最外縁での応力-ひずみ関係を(b)図に示す。Pettersson-Popovモデルを用いたにもかかわらず、履歴応力-ひずみ関係はFig.5.7.6(b)に示したバイリニア型のそれとの相違はあまり大きくない。基本曲面サイズ関数として $\kappa_1$ と $\kappa_2$ のみを用い、しかも生じる塑性ひずみが $\pm 0.5\%$ を越えない範囲であるので、 $\kappa_1$ の関数の形状が支配的となり、しかも一径路で生じるひずみも最大で1.5%程度であるため $\kappa_1$ の降伏棚の部分での応力-ひずみ関係が現れて、バイリニア型に近い応力-ひずみ関係になったものと思われる。この結果、当然ではあるが、曲げモーメント-曲率関係もFig.5.7.6(a)と同様のものとなった。

上記のFig.5.7.6およびFig.5.7.7で示した例を含めて3通りの载荷パターンについて、著者が提案した応力-ひずみ関係を用いて履歴曲げモーメント-曲率関係を計算し、その結果と対応する载荷試験によって得られたそれらの関係を比較した。Fig.5.7.8にその結果を示す。Fig.5.7.8(i)は曲率の振幅が次第に増加してよく最も基本的な载荷パターンの例を示している。また、Fig.5.7.8(ii)および(iii)はより複雑な载荷パターンとして選んだランダムに曲率の振幅が変化する場合の例を示している。これらの図の(a)図の実線が計算された曲げモーメント-曲率関係を、(a)図の破線は対応する载荷試験の結果から得られたそれらの関係をそれぞれ示している。示した数値計算において求められた上フランジ最外縁での応力-ひずみ関係を(b)図に示す。各々の図の(b)図から材料が受けたひずみ履歴は $\epsilon_p$ の値で最大2%程度であることから、 $\kappa_1$ を実測によらず過去の測定結果から仮定して決定した影響は現れていないことになる。また、重み関数はFig.5.7.3のようにすべて直線としたが、比較的多数の基本曲面サイズ関数を用いた結果として、計算結果には重大な誤差をもたらさないことが明らかとなった。履歴曲げモーメント-曲率関係については、第一負荷径路において誤差がやや大きい、その後の繰り返し载荷の過程については提案した繰り返し塑性モデルを用いることによって実測によって得られる曲げモーメント-曲率関係を非常に精度良く予測できることが明らかとなった。

以上のように、上記の1)あるいは2)のような簡略な応力-ひずみ関係を用いた場合には、断面の履歴曲げモーメント-曲率関係は精度良く推定することはできず、それらの関係を精度良く計算するためには、本研究で提案した高精度の応力-ひずみ関係を用いる必要がある。

## 5.8 断面特性としての基本曲面サイズ関数と重み関数

前章においては、試験体から切り出された試験片を用いた引張試験と基本的な引張圧縮試験によって得られた素材としての材料特性を用いて、接線剛性法によってH型はり断面の曲げモーメント-曲率関係が非常に精度良く推定できることを示した。しかし、接線剛性法では断面を微小要素に分割して数値計算を行うために、一般的な骨組構造の解析に用いる際に、演算時間あるいは記憶容量の関係で制約を受けることが考えられる。したがって、前節までに述べた方法を直接、構造物の解析に適用することが必ずしも好ましくない状況も考えられる。そこで、本節では提案した曲げモーメント-曲率関係の数値計算方法を骨組部材断面の基本的な断面挙動を評価するために応用し、2章で提案した繰り返し塑性モデルの考え方を部材断面レベルで適用することによって、より簡略にはりおよびはり-柱部材の曲げモーメント-曲率関係を推定する方法を提案する。

2章で提案した繰り返し塑性モデルをはりあるいははり-柱の断面挙動の予測に用いるために、次式で表される累積塑性曲率および塑性曲率増分を状態変数として定義する。

$$\text{累積塑性曲率 } \phi_p = \int_{\kappa_0}^{\kappa_c} d\phi_p \quad (5.8.1)$$

$$\text{塑性曲率増分 } d\phi_p = \int_{\kappa_c}^{\kappa_0} d\phi_p \quad (5.8.2)$$

ここで、 $d\phi_p$ は塑性曲率の増分値である。なお、塑性曲率は生じた全ひずみのうちの塑性ひずみ成分によって発生する曲率である。

累積塑性曲率は、求めようとする負荷履歴の段階に対して最近に生じた除荷までの塑性の累積量であり、次のように評価される。

ある曲げモーメント-曲率径路において生じる塑性曲率のうち、それまでに生じた塑性曲率幅 $\Delta\kappa_p$ の最大値を越える量のみがその後の負荷履歴に影響する。そして、それらを累積した量を累積塑性曲率と定義する。

また、応力-ひずみ曲線上において現れる復帰現象は、曲げモーメント-曲率曲線上においても同様に現れるものとし、2章で定義した”復帰径路”の概念をここでも導入する。

一般化応力空間に定義される多曲面の拡大、縮小および移動によって繰り返し荷重を受ける骨組部材断面の曲げモーメントと曲率の関係に負荷履歴の効果が導入される。上記の2つの状態変数の関数である曲面サイズ関数 $K$ と中心の移動量を示す $\{A\}$ を用いて(\*1)、多曲面は定義される。曲面サイズ関数は次式で定義される。

---

\*1 材料特性としての曲面サイズ関数 $\kappa$ や移動量 $\{\alpha\}$ と区別するために、断面特性としての曲面サイズ関数は $K$ で、移動量は $\{A\}$ で表す。

$$\begin{aligned}
 W_{11} &= K_{11} + (1 - W_{11}) K_{12} \\
 W_{21} &= K_{21} + (1 - W_{21}) K_{22} \\
 &\vdots \\
 K &= W_{11} K_{11} + (1 - W_{11}) K_{12} \\
 &\vdots \\
 W_{(n-1)1} &= K_{(n-1)1} + (1 - W_{(n-1)1}) K_{(n-1)2} \\
 W_{(n-1)2} &= K_{(n-1)2} + (1 - W_{(n-1)2}) K_{(n-1)3} \\
 &\vdots \\
 &= K_{(n-1)n}
 \end{aligned} \tag{5.8.3}$$

$K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$  および  $W_{11}, W_{21}$  などは、それぞれ繰り返し塑性モデルにおける基本曲面サイズ関数および重み関数と同様の意味を持つ関数である。これらは断面特性を表す関数であるから、『断面に対する基本曲面サイズ関数』および『断面に対する重み関数』と呼ぶ。断面に対する曲面サイズ関数および基本曲面サイズ関数は、一軸曲げの場合の曲げモーメントと塑性曲率の関係に一致するものとする。一般には、軸力と2軸曲げを受けるはり-柱の断面挙動を表現するためには、一般化応力空間に対する降伏曲面および載荷曲面を定めなければならないが、これは本研究の範囲ではない。なお、同様の方法は尼子ら<sup>19)</sup>によって若干検討されているが、これは Petersson-Popov モデルを何等修正することなく用いており、本論文の第4章での検討から Petersson-Popov モデルによって応力-ひずみ関係を表現することが妥当でないことが明かであることから、それによって推定される断面挙動の信頼性は必ずしも高いとは言えない。

次章においては、5.7において検討したものと同様の載荷状態における曲げモーメント-曲率関係を推定するために本方法を用いた結果を示す。

### 5.9 断面特性を用いた履歴曲げモーメント-曲率関係の推定

本節では、はりの弾塑性履歴曲げモーメント-曲率関係の推定のために、断面特性としての基本曲面サイズ関数および重み関数を評価する。そして、この結果を用いて5.7で示した実測によって得られた結果および接線剛性法によって直接計算された結果と比較する。

#### (1) 断面に対する曲面サイズ関数を求めるための数値実験とその結果の評価

断面特性を示す関数を決定するためには、

- ① 一方向の単調な負荷における、曲げモーメントと曲率の関係、
  - ② 唯一回の荷重反転を含む交番負荷における、曲げモーメントと曲率の関係
- を求める必要がある。これらの関係は、5.7における実測結果との比較によってその推定精度が確認された接線剛性法を用いた数値計算によって、数値実験的に求めることとした。Fig.5.9.1 は上記の①および②を求めるために実施した数値計算によって得られた曲げモーメントと塑性曲率の関係を示したものである。Fig.5.9.2は、これらの数値計算による結果を、対応する載荷試験を実施して測定された曲

げモーメントと曲率の関係と比較したものである。両者は非常に良く一致していることが分かる。

これらの結果を用いて、Fig.3.3.1に示したのと同様の方法で、断面に対する曲面サイズ関数を求めた。その結果をFig.5.9.3に示す。ここで、断面に関する曲面サイズ関数 $K$ (\*1)の添字は反転時の塑性曲率の値( $\times 10^{-3} \text{m}^{-1}$ )を示している。

尼子ら<sup>[40]</sup>は、素材の応力-ひずみ関係に対するPetersson-Popovモデルを忠実に部材挙動の予測に適用し、次式によって断面特性としての曲面サイズ関数を評価した。

$$K = W K_{\phi} + (1 - W) K_{\phi_0} \quad (5.9.1)$$

ここで、 $K_{\phi}$ および $K_{\phi_0}$ は断面特性としての基本曲面サイズ関数であり、 $W$ は断面特性としての重み関数である。この場合、任意の $K$ に対する重み値は、 $K_{\phi}$ 、 $K_{\phi_0}$ および $K$ を用いて次式から算出される。

$$W = \frac{K_{\phi} - K}{K_{\phi} - K_{\phi_0}} \quad (5.9.2)$$

この方法は、材料特性の評価に対しては妥当でないことを4章で述べた。断面特性の評価にこの方法が有効であるかを調べるため、塑性曲率増分の関数であるFig.5.9.3で示した曲面サイズ関数 $K_{\phi}$ 、 $K_{\phi_0}$ および $K$ を用いて上式によって累積塑性曲率の値に対応する重み関数値を求めた。その結果をFig.5.9.4に示す。ここで、 $K_{\phi_0}$ としては単調載荷における曲げモーメント-塑性曲率関係を用いた。また、 $K_{\phi}$ としては、(a)図では曲率が $1.0 \text{ m}^{-1}$ の時の曲面サイズ関数 $K_{\phi_1}$ を、(b)図では曲率が $0.4 \text{ m}^{-1}$ の時の曲面サイズ関数 $K_{\phi_2}$ を、(c)図では曲率が $0.16 \text{ m}^{-1}$ の時の曲面サイズ関数 $K_{\phi_3}$ をそれぞれ用いた。曲面サイズ関数はFig.5.9.3に示したように $K_{\phi_1}$ までは次第に小さくなるのに対して、それ以後は逆に増加している。このことによって、(a)図の場合には重み関数が非常に取り扱い難いかたちで得られている。(b)図および(c)図の場合にも $W-\phi$ 関係は非常に複雑であり、式(5.9.2)によって曲面サイズ関数を表現することが妥当でないことは明かである。

種々の検討の結果、曲面サイズ関数の形状の推移は以下の代表的な累積塑性曲率の値においてほぼ分割できることが明らかとなった。

- ① フランジに降伏が始まる時の塑性曲率
- ② 降伏がフランジからウェブへとひろがるときの塑性曲率
- ③ ウェブの最外縁がひずみ硬化を生じるときの塑性曲率
- ④ フランジの最外縁がひずみ硬化を生じるときの塑性曲率

---

\*1 材料特性としての曲面サイズ関数 $\kappa$ と区別する意味で、断面特性としての曲面サイズ関数は” $K$ ”によって表すこととした。なお、基本曲面サイズ関数について同様である。

したがって、これらの塑性曲率の値を累積塑性曲率としてもつ曲面サイズ関数を基本曲面サイズ関数として採用した。Fig.5.9.5に断面の基本曲面サイズ関数を示す。これらの基本曲面サイズ関数を用いて、その間の累積塑性曲率に対応する曲面サイズ関数に対する重み関数値を塑性曲率増分に対してプロットしたのがFig.5.9.6である。第1区間については重み関数値は塑性曲率増分に対してほぼ一定であるので、平均値を求めた。第2区間については、各曲面サイズ関数が $\phi_{i,j}=0.1\sim 0.2$ において交差するために、その前後で同一の重みとはなり得ない。しかし、Fig.5.9.3に示したように、交差して以降の曲面サイズ関数はどの場合にもほぼ等しいので、どのような重み関数値を用いてもその影響は極めて小さい。そこで、曲面サイズ関数が交差する以前の $\phi_{i,j}=0.0\sim 0.1$ での重み関数値を平均してそれを重み関数値とした。第3区間および第4区間についても、それぞれ $\phi_{i,j}=0.02\sim 0.1$ および $\phi_{i,j}=0.1\sim 0.4$ での重み関数値を平均した。

このようにして求めた重み関数値と累積塑性曲率の関係をFig.5.9.7に示す。図中には重み関数 $W_1\sim W_4$ を累積塑性曲率に対して直線的に減少すると仮定した場合の関数を併せて示した。若干のばらつきはあるものの、 $W-\phi_{i,j}$ 関係はほぼ直線と見なすことができるので、以後重み関数としては同図中の実線で示した関数を用いることとする。Fig.5.9.8にこれらを用いて再現された曲面サイズ関数を示す。

Fig.5.9.9は、曲面サイズ関数の値の累積塑性曲率に対する変化をいくつかの塑性曲率増分に対してプロットしたものである。実線は、基本曲面サイズ関数と重み関数から計算によって求めた結果である。また、各記号は数値実験によって求められた値である。これらがほぼ一致していることから、数値実験によって観測された曲面サイズ関数の変化を、基本曲面サイズ関数と重みを用いて再現できていることが確認された。

## (2) 手法の妥当性の検討

接線剛性法によって直接計算された曲げモーメント-曲率関係結果と断面特性を用いる簡易法によって得られたそれらの関係を比較してFig.5.9.10～Fig.5.9.14に示す。それぞれの図において、破線は接線剛性法による結果を、実線は提案した簡易法による結果を示している。両者は非常に良く一致している。

接線剛性法では部材断面の各部が受けるひずみ履歴の影響が逐次考慮される。したがって、各部での履歴を各部が記憶していることになるが、必要な記憶容量および計算時間は多くなる。本節で示した簡易法の場合にも、断面特性を示す関数を求める段階では、Fig.5.9.1に示したように、断面の各部でのひずみ履歴を考慮した数値計算を実施しなければならないので、必要な記憶容量および計算時間はやはり多い。しかし、一旦これらの数値計算によって断面に対する基本曲面サイズ関数および重み関数が決定できれば、複雑な履歴曲げモーメント-曲率関係は非常に簡単にしかも精度良く求めることができる。Fig.5.9.10～Fig.5.9.14に示した場合の演算時間を比較してTable.5.9.1に示す。1計算ステップに要する演算時間はいずれの場合にもほぼ1/100になっている。これは、接線剛性法の要素数が104であったことによる結果である。

尼子ら<sup>44)</sup>は、Petersson-Popovモデルを修正することなしに用いて本節と同様の検討を行い、やはりこの簡易法による結果と接線剛性法による結果は良く一致するとしている。しかし、必ずしも精度良い構成モデルであるとは言い難いことが4.5における検討で示された Petersson-Popovモデルを用いていることから、それを用いて計算される断面挙動あるいは部材挙動の推定精度に問題がある。

これに対して、2章で提案した繰返し塑性モデルは、4章での検討により十分な精度を有することが示されており、それによって表される応力-ひずみ関係を用いて接線剛性法によって断面の基本的な特性を表す断面特性パラメータを求めることができれば、本節で示した簡易な方法によって断面挙動（すなわち、曲げモーメント-曲率関係）を精度良く推定できることが実測結果によって実証された。なお、接線剛性法により直接断面挙動を計算する場合には、任意の荷重状態に対して適用できるのに対して、本節で示した結果は、決められた形状寸法を有する断面に、特定の荷重（本節では軸力がなく、強軸回りの一軸曲げ）が作用したときの断面の基本的な特性に対するものであり、他の断面や荷重状態に対しては新たにそれに対する断面の基本的な特性を計算する必要があることに注意を要する。

## 第 6 章 結 論

本論文は構造材料の繰返し塑性挙動の影響を強く受ける構造物あるいは構造部材の応答解析を精度良く実施することを目標として、構造用鋼材の繰返し塑性挙動を表現することのできるモデルを構築し、その応用の一端として、鋼はり断面の履歴曲げモーメント-曲率関係の推定に適用したものである。モデルを構成する際には、それが以下のような特徴を持つよう配慮した。

- (i) 客観的にしかも容易に材料特性パラメータを決定することができる,
- (ii) 実測結果を工学的に意味のある範囲で精度良く推定できる,
- (iii) 既存の構造解析システムにモデルを容易に適用できる。

本研究で提案したモデルは、複合硬化型の弾塑性理論に、複雑な繰返し塑性挙動を表現できるような一種の多曲面塑性モデルの概念を導入したものであるので、既存の弾塑性解析システムに比較的容易に組み込むことができる。また、上記の特徴(i)を保持するために、提案モデルの材料特性は、それらを決定するための基本的な測定の結果から容易に決定される。次に、推定例として、構造用鋼材の引張圧縮履歴応力-ひずみ関係の推定に対する提案モデルの有効性を実測結果との比較より示した。さらに、提案モデルの応用例として、圧延H型鋼はりの履歴曲げモーメント-曲率関係を同モデルを用いて推定し、その結果と載荷試験によって測定されたそれらの関係とを比較し、数値計算によって複雑な履歴曲げモーメント-曲率関係を精度良く推定できることを示した。本章においては、本研究で得られた主な結論を挙げながら、本研究を総括する。

### (1) 繰返し塑性モデルの提案

① 提案モデルは、応力空間に定義された多数の状態曲面によって、非線形硬化現象を記述する多曲面塑性モデルであり、以下の条件を満たすように構成した。

- a) 最も内側の曲面は弾性範囲を限定する降伏曲面である。
- b) その外側に、その大きさが次第に大きくなるように、多数の負荷曲面が配置される。
- c) 材料は初期等方性を持つ。したがって、すべての曲面は初期状態で同一の中心座標を有する。
- d) 各曲面は負荷履歴に対応して移動し、膨張あるいは縮小する。
- e) 各曲面は変形せず、また、回転もしない。
- f) 前2項により、各曲面は初期状態からのそれらの移動量を表すベクトルと膨張あるいは縮小の程度を示すスカラー量のみによって定義される。
- g) 処女載荷過程での硬化挙動は等方硬化則によって表される。
- h) 単調な載荷過程での硬化挙動は、除荷が発生した時点で定められた多曲線によって表現される。
- i) 材料の受けた負荷履歴は、この多曲面が設定されるための負荷履歴と、その後の単調な負荷過程での負荷履歴に分けて考える。

② 提案モデルにおいて採用された状態変数は、以下の式で示される2量とした。

$$\text{累積相当塑性ひずみ } \varepsilon_{\text{eq}} = \int_0^t d\varepsilon_{\text{eq}} \quad (2.3.1)$$

$$\text{相当塑性ひずみ増分 } \Delta\varepsilon_{\text{eq}} = \int_{t_0}^t d\varepsilon_{\text{eq}} \quad (2.3.2)$$

ここで、 $\varepsilon_{\text{eq}}$  は最近に生じた除荷までの全相当塑性ひずみである。また、 $\Delta\varepsilon_{\text{eq}}$  は  $t_0$  から時間  $t$  まで “monotonic outward loading” した時の相当塑性ひずみの増分である。

③ 応力-ひずみ径路が、過去に経験した応力-ひずみ径路またはその延長上へと折れ曲がるようにほぼ乗り移る “復帰現象” を表現するために、次のように定義された “復帰径路” を導入した。

『ある径路で材料の塑性が進展しているときに、“復帰”すべき径路としてその材料が記憶している過去に経験した径路』

④ 実験において観測される応力-ひずみ関係に配慮して、累積相当塑性ひずみの評価方法を次に示すように定義した。

『ある応力-ひずみ径路において生じる相当塑性ひずみのうち、それまでに生じた相当塑性ひずみ幅の最大値を越える量のみがその後の応力-ひずみ挙動に影響する。そして、それらを累積した量を累積相当塑性ひずみと定義する。』

ここで、相当塑性ひずみ幅とは、除荷が発生してから次の除荷が発生するまでに生じる塑性ひずみから計算される相当塑性ひずみのことを指す。このような定義および方法は本研究においてはじめて採用された方法である。

⑤ 相当塑性ひずみ増分は、最近に生じた除荷から塑性が進展したことによって生じた相当塑性ひずみの増分と定義した。提案モデルにおいては、状態曲面の大きさは曲面サイズ関数によって表現し、それは相当塑性ひずみ増分の関数である。曲面サイズ関数は、除荷が発生してから次に除荷が発生するまでのひずみ硬化特性を定めるものである。それは、はじめの除荷までにどれだけの履歴を受けたか、具体的にはどれだけ相当塑性ひずみが累積されたかによって定まる。したがって、ある材料の任意の応力-ひずみ点におけるひずみ履歴の効果は、累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分によって規定する。すなわち、相当塑性ひずみ増分は除荷が発生する毎にクリアし、累積相当塑性ひずみは除荷が発生する毎に更新する。

⑥ 降伏条件を次式によって表したことから、提案モデルは複合硬化モデルの範ちゅうに属する。

$$f(\sigma - \alpha) = \kappa \quad \kappa: \text{ひずみ履歴を表す} \quad (2.4.1)$$

パラメータの関数

ここで、 $\alpha$  および  $\kappa$  は一般にはひずみ履歴を表すパラメータの関数と見なされ、提案モデルでは下式のように累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の関数である。

$$\alpha = \alpha(\varepsilon_{\text{eq}}, \Delta\varepsilon_{\text{eq}}) \quad (2.4.4)$$

$$\kappa = \kappa(\varepsilon_{\text{eq}}, \Delta\varepsilon_{\text{eq}}) \quad (2.4.5)$$

提案モデルにおいては、曲面サイズ関数  $\kappa$  とは “除荷が発生してから次の除荷が発生するまでの負荷過程における曲面の大きさを表す関数” と定義したので、具体的にはある単調な負荷過程におけるひずみ硬化特性を記述する関数である。

本研究では負荷履歴の効果

(a) 単調な負荷におけるひずみ履歴の効果

(b) 応力の負荷方向の逆転に伴うひずみ履歴の効果 (応力の繰返しの効果)

の2つに分けて考えられるとした。上記の(a)および(b)のひずみ履歴の効果をモデル化するために、式(2.4.7)に示すように基本曲面サイズ関数および重み関数というスカラー関数を導入して曲面サイズ関数を定義した。

$$\kappa = W \kappa_j + (1 - W) \kappa_{j+1} \quad (2.4.7)$$

$\kappa_j$  および  $\kappa_{j+1}$  は、相当塑性ひずみの領域において任意に設定された境界(j)および境界(j+1)における基本曲面サイズ関数である。これらは、それぞれの時点でのひずみ硬化特性を記述する関数であり、相当塑性ひずみ増分の関数として定義した。また、 $W$  は境界(j)および境界(j+1)によって挟まれた累積相当塑性ひずみの区間における任意のひずみ履歴段階での曲面サイズ関数  $\kappa$  を記述するための重み関数である。重み関数は累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分の値に対応して変化し、境界(j)においては  $W = 1.0$  であり、境界(j+1)においては  $W = 0.0$  とした。概念的には境界の数は任意に設定できる。この場合、設定された境界の数を  $N_c$  とすれば、 $N_c - 1$  個の重み関数と、 $N_c$  個の基本曲面サイズ関数が必要となる。

重み関数が "monotonic outward loading" において一定であるとすれば、 $\kappa$  は相当塑性ひずみ増分  $\bar{\epsilon}_p$  のみの関数となるので、相当塑性ひずみ増分  $\bar{\epsilon}_p$  の増加が(a)の "単調な負荷におけるひずみ履歴の効果" を表現することになる。また、除荷の発生によって累積相当塑性ひずみ  $\bar{\epsilon}_p$  の値は更新され、新たな累積相当塑性ひずみの値から求められる重み関数値が計算される。したがって、累積相当塑性ひずみの値を除荷の発生によって更新することによって、(b)に挙げた "応力の負荷方向の反転に伴うひずみ履歴の効果" が表現される。

提案モデルにおいては、このように処女材がひずみ硬化を開始する以前と以後ではあきらかに材料の挙動が異なることから、処女材のひずみ硬化開始点に相当する累積相当塑性ひずみの値に対応して境界を設定した。さらに、初期状態の  $\bar{\epsilon}_p = 0$  およびひずみ履歴の効果が飽和したところに相当する  $\bar{\epsilon}_p = \bar{\epsilon}_{p, \text{max}}$  において、境界を設けた。これらの境界はひずみ履歴が全くない場合と最も大きい場合に相当する。なお、処女材がひずみ硬化を開始した後は、常に Bauschinger効果が支配的なことから、 $\bar{\epsilon}_{p, \text{max}}$  と  $\bar{\epsilon}_{p, \text{min}}$  の間には境界を設定しないこととした。これらのことから、本研究では  $N_c = 3$  とし、任意の履歴段階での曲面サイズ関数は次式で表した。

$$\kappa = \begin{cases} W_L \kappa_0 + (1 - W_L) \kappa_1 & 0 \leq \bar{\epsilon}_p < \bar{\epsilon}_{p, \text{max}} \\ W_C \kappa_1 + (1 - W_C) \kappa_2 & \bar{\epsilon}_{p, \text{max}} \leq \bar{\epsilon}_p < \bar{\epsilon}_{p, \text{min}} \\ \kappa_2 & \bar{\epsilon}_{p, \text{min}} \leq \bar{\epsilon}_p \end{cases} \quad (2.4.8)$$

多曲面塑性モデルにおいては、各々の曲面の移動によってお互いが交差しないといういわゆる非交差の条件が満たされなければならない。提案モデルでは、Petersson-Popov モデルにおいて採用された以下の方法を用いた。

Zieglerの移動則によれば、その中心から応力点(降伏曲面上に存在する)に向かう方向に降伏曲面は移動するものと仮定される。曲面の移動方向は、Zieglerの移動則における降伏曲面の移動方向と同一とする。すべての多曲面がその方向に移

動すると仮定することによって非交差の条件は満足されることになる。そして、この条件を満たすように、次式によって曲面は移動する。

$$\begin{aligned} \{\alpha(\bar{\varepsilon}_p)\} |_{n} &= \{\alpha(\bar{\varepsilon}_p)\} |_{n-1} + \frac{\{\sigma\} - \{\alpha(0)\} |_{n-1}}{\kappa(\bar{\varepsilon}_p |_{n-1}, 0)} \\ &\quad \cdot \{\kappa(\bar{\varepsilon}_p |_{n-1}, \bar{\varepsilon}_p + \Delta \bar{\varepsilon}_p |_{n-1}) - \kappa(\bar{\varepsilon}_p |_{n-1}, \bar{\varepsilon}_p)\} \end{aligned} \quad (2.5.1)$$

多曲面の移動量は $\bar{\varepsilon}_p$ の関数であり、多くの中間曲面を配置した場合には、それだけ数値計算における処理が煩雑となる。しかし、提案モデルではPetersson-Popovモデルと同様、いくつかの曲面の更新計算をするのみで、それらを補間することで多曲面の配置が決定できるように配慮した。

## (2) 提案モデルに必要な材料特性

提案モデルを具体的な金属材料の挙動の推定に用いるために、構造用鋼材を例にとって、モデルを構成するために必要な材料特性の測定方法とその結果の適用方法を示した。材料特性は対象とする材料から実際に測定することを原則とし、その測定方法はできるかぎり簡易であることが望ましいという立場から、具体的に材料特性を決定するための測定方法とそれらの決定の過程を示した。

① 提案モデルにおいては以下の関数を材料特性として導入した。

### i) 基本曲面サイズ関数

(a) 負荷履歴効果のない場合の曲面サイズ関数： $\kappa_{00}$

(b) 処女材のひずみ硬化開始時に相当する負荷履歴を受けた材料の曲面サイズ関数： $\kappa_{01}$

(c) 負荷履歴効果が定常的となった時点での曲面サイズ関数： $\kappa_{02}$

### ii) 重み関数

(d) 曲面サイズ関数が $\kappa_{00}$ から $\kappa_{01}$ へと進展する負荷履歴段階での曲面サイズの変化を表現する重み関数： $W_{01}$

(e) 曲面サイズ関数が $\kappa_{01}$ から $\kappa_{02}$ へと進展する負荷履歴段階での曲面サイズの変化を表現する重み関数： $W_{02}$

ある累積相当塑性ひずみに相当する負荷履歴を受けた材料の曲面サイズ関数が相当塑性ひずみ増分の関数として求められていれば、それに対応する重み関数の値が相当塑性ひずみの関数として決定されることになる。また、基本曲面サイズ関数は、ある特定の累積相当塑性ひずみに対応する負荷履歴を受けた材料の曲面サイズ関数である。したがって、すべての材料特性を決定する基本となるのは、ある負荷履歴の段階での曲面サイズ関数を実験によりいかに測定するかという問題となる。曲面サイズ関数を求める手順は以下の通りとした。

Step-1 単調引張試験を実施し、“Virgin curve”として示される応力とひずみの関係を測定する。

Step-2 塑性ひずみが $\bar{\varepsilon}_{p01}$ になるまで“First path”で示される単調載荷の後、荷重を反転させ“Second path”で示される引張圧縮試験を実施し、応力とひずみの関係を測定する。

- Step-3 これらを総合して、Fig.3.3.1に示した図を作成する。
- Step-4 反転点  $q$  を原点として、図のように  $\sigma - \varepsilon_0$  座標と、 $\sigma' - \varepsilon_0'$  座標を設定する。
- Step-5 設定した座標系を用いて、 $\varepsilon_0$  と  $\varepsilon_0'$  とが等しい点における応力の値  $\sigma$  と  $\sigma'$  を用いて、次式から塑性ひずみが  $\varepsilon_{p,0}$  のときの曲面サイズ関数  $\kappa_0$  が求められる。

$$\kappa_0(\varepsilon_0) = \{ \sigma(\varepsilon_0) + \sigma'(\varepsilon_0) \} / 2 \quad (3.3.1)$$

この方法を用いて、いく通りかのあらかじめ定めた累積相当塑性ひずみの値に相当するひずみ履歴を材料に与え、それらの状態での曲面サイズ関数を決定することができる。そして、その結果を用いてすべての材料特性が決定できる。したがって、材料特性を決定するために必要な基本試験は、

- (a) 単調引張载荷試験
- (b) ただ1回の荷重反転を含む引張圧縮载荷試験

となる。

②基本曲面サイズ関数は、式(3.3.1)をそれぞれ特定の累積相当塑性ひずみの値に対応した測定結果に適用することによって得られる。基本曲面サイズ関数  $\kappa_0$  は、引張応力-ひずみ関係と圧縮応力-ひずみ関係がほぼ同一と見なせることから、引張応力-塑性ひずみ関係が  $\kappa_0$  をである。基本曲面サイズ関数  $\kappa_{-1}$  は、累積相当塑性ひずみが  $\varepsilon_{p,-1} = \varepsilon_{p,0}$  である時の曲面サイズ関数として定義したので、材料特性を求めるための基本測定において、ひずみ硬化が開始する点を荷重反転点とする応力-ひずみ関係を用いて決定することができる。基本曲面サイズ関数  $\kappa_{-2}$  は、負荷履歴の影響が定常的となって、それ以後の負荷履歴の進展によって曲面サイズ関数が増えなくなった時点での曲面サイズ関数として定義した。そこで、曲面サイズ関数が  $\varepsilon_{p,0}$  の増加に対して変化しないことを意味する。したがって、 $\varepsilon_{p,0}$  の増加に対して  $\kappa_0$  がほぼ等しい関数となったときの  $\kappa_{-1}$  を  $\kappa_{-2}$  として採用すればよい。しかし、実際に測定によって  $\kappa_{-2}$  を決定する場合、ひずみの測定が可能な範囲は本研究で使用した測定器などの精度・能力から限定され、 $\kappa_0$  が収束する領域まで測定することは困難であることもあるので、測定が可能な範囲で最も大きい  $\varepsilon_{p,0}$  に対応する  $\kappa_{-1}$  を  $\kappa_{-2}$  として採用した。

③基本曲面サイズ関数  $\kappa_0$ 、 $\kappa_{-1}$ 、 $\kappa_{-2}$  を測定し、また、曲面サイズ関数を測定する際に設定された累積相当塑性ひずみの値に対応して、曲面サイズ関数群を測定したので、次式から、相当塑性ひずみ増分の関数である重み関数が特定の累積相当塑性ひずみの値に対応して得られる。

$$W_{-1} = \frac{(\kappa_0 - \kappa_{-1})}{(\kappa_0 - \kappa_{-2})} \quad (3.5.1.a)$$

$$W_{-2} = \frac{(\kappa_{-1} - \kappa_{-2})}{(\kappa_0 - \kappa_{-2})} \quad (3.5.1.b)$$

$W_{-1} - \varepsilon_p$  関係は相当塑性ひずみ増分の増加に対しても、累積相当塑性ひずみの値およびその増加に対しても、ある傾向を見いだすことはできないので、もっとも簡単な関数形として累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する関数を重

み関数 $W_1$ とすることとした。また、 $W_2$ の値の変化は $\varepsilon_1$ と $\varepsilon_2$ の変化に対してある傾向を持っていることは明らかとなった。そこで、数値計算に適用しうるように、次式によって $W = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ 関係を表示することとした。

$$W_2 = W_0 (\varepsilon_1) + \beta \varepsilon_2 \quad (3.5.2)$$

### (3) 構造用鋼材の引張圧縮履歴応力-ひずみ関係の推定

提案した繰返し塑性モデルの有効性を、3章の測定とは全く独立に著者らが実施した材料試験の結果と、3章において述べた測定結果を用いて行った弾塑性有限要素法による数値計算の結果との比較によって示した。検討の対象は、軟鋼および高張力鋼によって製作された丸棒試験片を用い、それが複雑な引張圧縮荷重を受ける場合の履歴応力-ひずみ関係である。

対象とするひずみ履歴としては、繰返しに伴う硬化特性の変化がより鮮明に出現するような10<sup>-3</sup>のオーダーのひずみを受ける場合を検討した。この場合に関しては、提案モデルの諸特性が推定精度におよぼす影響も調べた。次に、現実には構造部材に発生する頻度がより高いと考えられる10<sup>-2</sup>オーダーのひずみが繰返し生じるときの推定精度を、実測結果との比較によって検討した。なお、数値計算結果と実測結果を定量的に評価するために、独自の推定誤差量を定義した。

#### (i) ひずみ硬化域での推定

① 提案した累積相当塑性ひずみの評価方法を用いることによって、応力-ひずみ関係の推定精度は著しく改善される。相当塑性ひずみを全ひずみ径路に渡って累積した量を累積相当塑性ひずみとして用いた場合の誤差は、普通鋼のように曲面の膨張が大きい材料において大きく、本計算例では数10%にまでなることがある。

② 降伏棚と顕著なひずみ硬化特性を持つ材料の場合、降伏棚が終了した時点での曲面サイズ関数 $\kappa_1$ を基本曲面サイズ関数として導入すると、現実には観察される応力-ひずみ関係を再現することができる。

③ 応力-ひずみ曲線のある一径路においては、重み関数を一定と見なしても、それによる誤差は小さく無視できる。

④ 重み関数 $W_1$ として、累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する関数を用いた場合、重み関数を決定するために実施しなければならない測定が不要となり、測定が簡単になる。この場合、この簡単下によって応力-ひずみ曲線にもたらされる誤差は、測定によって決定した重み関数を用いた場合に対して、本計算例では5%程度である。

⑤ 推定された応力-ひずみ関係の推定結果の誤差は、実測結果に対してたかだか±5%程度であり、提案モデルを用いれば良好な精度で履歴応力-ひずみ関係を推定できることが明らかとなった。

#### (ii) 降伏棚域での推定

⑥ 重み関数 $W_1$ が累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少するとした場合、除荷に続く再降伏時に応力-ひずみ曲線の折れ曲がりがかかなり顕著に出現し、弾性除荷から再降伏へのなだらかな遷移が表現できていない。さらに、Bauschinger効果が過大に評価されて、同じひずみ範囲に対する応力の範囲が実測値よ

り小さめに計算される。推定誤差量は大きいもので 7%程度であった。

⑤ 上記の問題を解決するために、基本曲面サイズ関数の数を増すことによって、材料特性を修正して数値計算を実施した。その結果、上述の除荷に続く再降伏時における応力-ひずみ曲線の折れ曲がりがなくなり、推定精度が明らかに向上することが実測結果との比較から明らかとなった。基本曲面サイズ関数をいくつ導入することが最適であるかの判断は容易でないが、適宜、いくつかの基本曲面サイズ関数を導入することによって、要求された推定精度に応じた推定ができる。

⑥ 著者らが基本的な測定の結果から求めた材料特性を参照して、同一鋼種でロットの異なる材料の履歴引張圧縮応力-ひずみ関係を推定するため、材料特性を次式によって表した。

$$\kappa_{\text{引張}}(\varepsilon_i) = \kappa_{\text{引張}}(\varepsilon_{\text{引張}}) \times C \quad (4.7.3)$$

$$\kappa_{\text{圧縮}}(\varepsilon_i) = \kappa_{\text{引張}}(\varepsilon_{\text{引張}}) \times C \quad (4.7.4)$$

ここで、 $C$  は定数であり、引張試験によって得られる応力-ひずみ曲線のひずみ硬化がかなり進行した領域での両鋼材の応力の比率である。対応する測定結果との比較により推定精度が向上していることが明かとなり、推定誤差量も数%以下である。著者の立場は、提案モデルを用いる場合には、あくまで3章で提案した方法によって材料特性を決定することを原則としているが、提案するモデルに導入された材料特性が求められない場合や、すでに建設された構造物の挙動を推定する場合のように、その構造物に用いられた材料と同じロットの材料を用いて材料特性を求めることが不可能な場合にも、本法によって精度の高い推定が可能であると考えられる。

#### (4) 圧延鋼はりの弾塑性履歴曲げモーメント-曲率関係の推定

本章のはじめで述べたように、本論文で提案したようなモデルを構築することは、本来構造物が複雑な荷重を受けた場合の応答をより正確に求めるためである。そこで、提案モデルの構造問題への応用の一端として、圧延鋼はりの弾塑性履歴曲げモーメント-曲率関係を同モデルを用いて推定した。

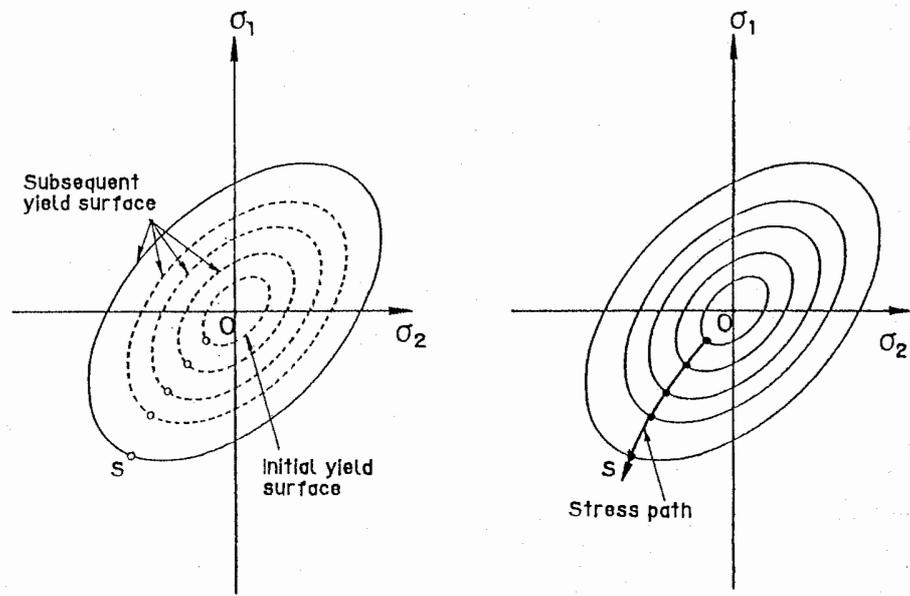
1. ChenおよびAtsutaによって提案された接線剛性法によって、任意の二軸対称断面の一般化応力と一般化ひずみの関係を求めるための、解析システムを構築した。接線剛性法において部材断面の接線剛性を評価するには、断面の各部での接線係数を用いて、断面に関して積分をする必要がある。本研究では、接線係数が要素内で線形に変化する微小三角形要素に断面を分割し、要素内の積分値を要素を構成する3節点での値を用いて表した。そして、これを全断面にわたって総和することによって積分値を求めた。この方法で断面の接線剛性を評価することによって、一般によく用いられる要素内でひずみが一定の要素を用いた場合と異なり、比較的粗い要素分割で良い精度が期待できる。

② 解析システムの適用例として、強軸まわりの交番曲げを受けるH型鋼はり断面の履歴曲げモーメント-曲率関係を計算し、これと別に実施した載荷試験の結果と比較した。同時に、より簡略な応力-ひずみモデルの例として、移動硬化型バイリニア応力-ひずみ関係 およびPettersson-Popovモデルによる応力-ひずみ関係を用いた数値計算も実施した。その結果、高精度での応力-ひずみ関係の推定が期待でき

ることが確認された本提案モデルを用いた解析によって、鋼はり断面の曲げモーメント-曲率関係が精度良く推定できることが明かとなった。

③これらの結果を参考にして、繰り返し塑性モデルで用いられた方法を援用した簡略な履歴曲げモーメント-曲率関係の推定方法を提案した。部材断面の基本的な特性を提案モデルを導入した接線剛性法によってあらかじめ求めた。そして、それらの基本的な特性を用いて、繰り返し塑性モデルと類似の手法を用いることによって、より複雑な履歴曲げモーメント-曲率関係が短い計算時間でしかも接線剛性法と同程度の精度で求められることを示した。

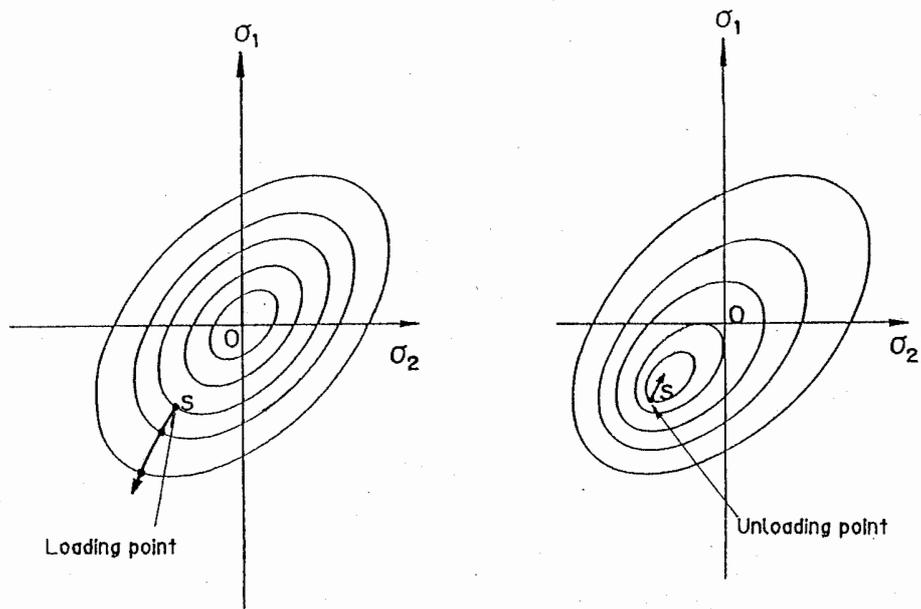
付 図



(a) Isotropic hardening model

(b) Multi surfaces for isotropic hardening material

Figure 2.2.1  
Multi surface model for isotropic hardening material.



(a) Not updated surfaces

(b) Updated surfaces

Figure 2.2.2  
Unloading and update procedure of multi surfaces.

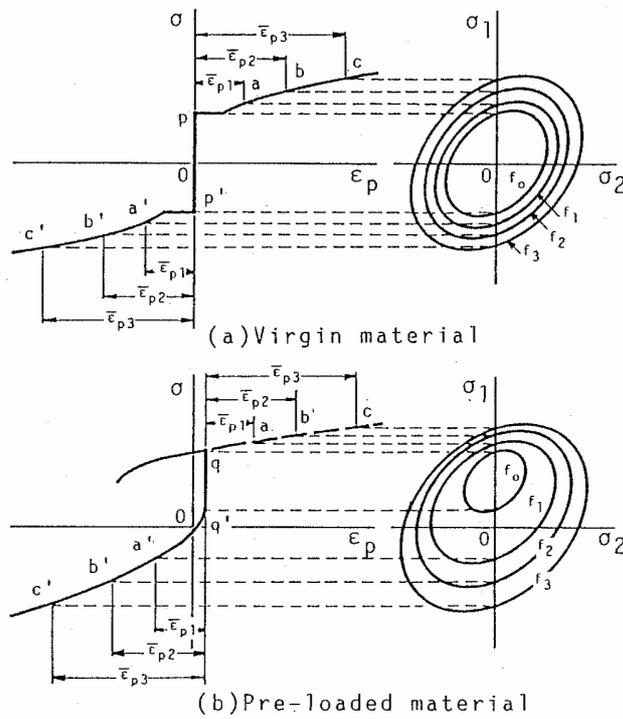


Figure 2.2.3 Uniaxial stress-strain relations and corresponding biaxial multi surfaces in Petersson-Popov Model<sup>[2205]</sup>.

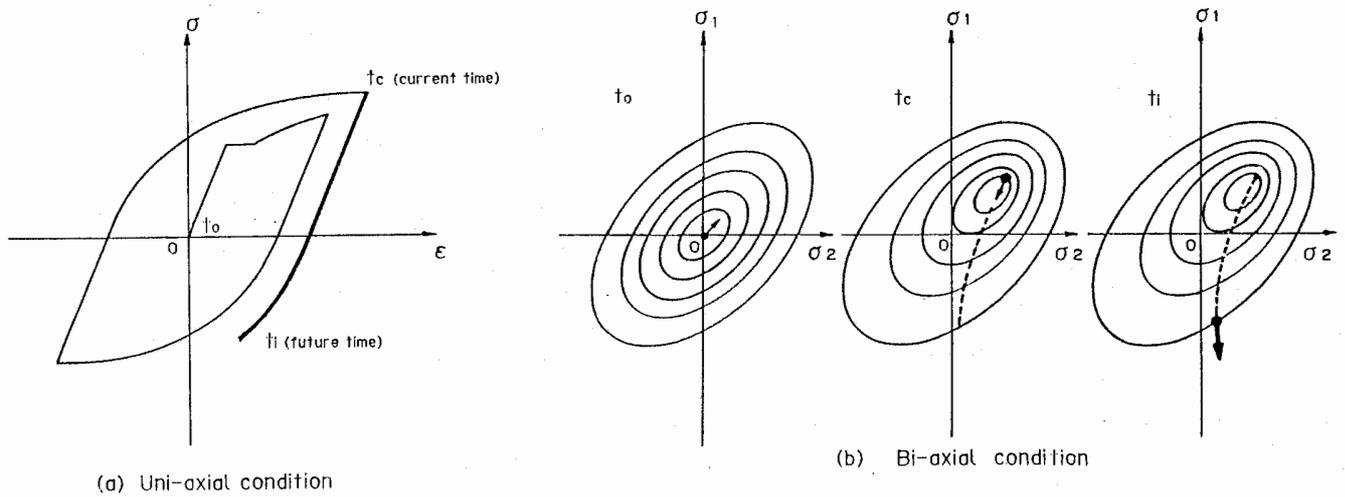
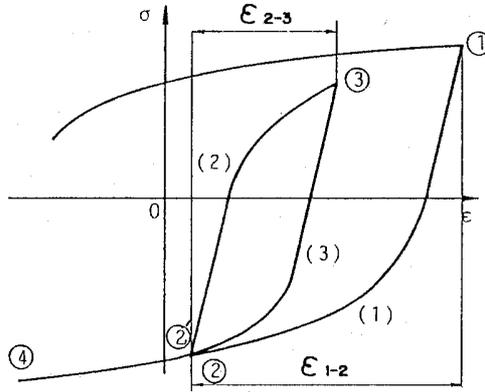
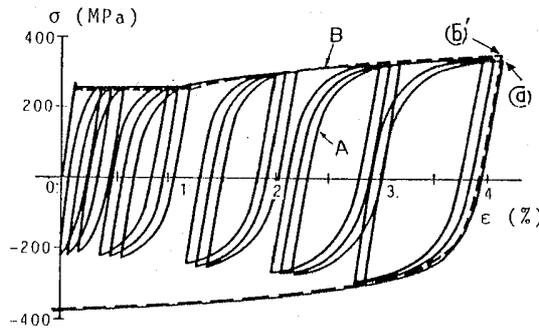


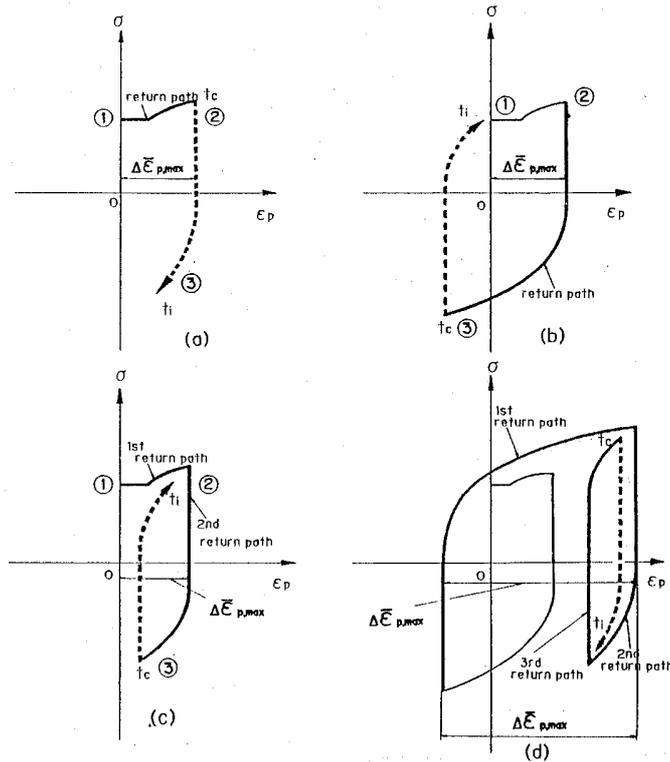
Figure 2.3.1 Definitions of the time  $t_0$ ,  $t_c$  and  $t_i$ .



**Figure 2.3.2**  
Schematic figure showing ineffectiveness of a small strain amplitude on the following stress-strain path.



**Figure 2.3.3**  
Experimental uniaxial stress-strain curves.



**Figure 2.3.4**  
Return paths on uniaxial stress-plastic strain curves.

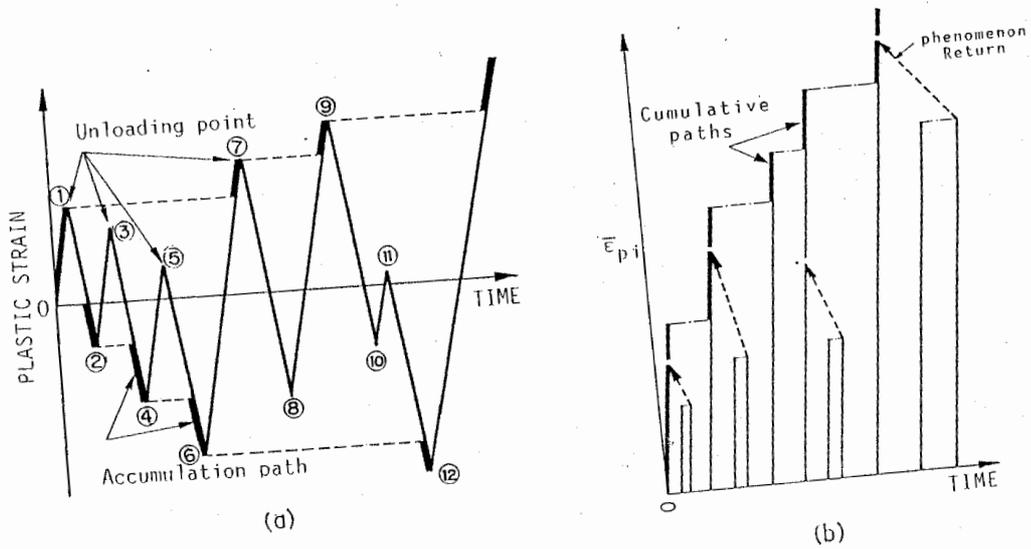


Figure 2.3.5  
 Estimation of cumulative plastic strain.

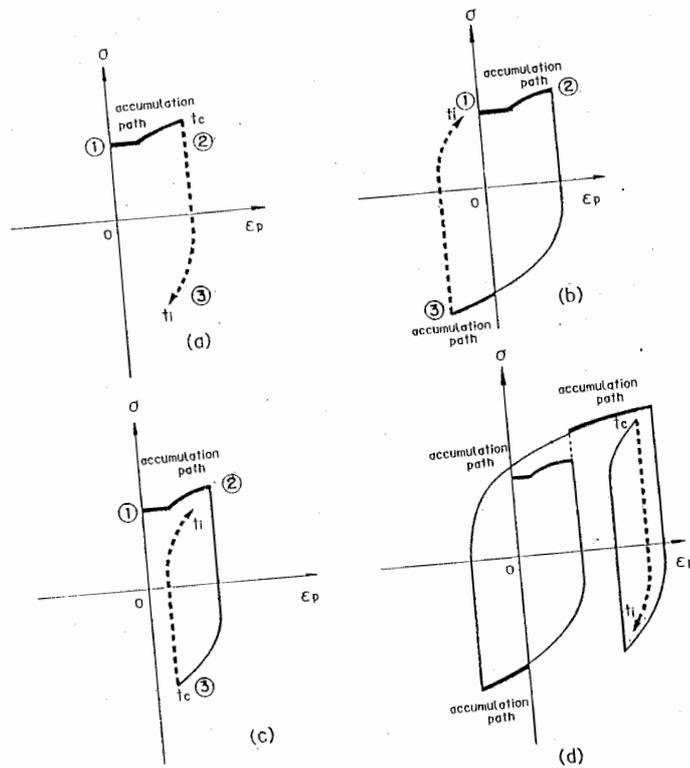


Figure 2.3.6  
 Cumulative equivalent plastic strain and  
 equivalent plastic strain increment on  
 uniaxial stress-plastic strain curve.

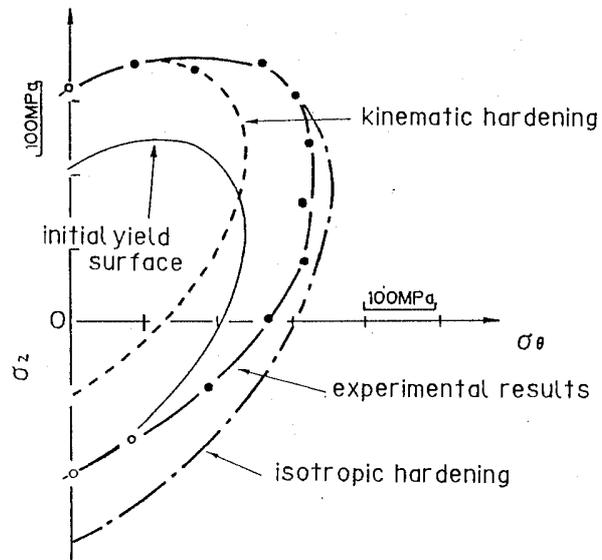


Figure 2.4.1  
Some hardening models and corresponding experimental results<sup>(2406)</sup>.

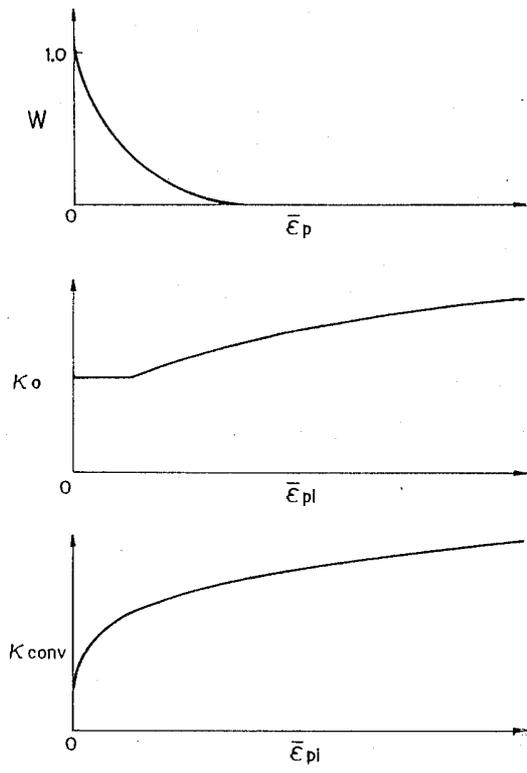


Figure 2.4.2  
Material property functions of Petersson-Popov Model<sup>(2407)</sup>.

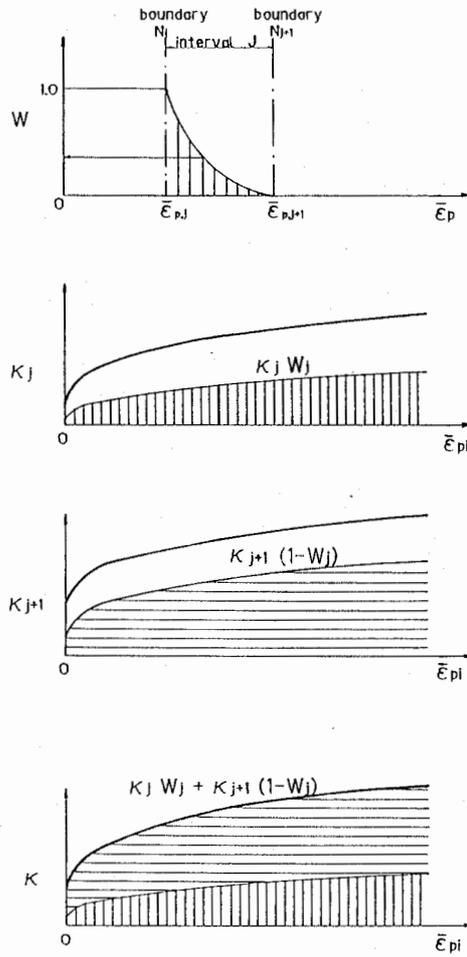


Figure 2.4.3  
Weighting functions and fundamental surface size functions.

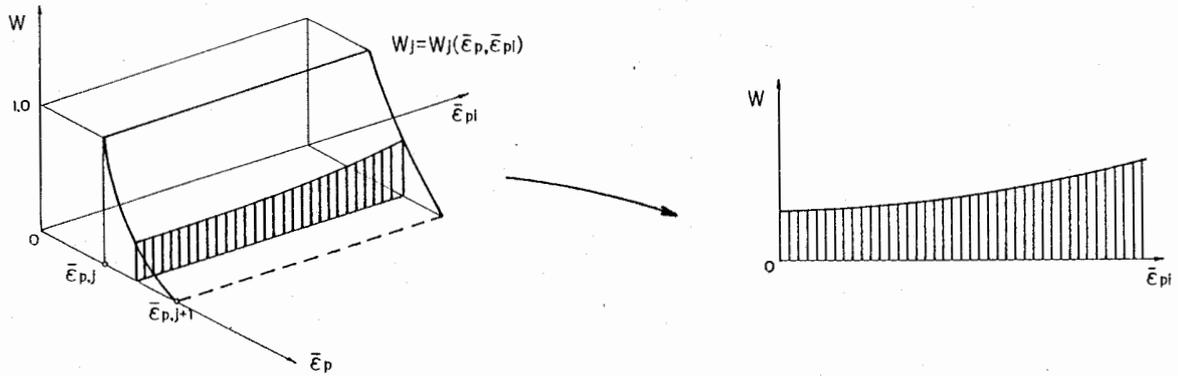
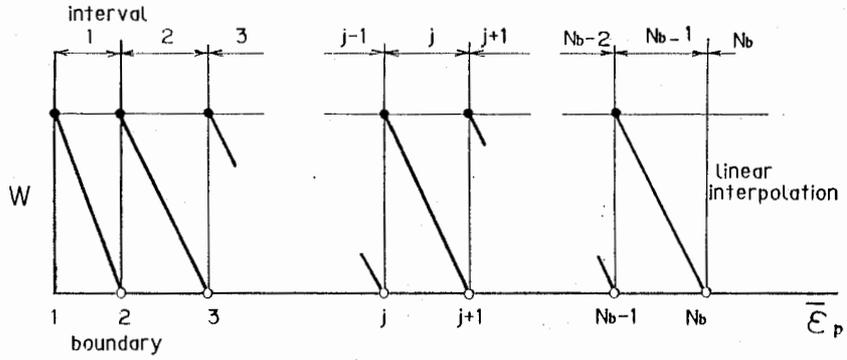
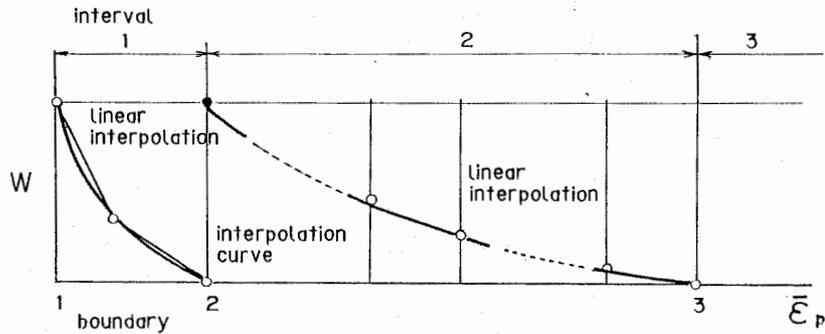


Figure 2.4.4  
Weighing functions as functions of cumulative equivalent plastic strain and equivalent plastic strain increment.



(a)  $N_b = N_b$



(b)  $N_b = 3$

Figure 2.4.5

Number of boundaries and weighting functions.

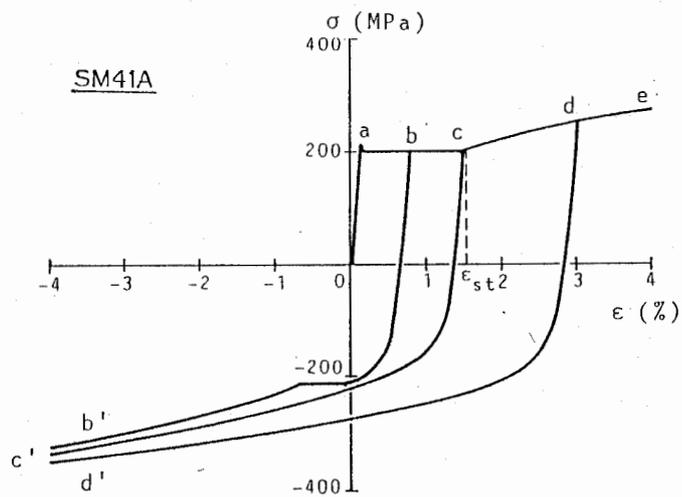


Figure 2.4.6

Experimental stress-strain relations with unloading.

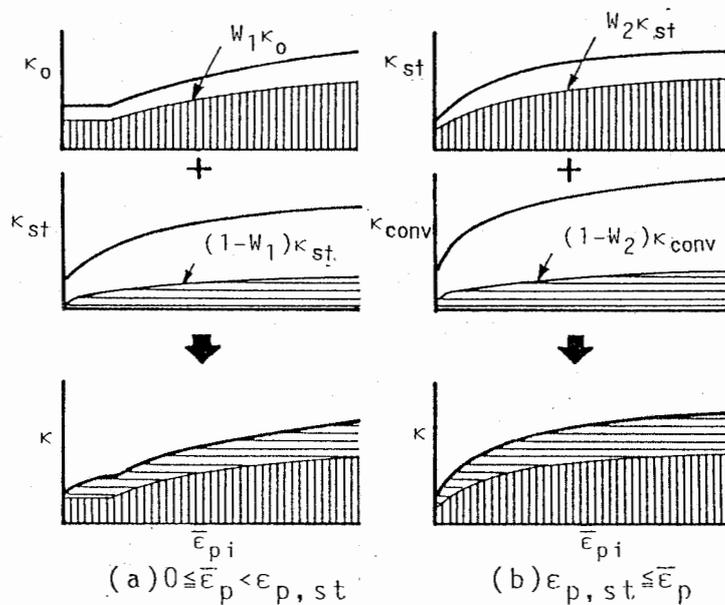


Figure 2.4.7 Surface size functions.

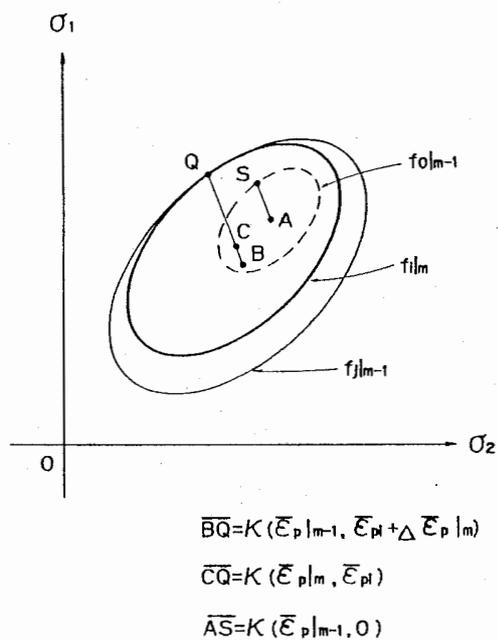


Figure 2.5.1  
Hardening rule of Petersson-Popov Model.

Table 3.2.1

Mechanical properties and chemical compositions.

	Tension test			Chemical composition %					
	Y.P. (Mpa)	T.S. (Mpa)	EL. (%)	C	Si X100	Mn	P X1000	S X1000	Ceq X100
SM41A	284	421	37	12	20	93	17	6	28
SM50YB	372	549	25	17	36	137	15	12	42
HT70	622	661	43	-	-	-	-	-	-

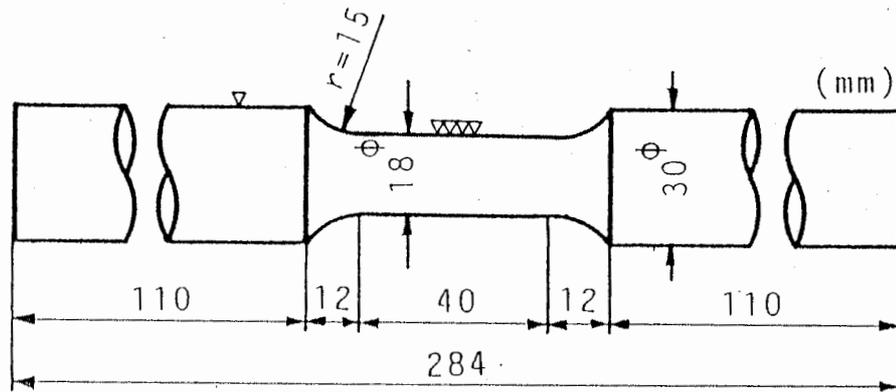
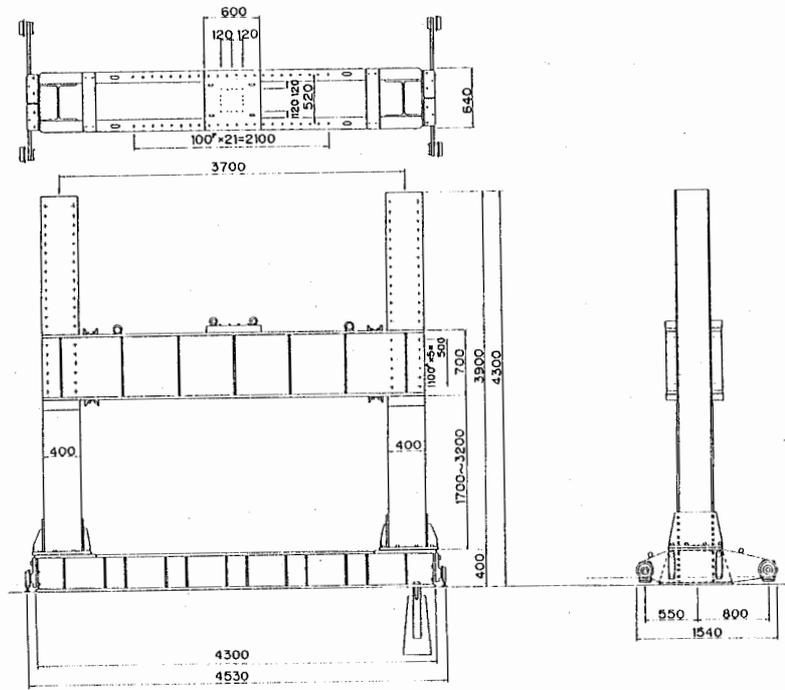
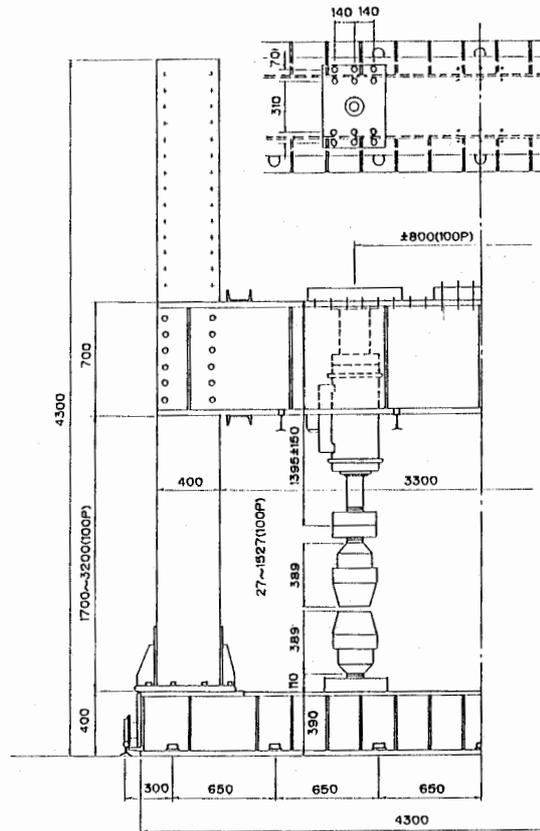


Figure 3.2.1 Configurations of test specimens.

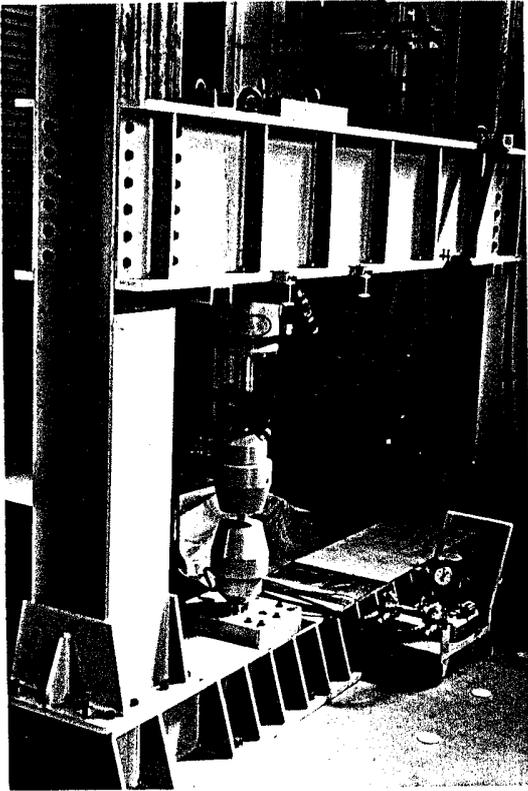


(a) Testing frame

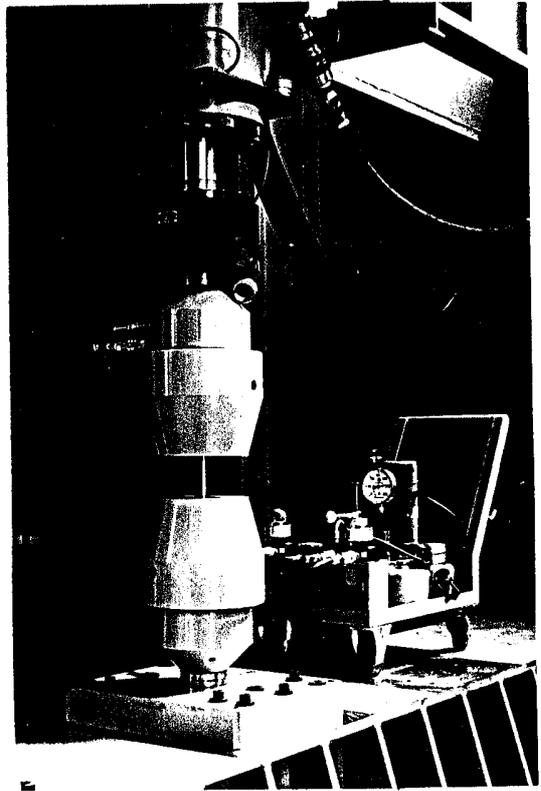


(b) Testing frame, actuator and oil pressure chucking system

Figure 3.2.2 Loading machine.



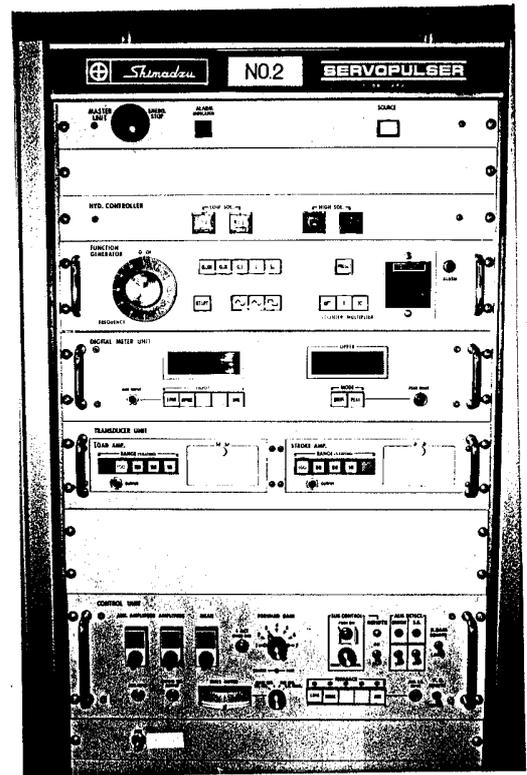
(a) Testing frame



(b) chucking system

Figure 3.2.3

Photographs of loading machine.



(c) control panell

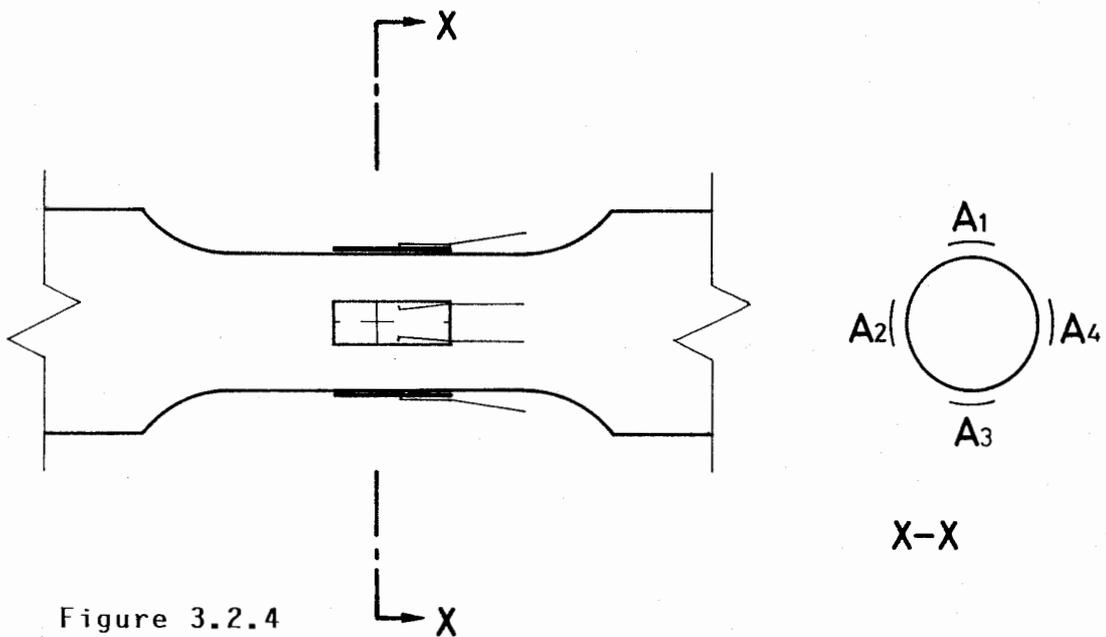
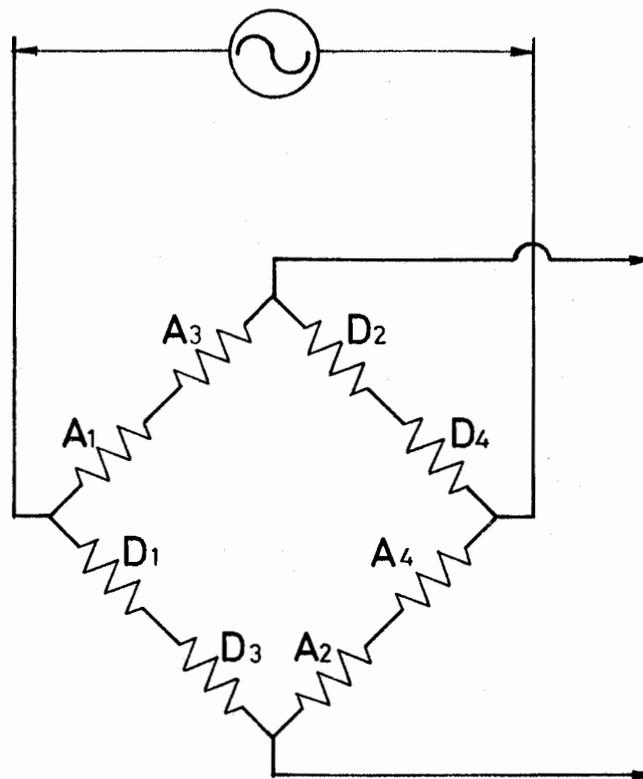
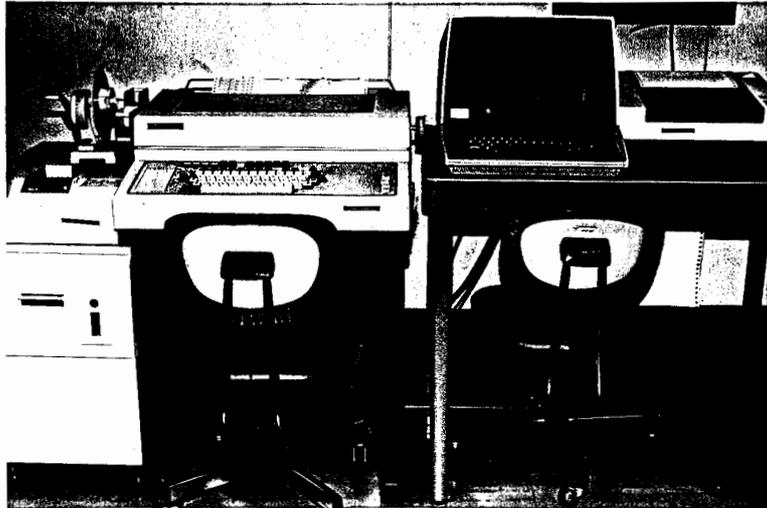


Figure 3.2.4 Strain measurements by plastic range strain gages.

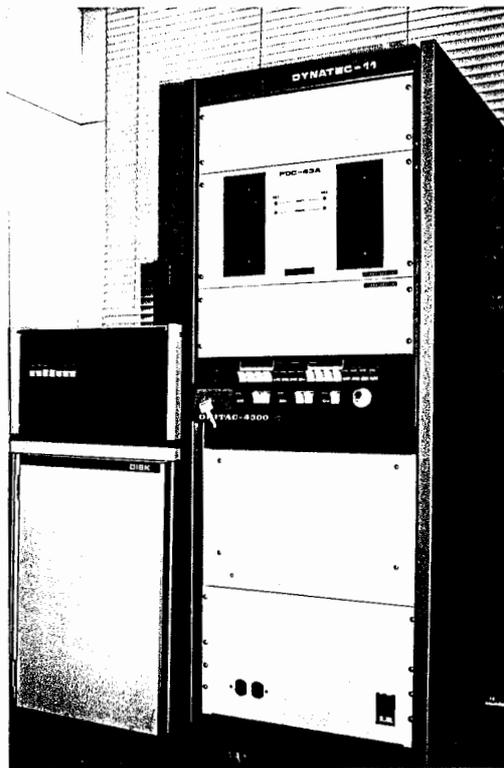


A<sub>1</sub>~A<sub>4</sub>: Active Gauge  
 D<sub>1</sub>~D<sub>4</sub>: Dummy Gauge

Figure 3.2.5 Wiring of strain gages.



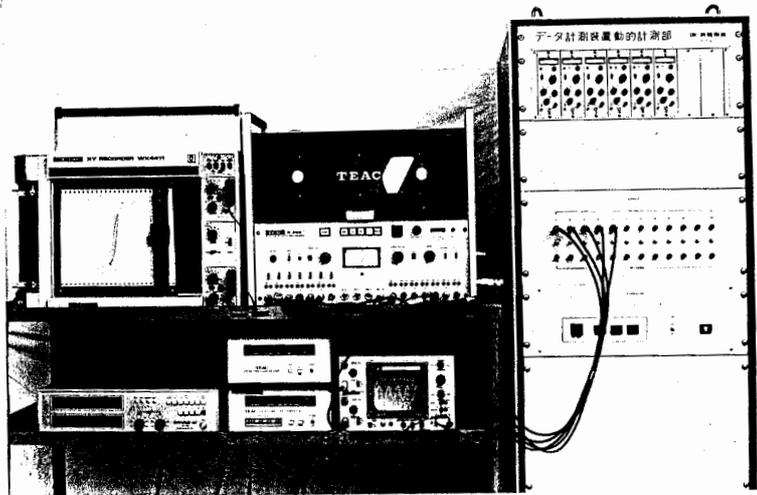
(a) Keyboard, CRT, printer and XY-plotter



(b) Cpu, Floppydisk unit and Magnetic disk

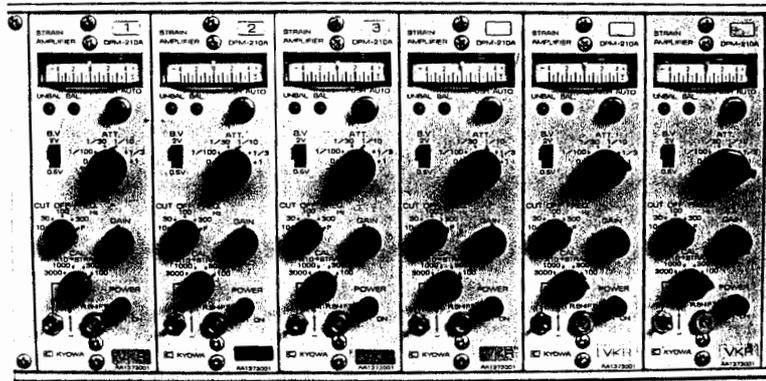
Figure 3.2.6

Mini computer system for controlling  
load conditions.

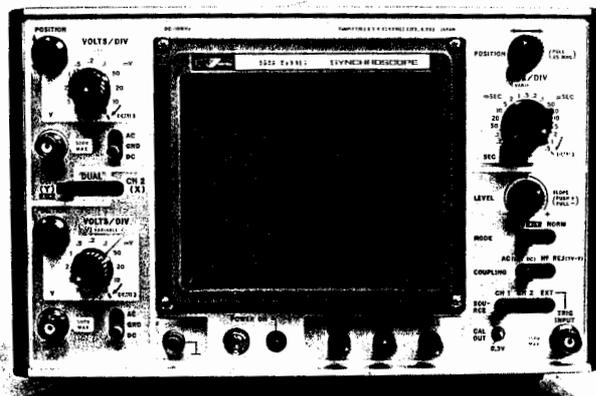


(a) Measurement system

## データ計測装置動的計測部



(b) Dynamic strain meters



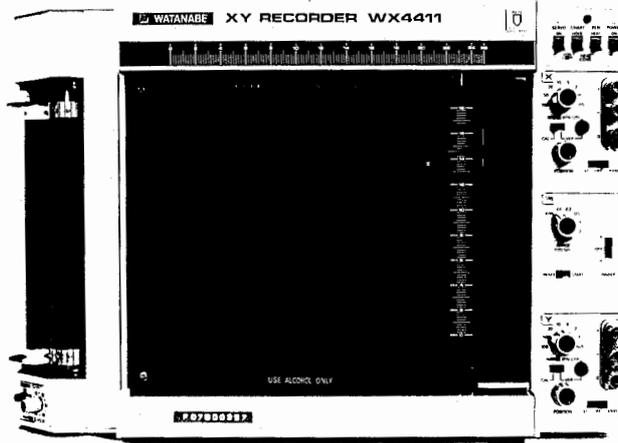
(c) Synchroscope



(d) Data recorder

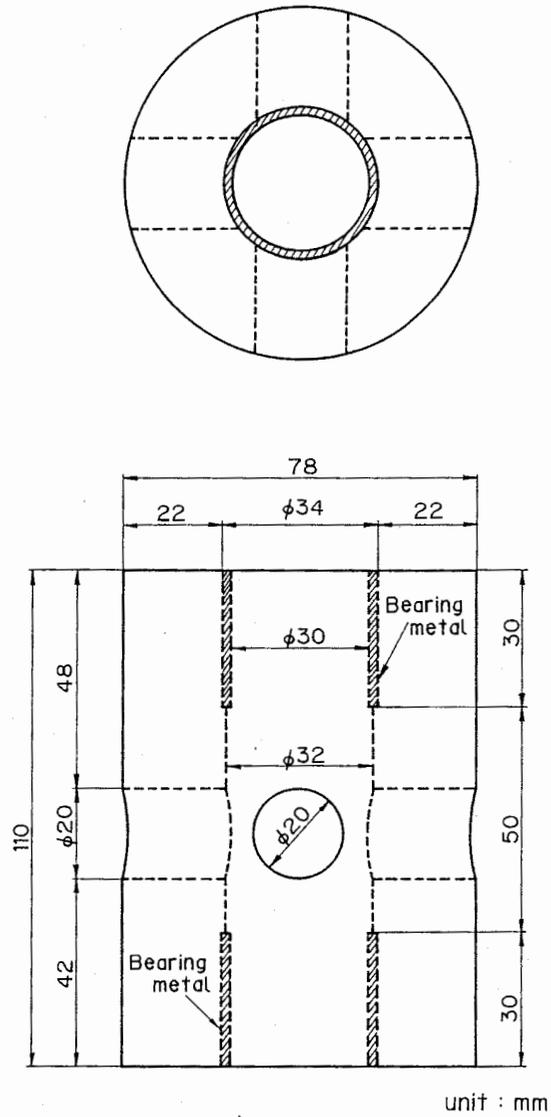


(e) Power supply for data recorder

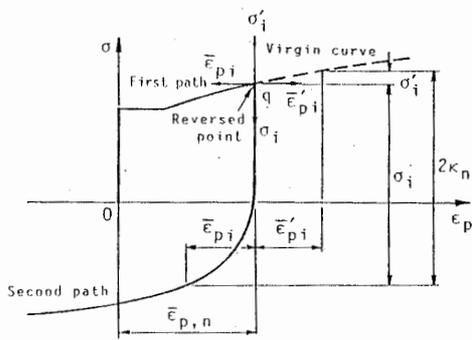


(f) X-Y recorder

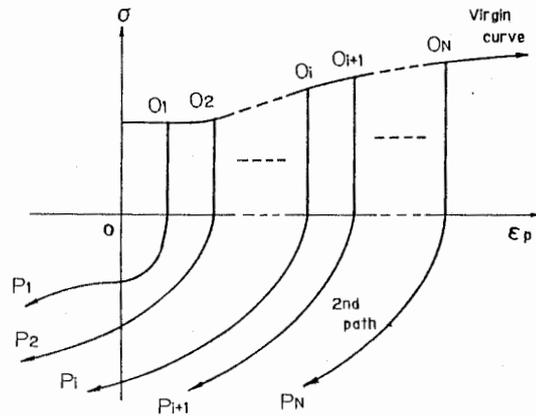
Figure 3.2.7 Measurement equipments.



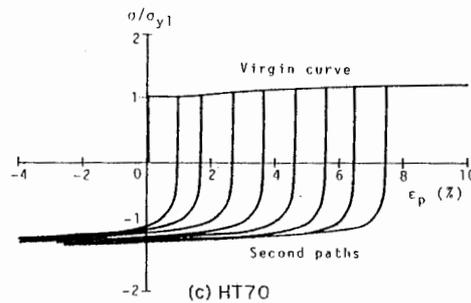
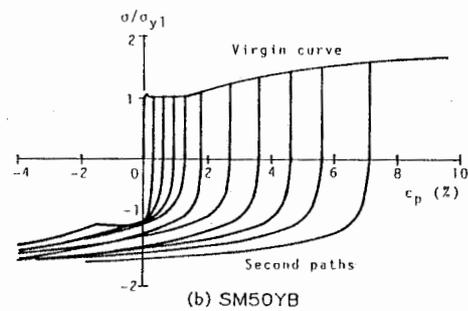
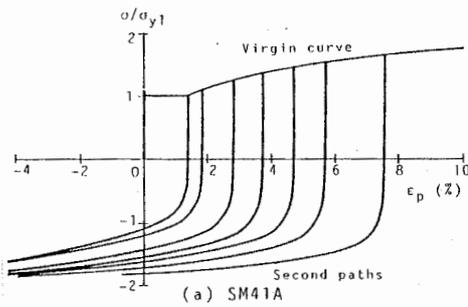
**Figure 3.2.8**  
Steel tubular stiffener for preventing specimens from buckling.



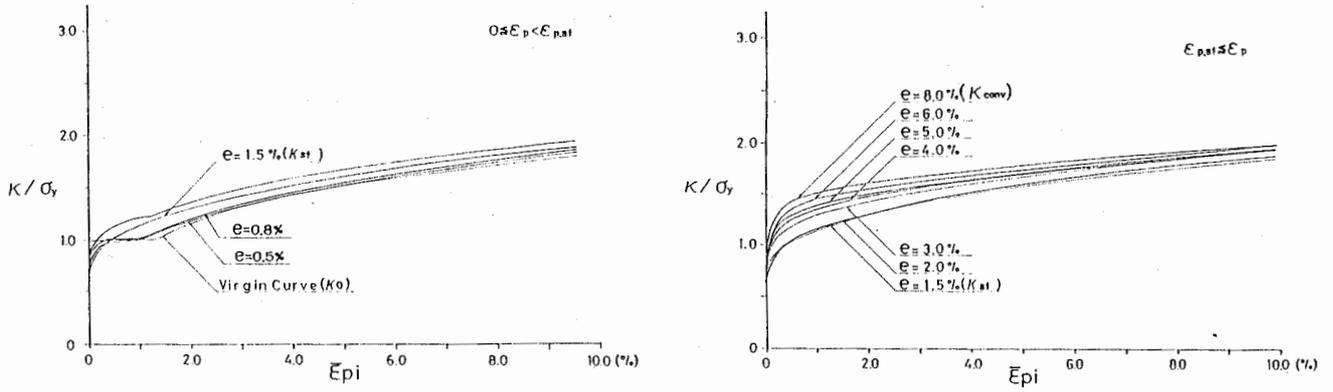
**Figure 3.3.1**  
 Estimation of surface size function from uniaxial stress-plastic strain curves.



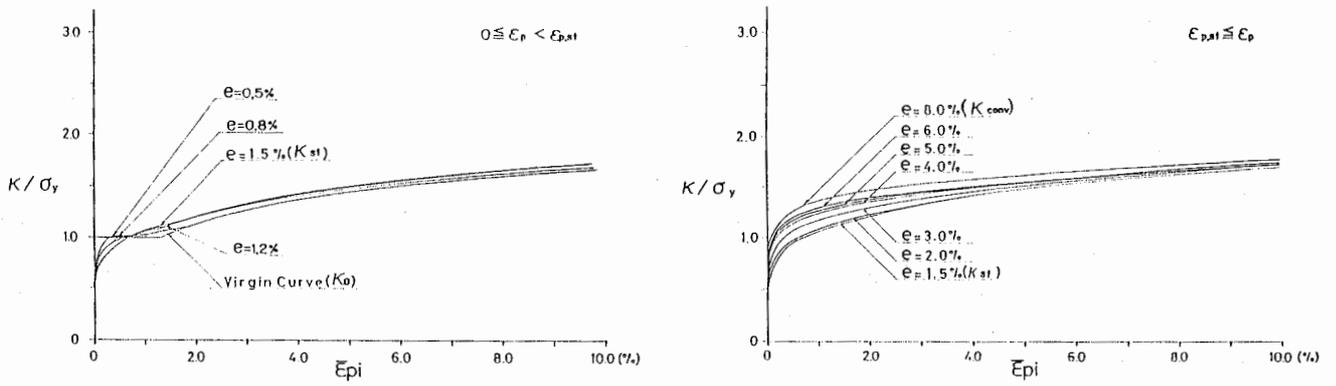
**Figure 3.3.2**  
 Measurement method for estimating material property functions.



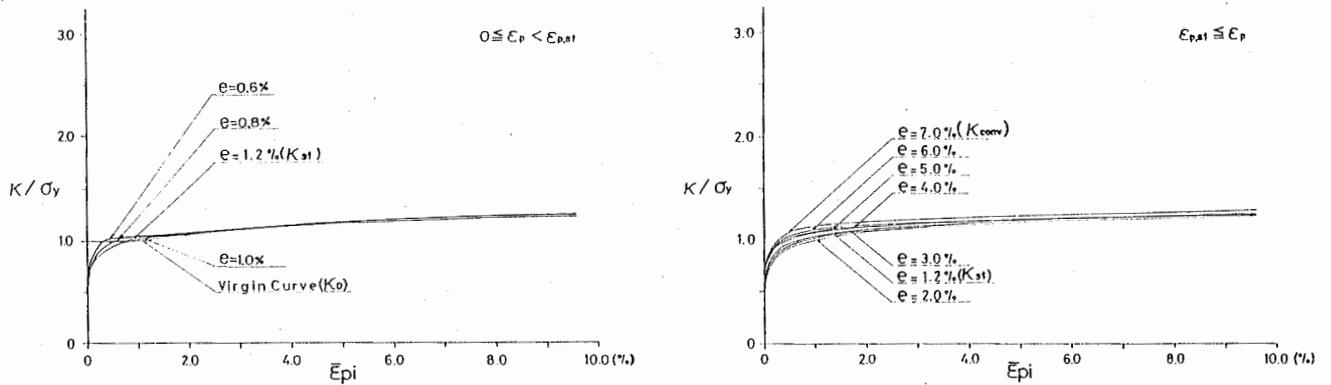
**Figure 3.3.3**  
 Experimental stress-strain relations for estimating material property functions.



**Figure 3.3.4(a)**  
Surface size functions obtained from experimental results (for SM41A).



**Figure 3.3.4(b)**  
Surface size functions obtained from experimental results (for SM50YB).



**Figure 3.3.4(c)**  
Surface size functions obtained from experimental results (for HT70).

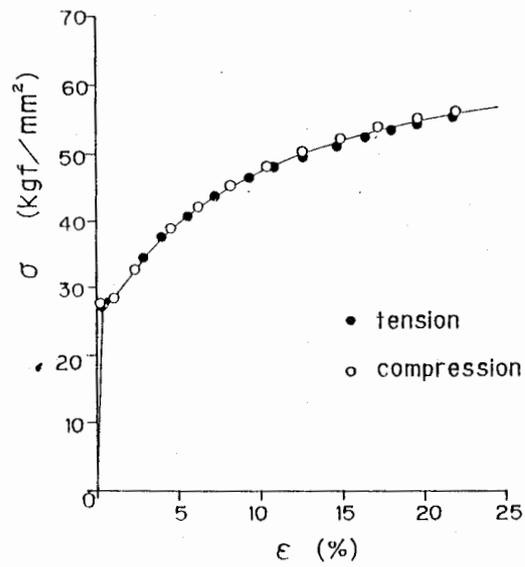


Figure 3.4.1  
Tension stress-strain relation and  
Compression stress-strain relation (3401).

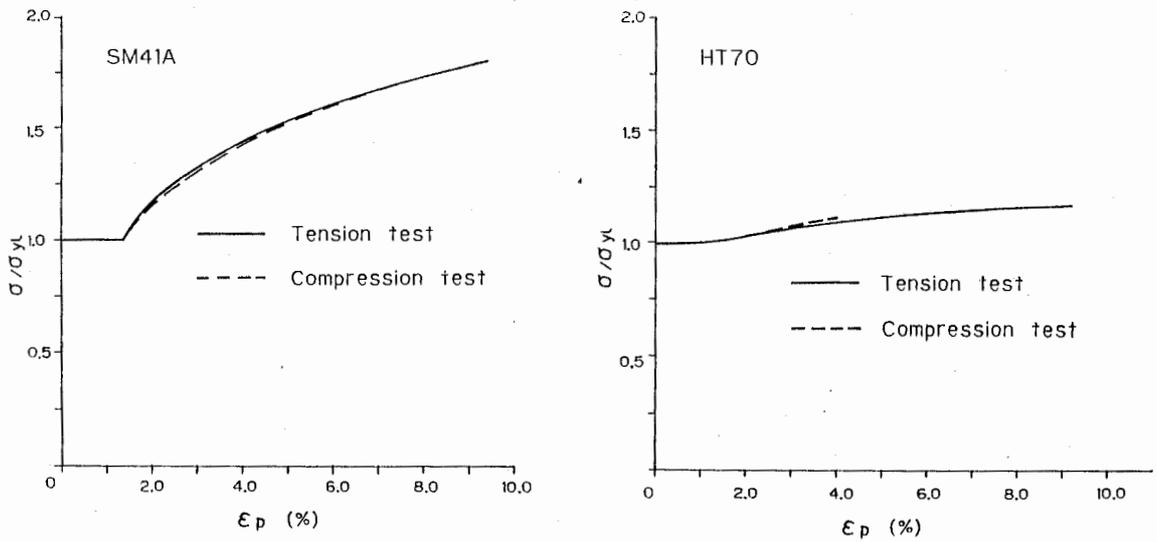


Figure 3.4.2  
Experimental stress-strain relations  
for tensile and compressive loads.

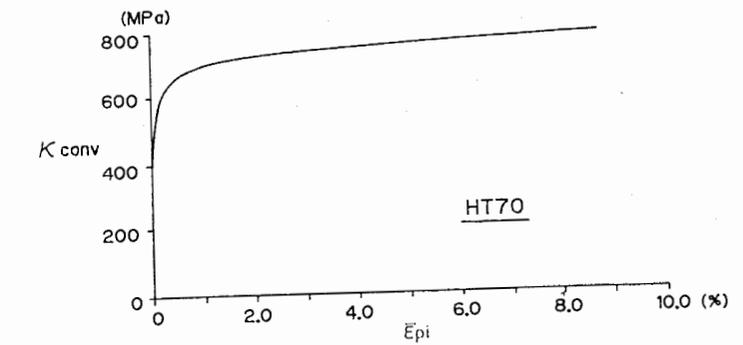
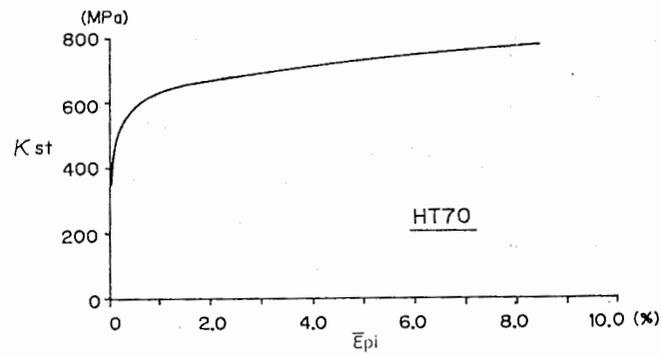
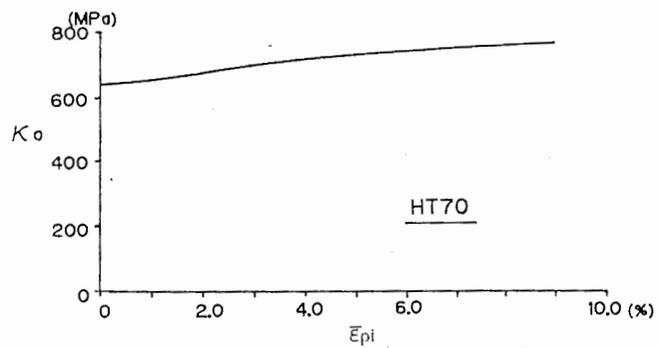
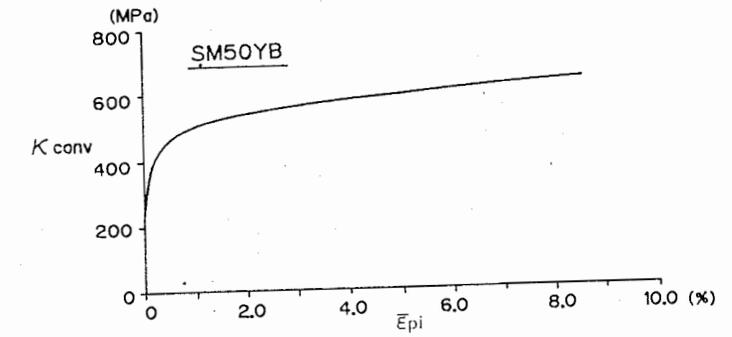
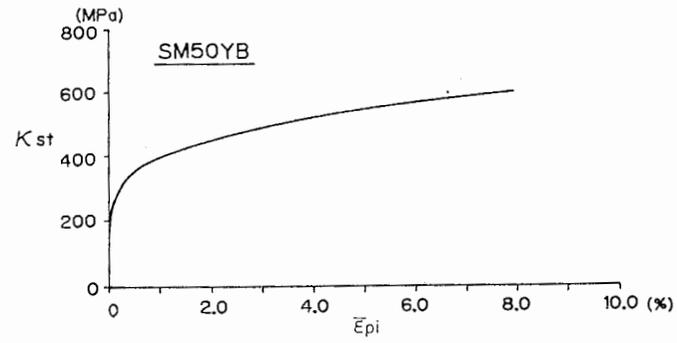
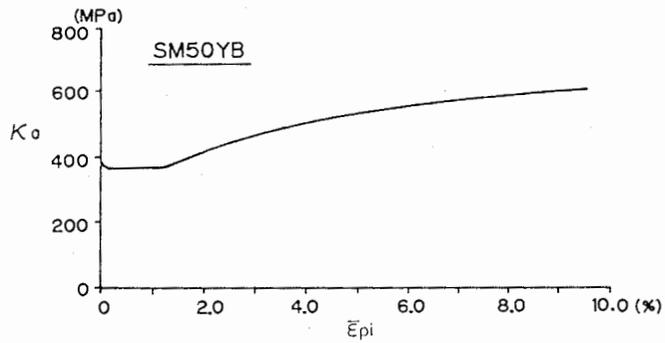
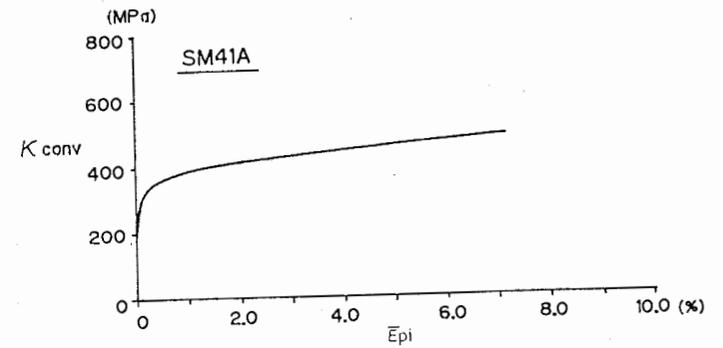
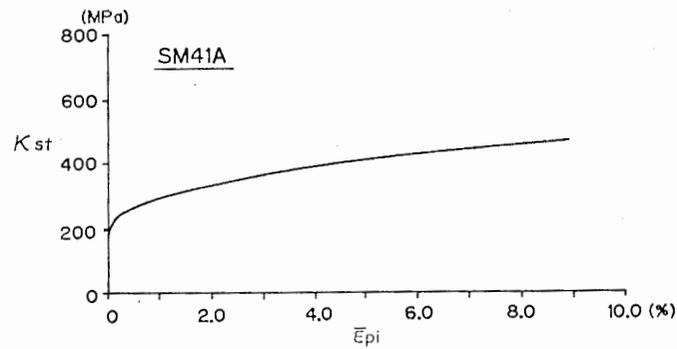
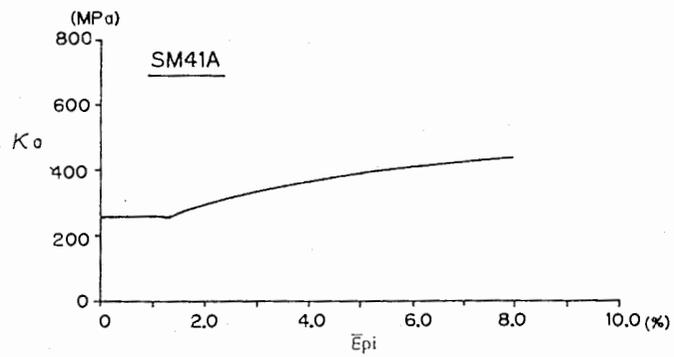
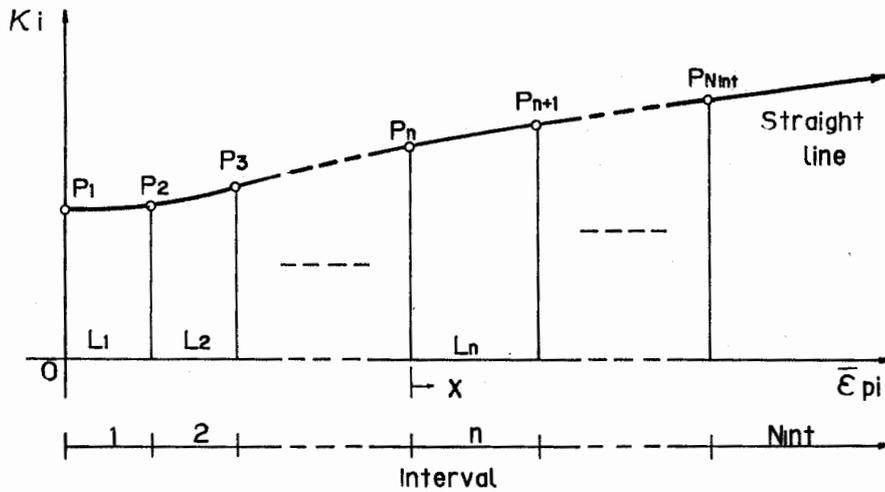


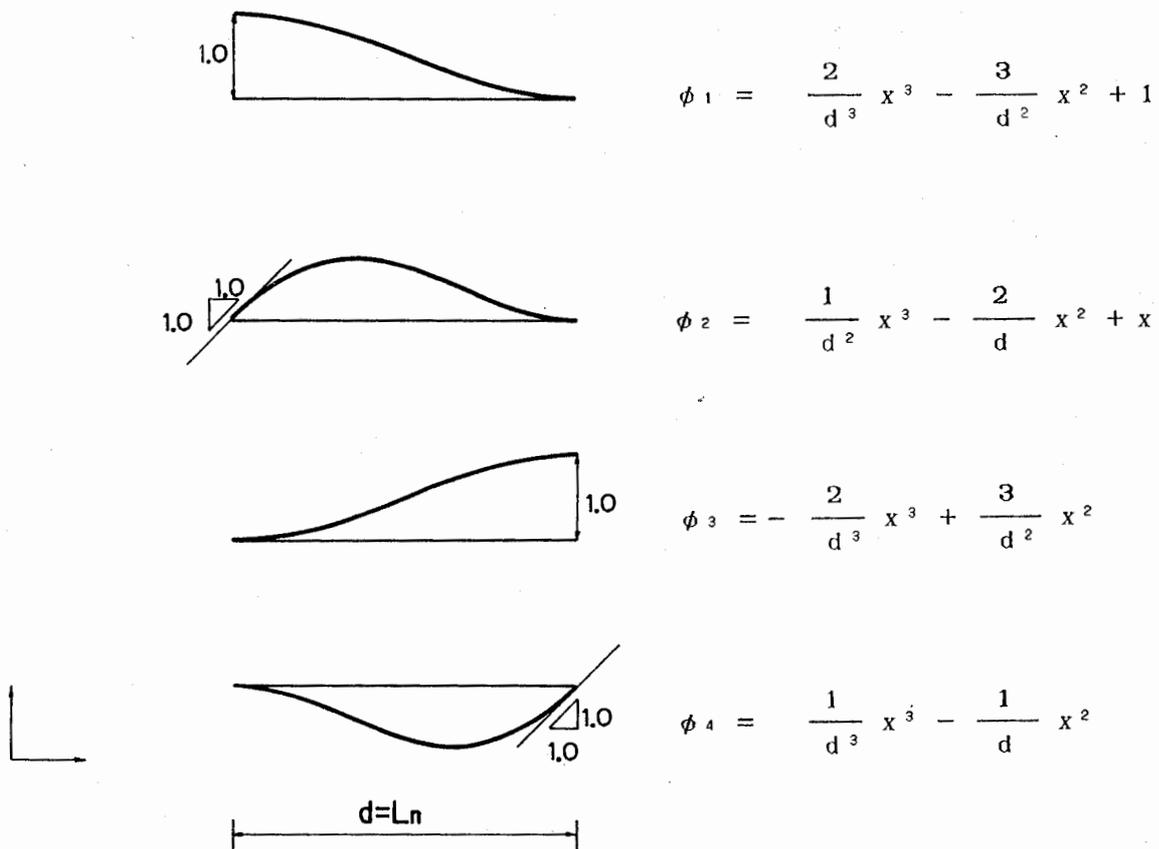
Figure 3.4.3  
Fundamental surface size functions  $\kappa_o$ .

Figure 3.4.4  
Fundamental surface size functions  $\kappa_{st}$ .

Figure 3.4.5  
Fundamental surface size functions  $\kappa_{conv}$ .



**Figure 3.4.6**  
Schematic figure showing interpolation method of fundamental surface size functions.



**Figure 3.4.7**  
Shape functions for Hermitian interpolations.

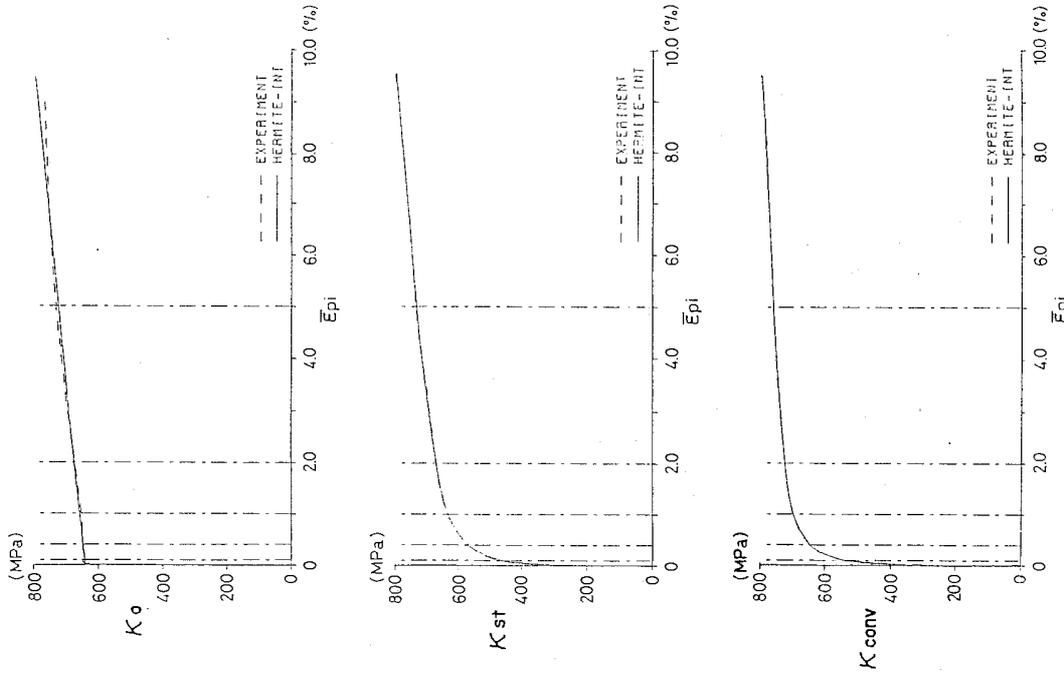


Figure 3.4.8

Experimental fundamental surface size functions and interpolation functions for SM41A.

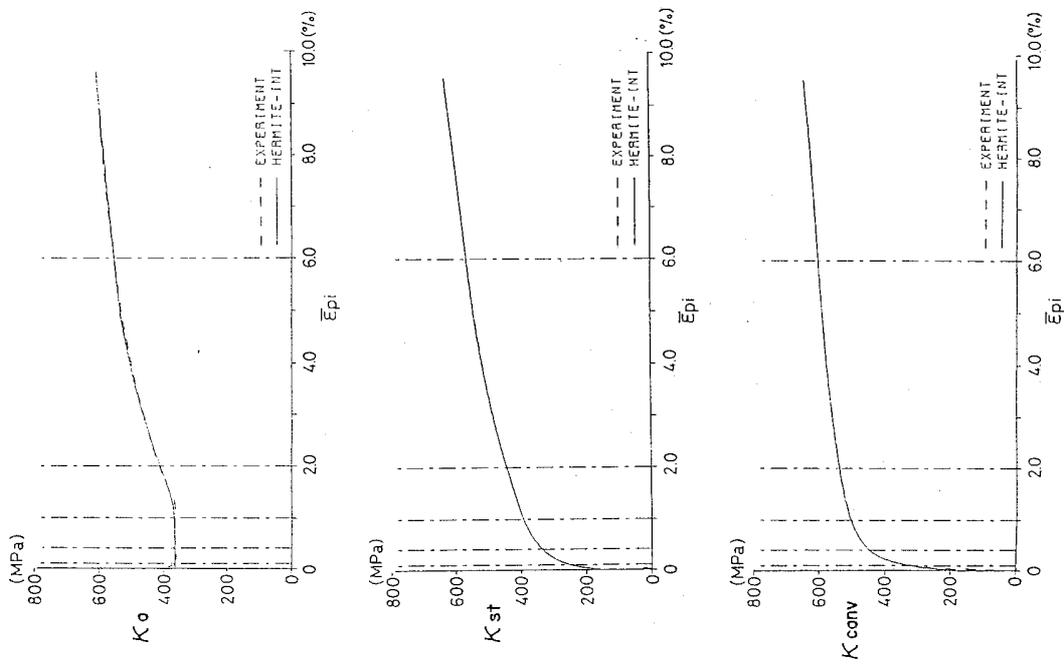


Figure 3.4.9

Experimental fundamental surface size functions and interpolation functions for SM50YB.

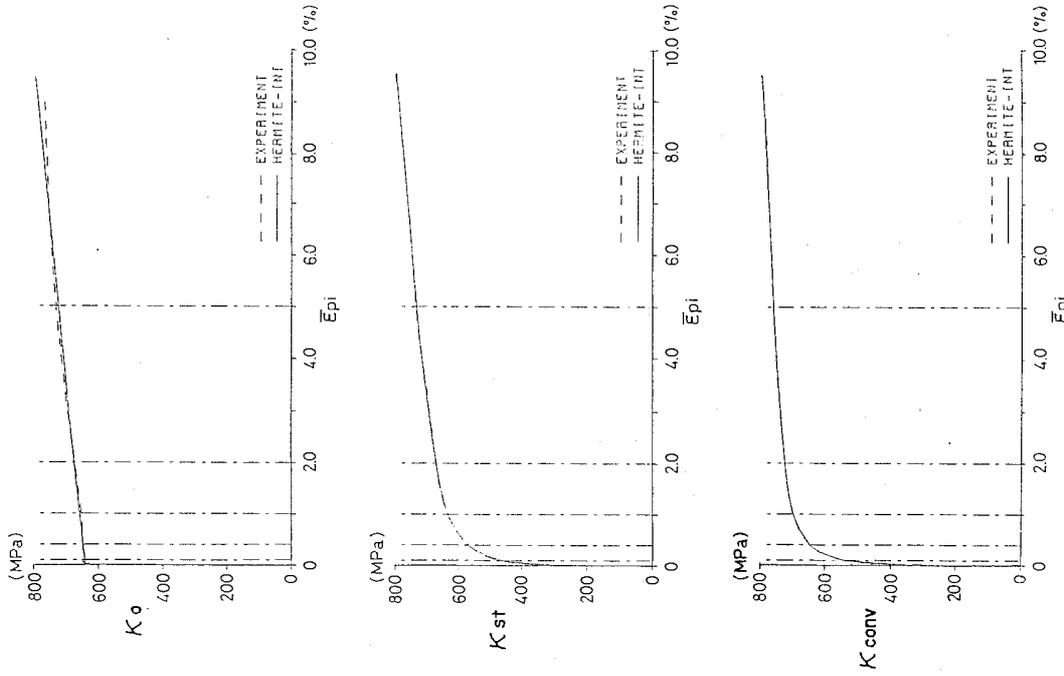


Figure 3.4.10

Experimental fundamental surface size functions and interpolation functions for HT70.

Table 3.4.1

Nodal values used to make interpolation curves.

## -SM41A-

$\bar{\epsilon}_{pi}(\%)$	0.0	0.1	0.4	1.0	2.0	6.0
$\kappa_o$	254.	255.	256.	259.	294.	409.
$d\kappa_o/d\bar{\epsilon}_{pi}$	510.	510.	510.	510.	4900.	1470.
$\kappa_{st}$	147.	211.	254.	290.	331.	427.
$d\kappa_{st}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	142000.	27000.	7620.	4580.	3710.	1500.
$\kappa_{conv}$	196.	294.	355.	385.	410.	469.
$d\kappa_{conv}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	176000.	46100.	7350.	3920.	1650.	1300.

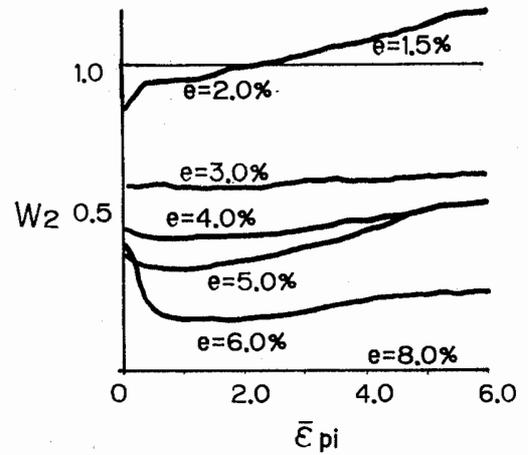
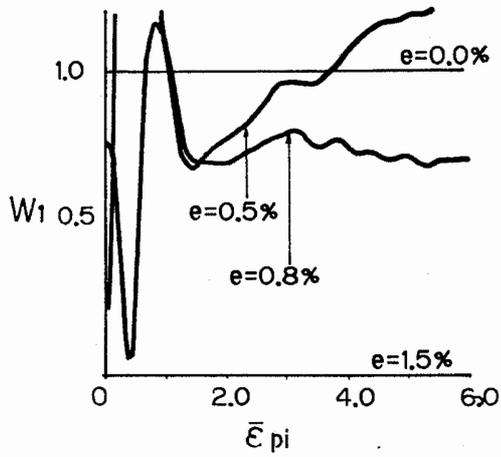
## -SM50YB-

$\bar{\epsilon}_{pi}(\%)$	0.0	0.1	0.4	1.0	2.0	6.0
$\kappa_o$	366.	366.	367.	369.	412.	553.
$d\kappa_o/d\bar{\epsilon}_{pi}$	343.	343.	343.	343.	6220.	1520.
$\kappa_{st}$	147.	250.	335.	392.	442.	562.
$d\kappa_{st}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	142000.	48300.	13700.	5490.	4760.	1810.
$\kappa_{conv}$	176.	321.	448.	503.	539.	607.
$d\kappa_{conv}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	174000.	78000.	14200.	5680.	2450.	1280.

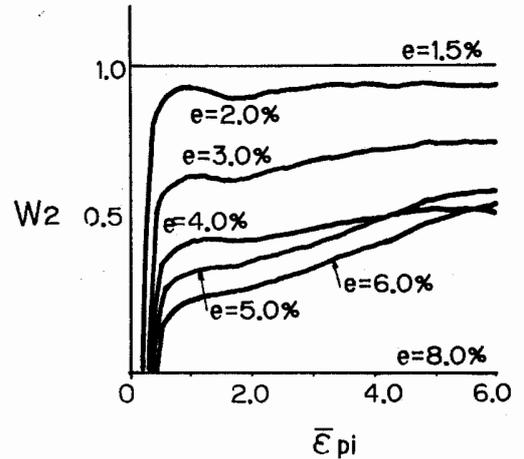
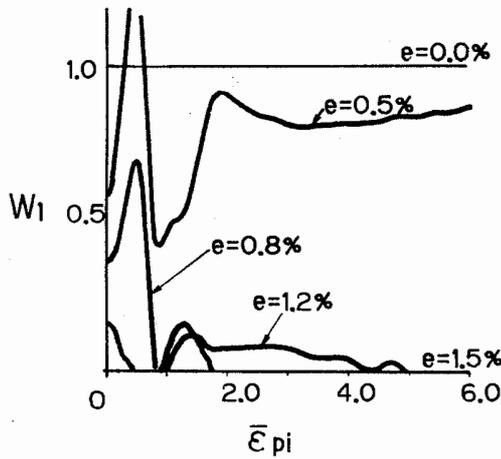
## -HT70-

$\bar{\epsilon}_{pi}(\%)$	0.0	0.1	0.4	1.0	2.0	5.0
$\kappa_o$	622.	623.	628.	638.	654.	718.
$d\kappa_o/d\bar{\epsilon}_{pi}$	1600.	1600.	1600.	1600.	1600.	1600.
$\kappa_{st}$	294.	463.	567.	633.	670.	730.
$d\kappa_{st}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	226000.	51000.	16400.	5440.	2700.	1470.
$\kappa_{conv}$	338.	543.	648.	699.	726.	762.
$d\kappa_{conv}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	280000.	53900.	12400.	4900.	1520.	784.

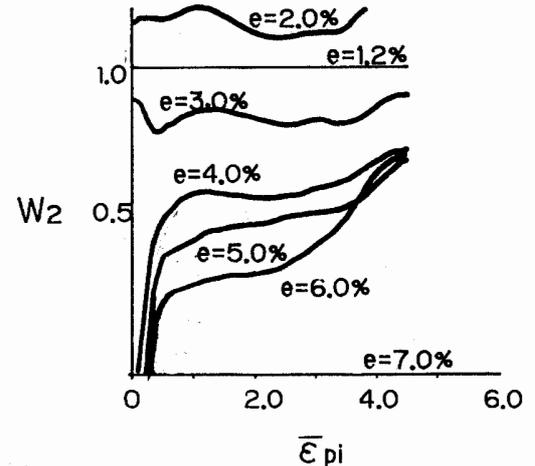
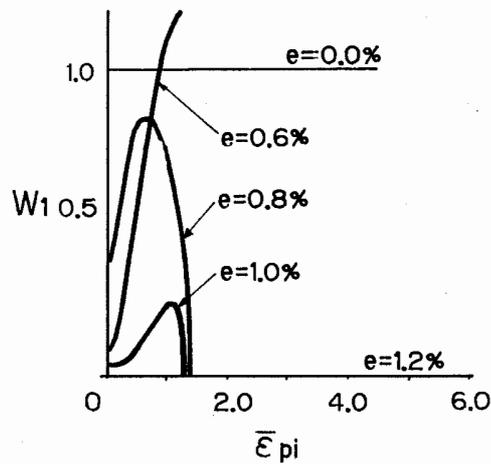
unit : MPa



(a) SM41A



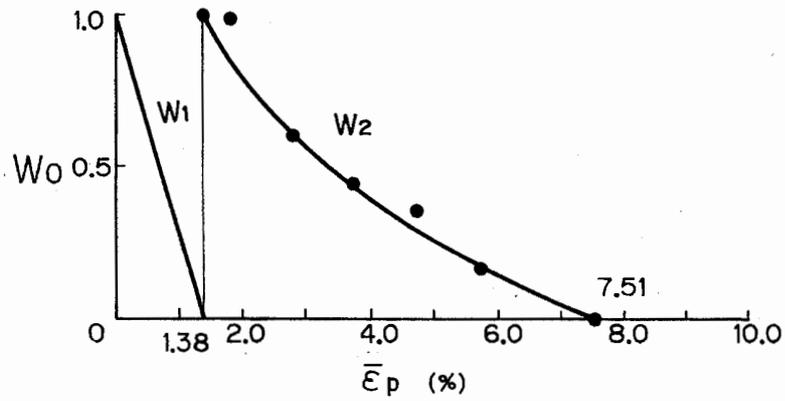
(b) SM50YB



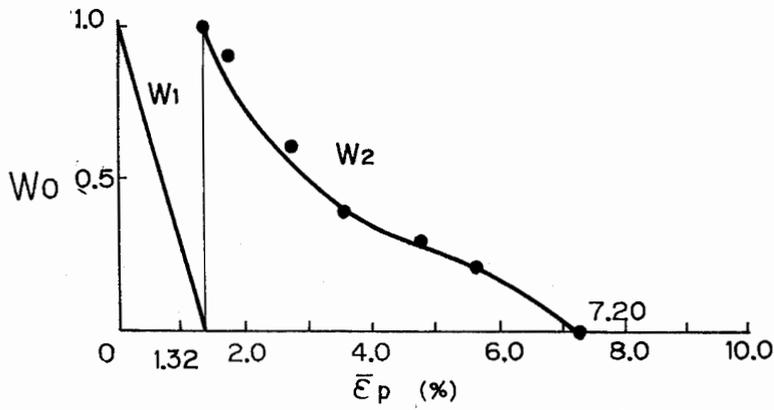
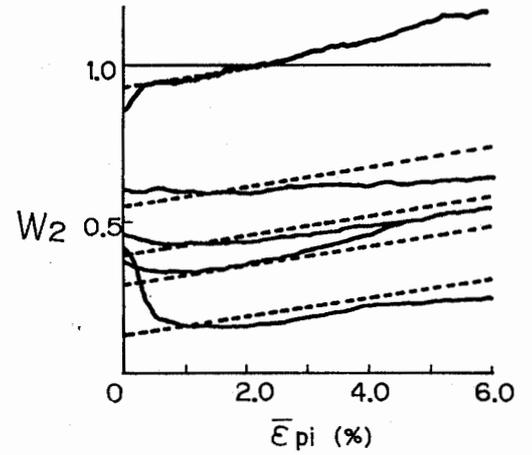
(c) HT70

Figure 3.5.1

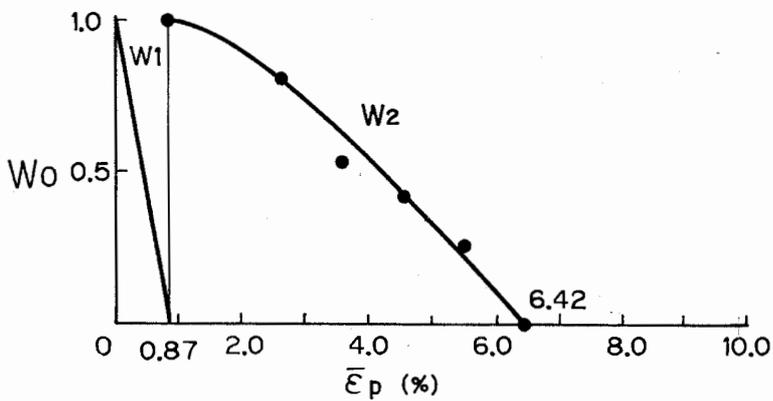
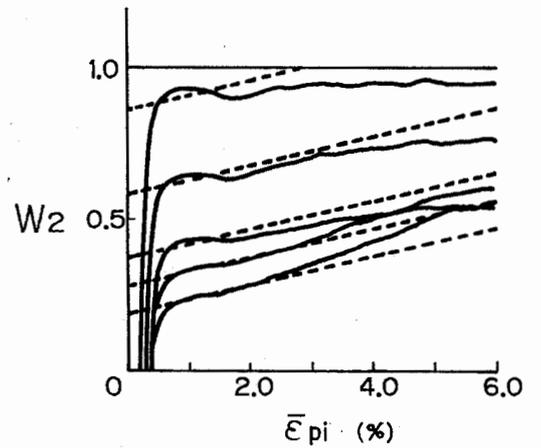
Relationships between weighting function values and equivalent plastic strain increment.



(a) SM41A



(b) SM50YB



(c) HT70

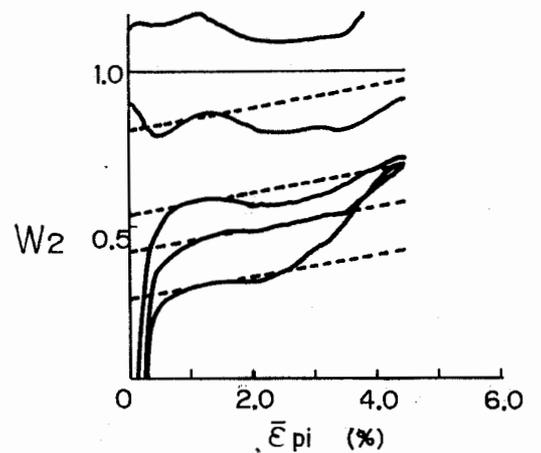


Figure 3.5.3

Weighting functions estimated in this study.

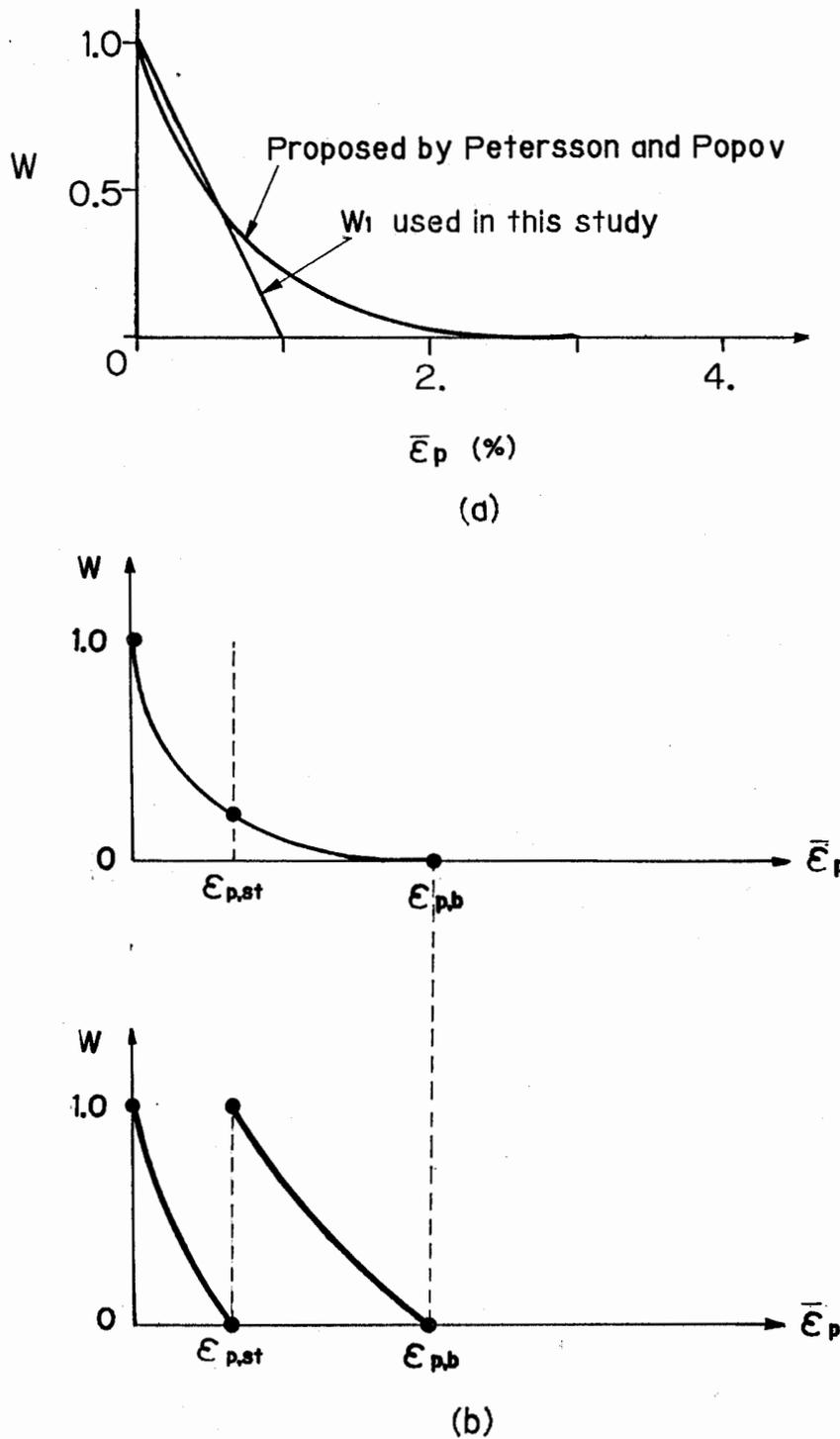


Figure 3.5.2

Weighting function proposed by Petersson and Popov.

Table 3.5.1

Relationship between  $W_0$  and  $\bar{\epsilon}_p$ .

(a) SM41A

$\bar{\epsilon}_p$ (%)	1.38*	1.83	2.80*	3.75	4.74	5.72*	7.51*
$W_0$	1.00	0.98	0.60	0.44	0.36	0.17	0.00

(b) SM50YB

$\bar{\epsilon}_p$ (%)	1.32*	1.76	2.73	3.53*	4.75	5.60*	7.20*
$w_0$	1.00	0.67	0.61	0.40	0.30	0.21	0.00

(c) HT70

$\bar{\epsilon}_p$ (%)	0.88*	2.63*	3.59	4.54*	5.49	6.42*	—
$W_0$	1.00	0.80	0.53	0.42	0.26	0.00	—

\* : The data was used for Lagrange interpolation.

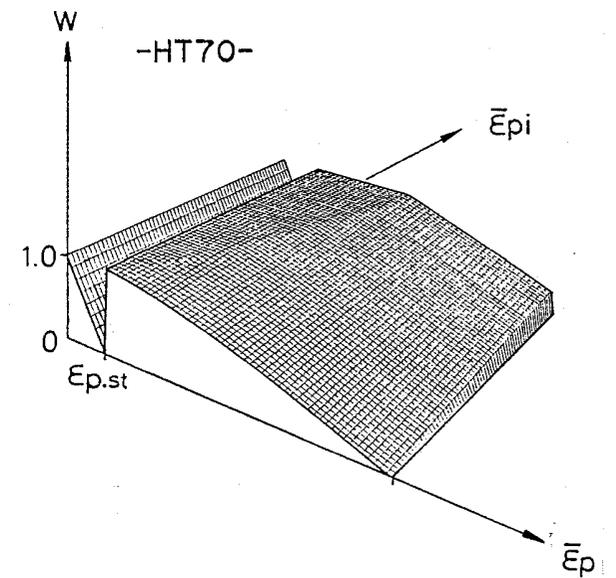
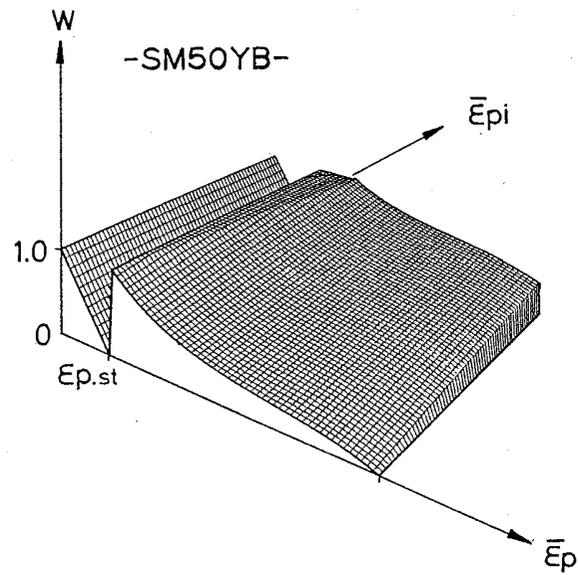
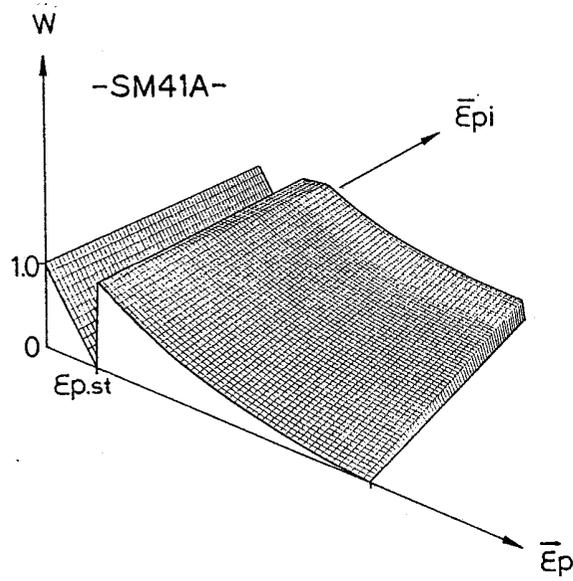


Figure 3.5.4  
 Three dimensional representation of  
 $W_0 - \bar{\epsilon}_p - \bar{\epsilon}_{pi}$  relations.

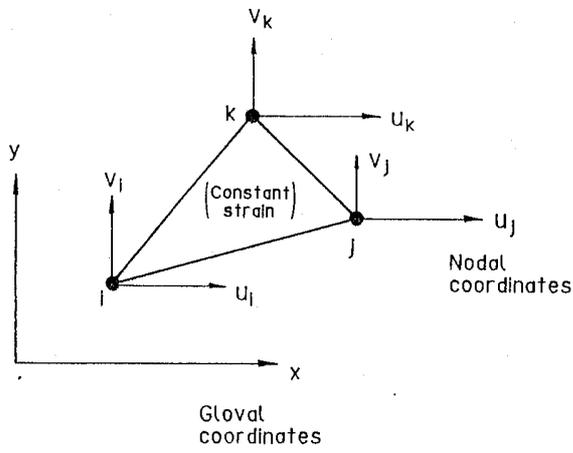


Figure 4.2.1  
Constant strain triangular finite element (204).

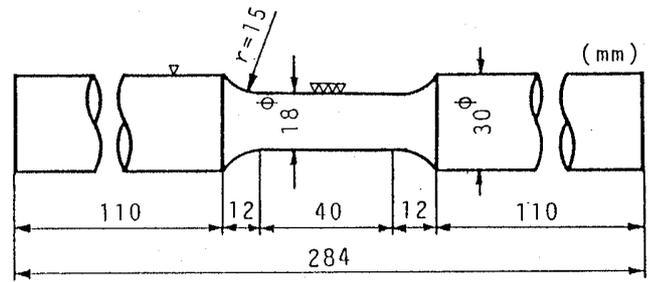


Figure 4.2.2  
Configuration of test specimens.

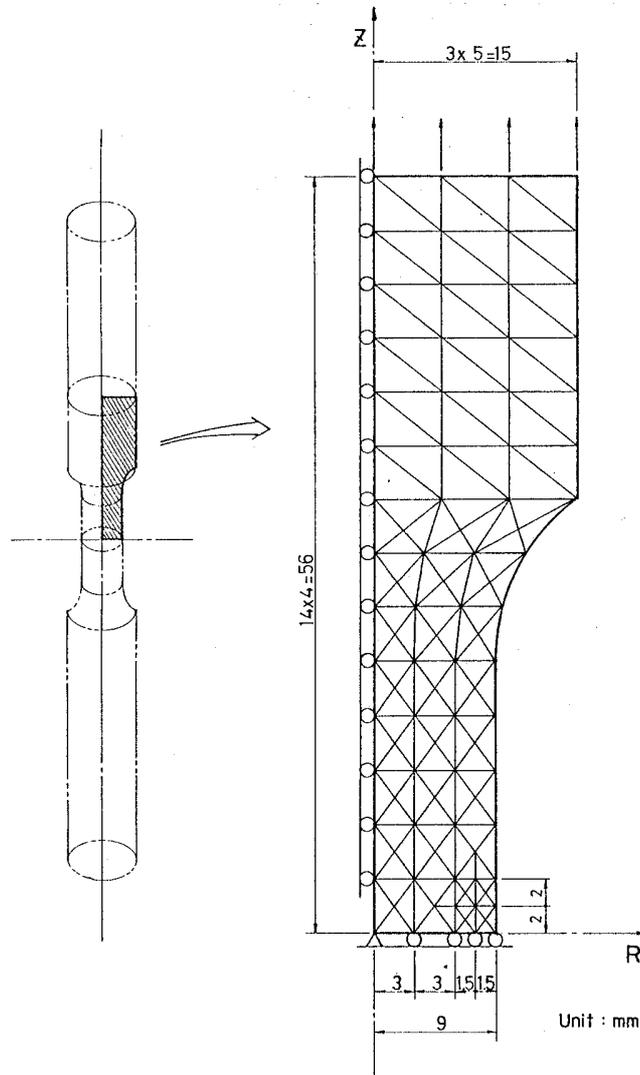


Figure 4.2.3  
Modelling of test specimens.

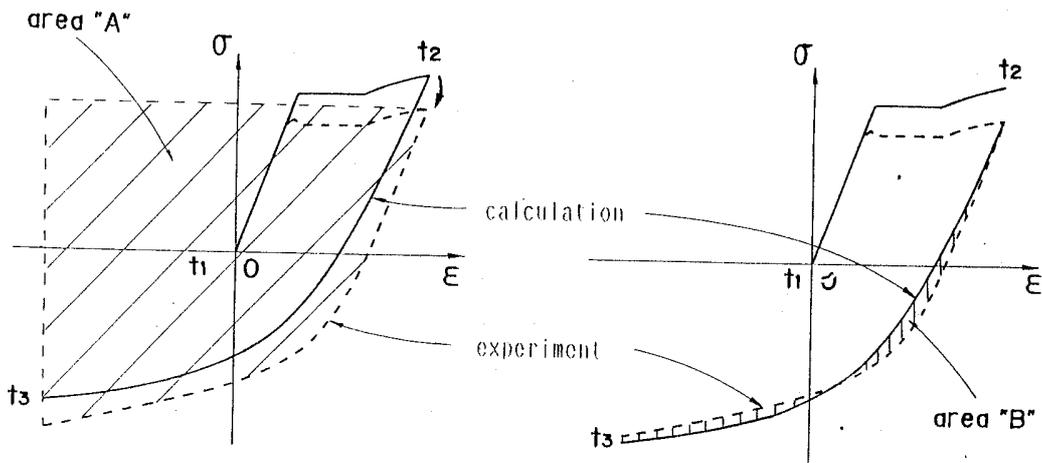


Figure 4.4.1  
 Definition of prediction error of stress-strain relations.

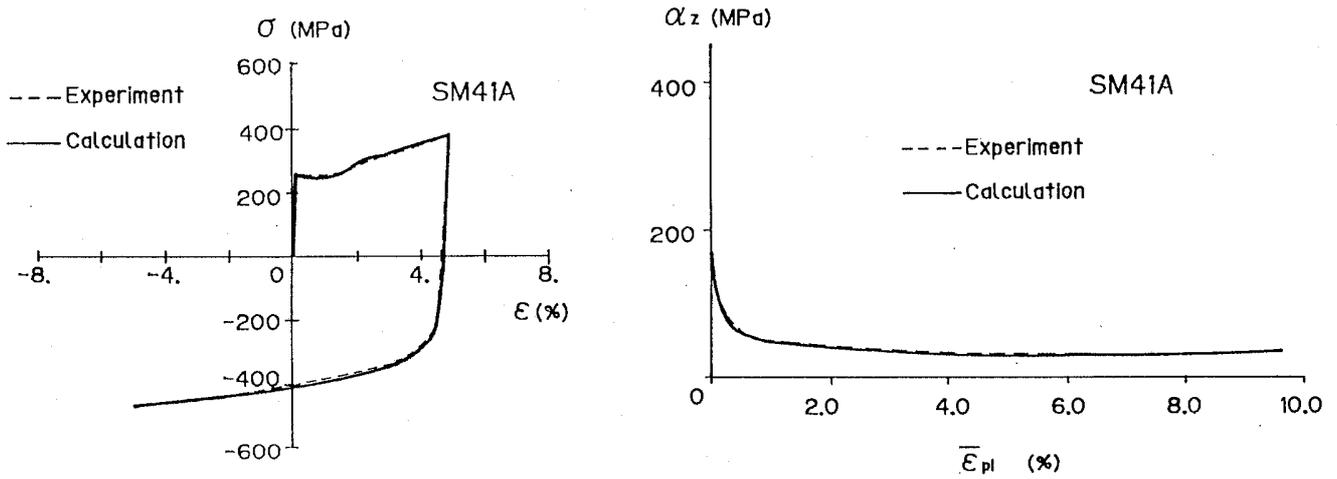


Figure 4.5.1  
 Comparisons of tension-compression stress-strain relations and longitudinal component of transfer vector; experiment and calculation (SM41A).

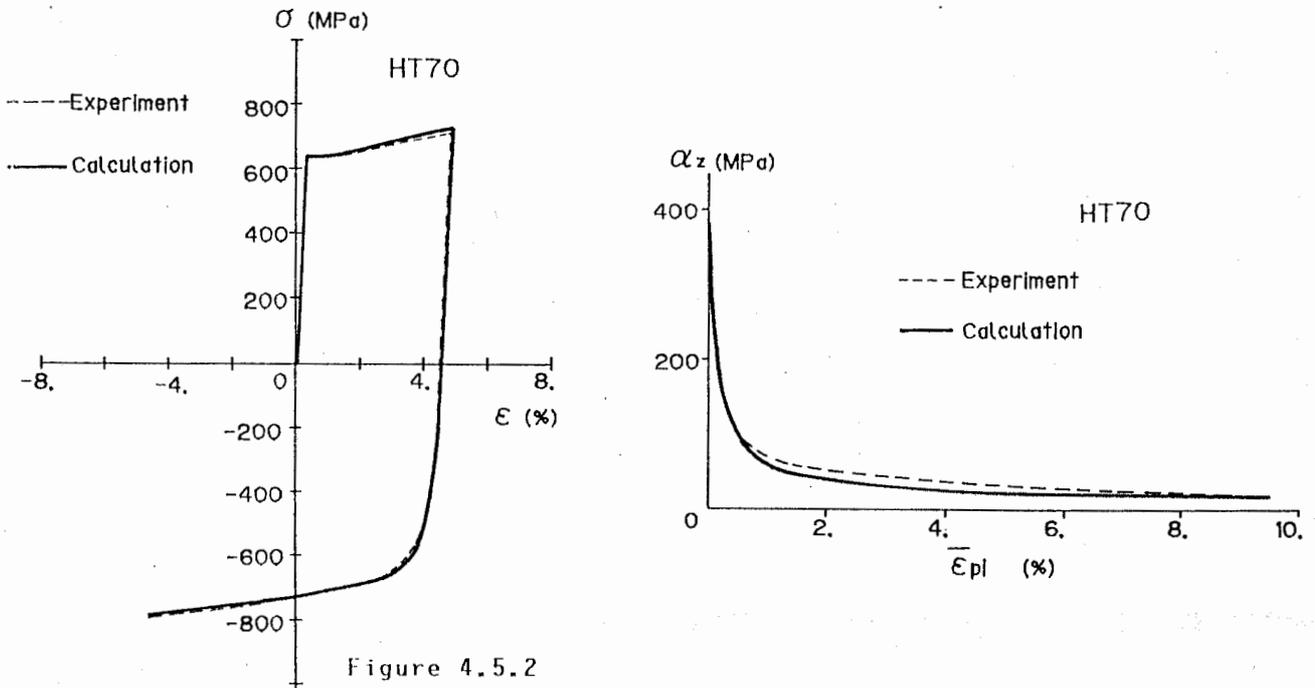


Figure 4.5.2

Comparisons of tension-compression stress-strain relations and longitudinal component of transfer vector; experiment and calculation (HT70).

Table 4.5.1 Definitions of the models of investigating the accuracy

name	accumulation of $\bar{\epsilon}_p$	fundamental surface size functions	weighting function
A-2-P	over all paths	$\kappa_o$ and $\kappa_{conv}$	by Ref.[4501]
A-2-L	over all paths	$\kappa_o$ and $\kappa_{conv}$	linear
P-2-P	as shown in Fig.2.3.5	$\kappa_o$ and $\kappa_{conv}$	by Ref.[4501]
P-2-L	as shown in Fig.2.3.5	$\kappa_o$ and $\kappa_{conv}$	linear
A-3-M	over all paths	$\kappa_o$ , $\kappa_{st}$ and $\kappa_{conv}$	measured*2
P-3-M	as shown in Fig.2.3.5	$\kappa_o$ , $\kappa_{st}$ and $\kappa_{conv}$	measured*2
P-3-M2*1	as shown in Fig.2.3.5	$\kappa_o$ , $\kappa_{st}$ and $\kappa_{conv}$	measured*3
P-3-L	as shown in Fig.2.3.5	$\kappa_o$ , $\kappa_{st}$ and $\kappa_{conv}$	linear

\*1 This model is proposed in this paper.  
 \*2 In these models only  $\bar{\epsilon}_p$  is a variable.  
 \*3 In this model  $\bar{\epsilon}_p$  and  $\bar{\epsilon}_{pi}$  are variables.

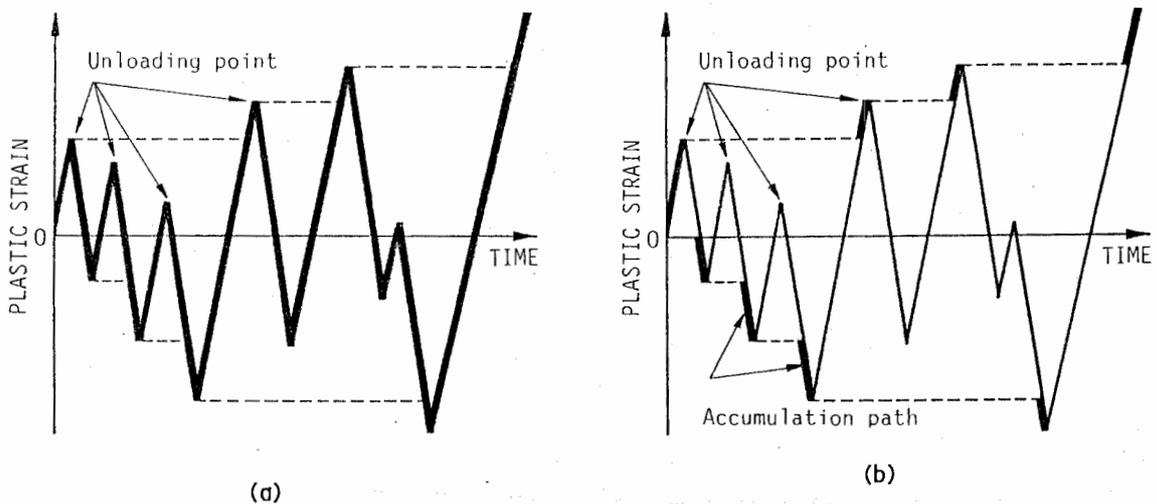


Figure 4.5.3

Two methods for evaluating cumulative plastic strain.

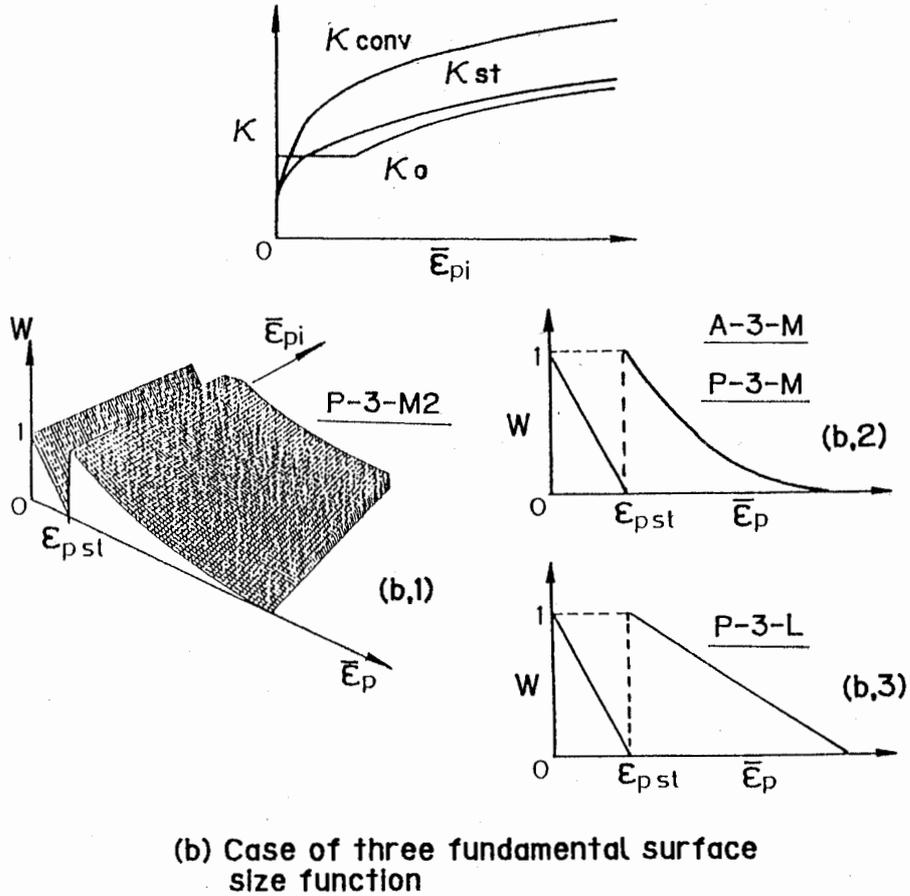
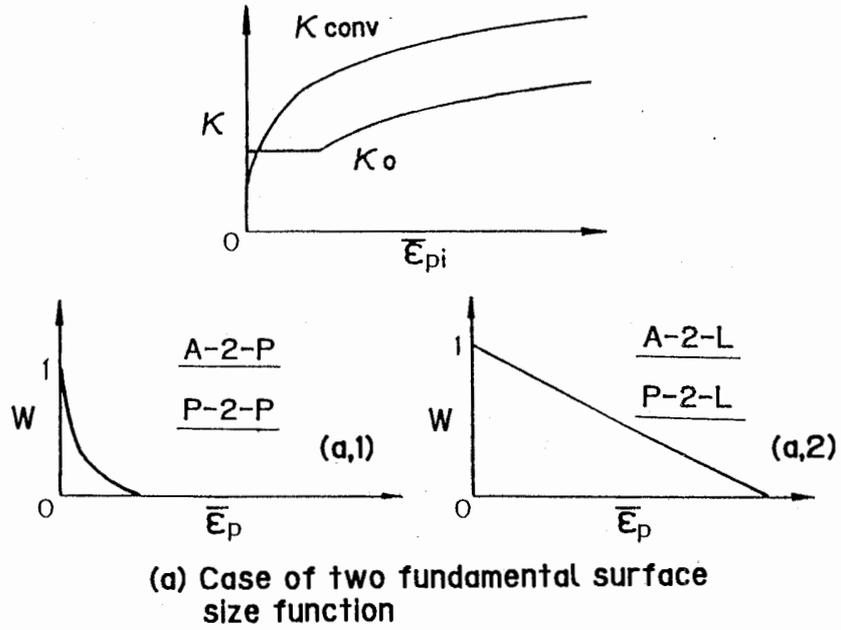


Figure 4.5.4

Fundamental surface size functions and weighting functions for each models.

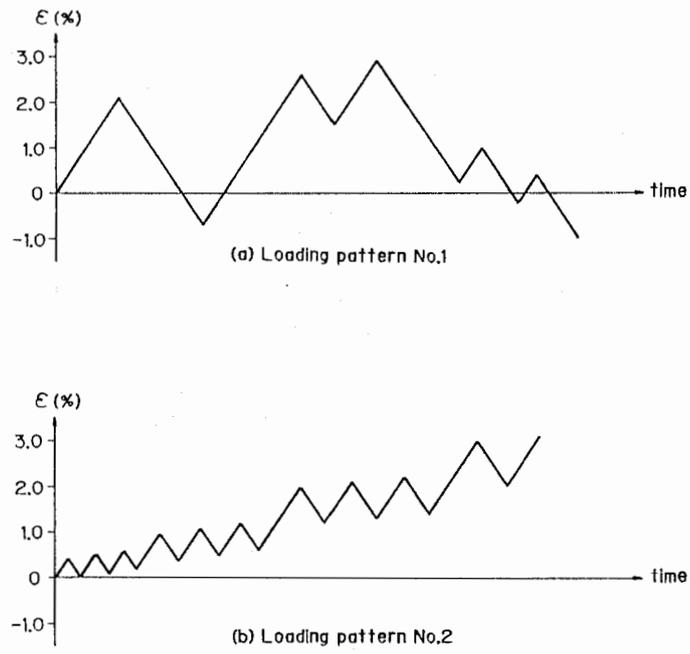


Figure 4.5.5  
Pattern of strain histories calculated.

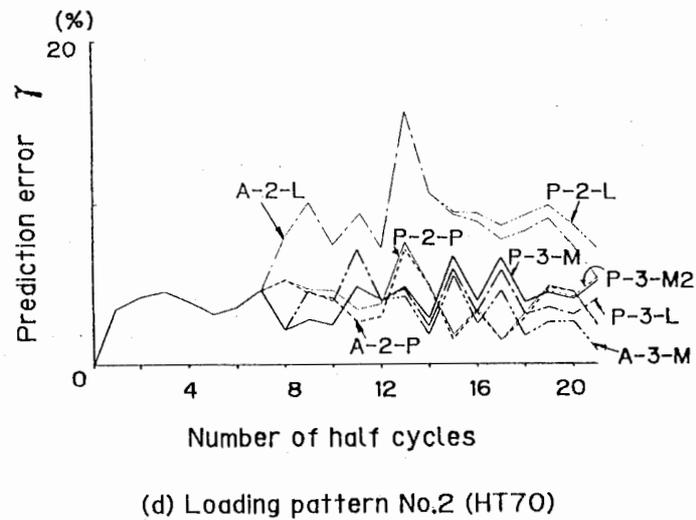
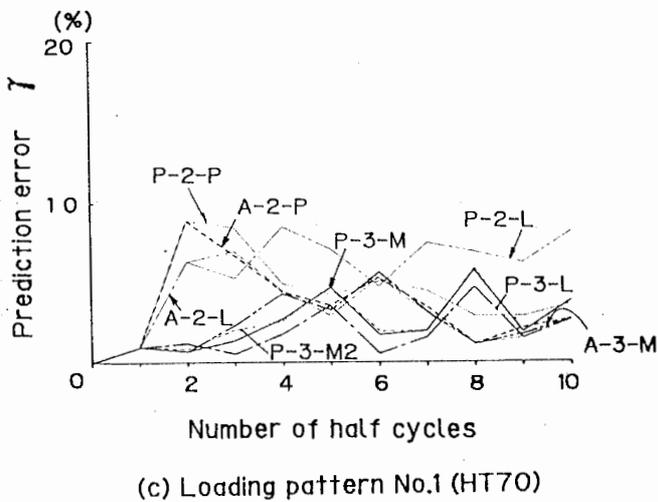
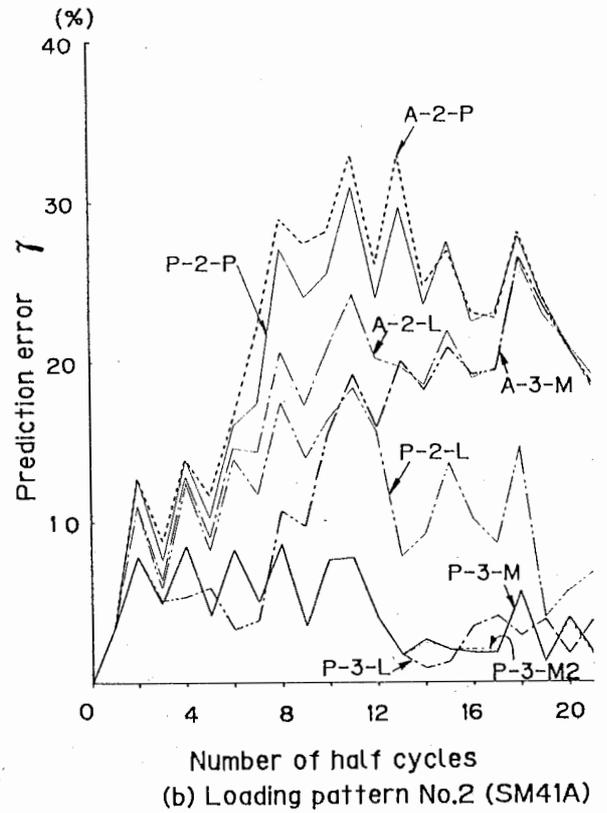
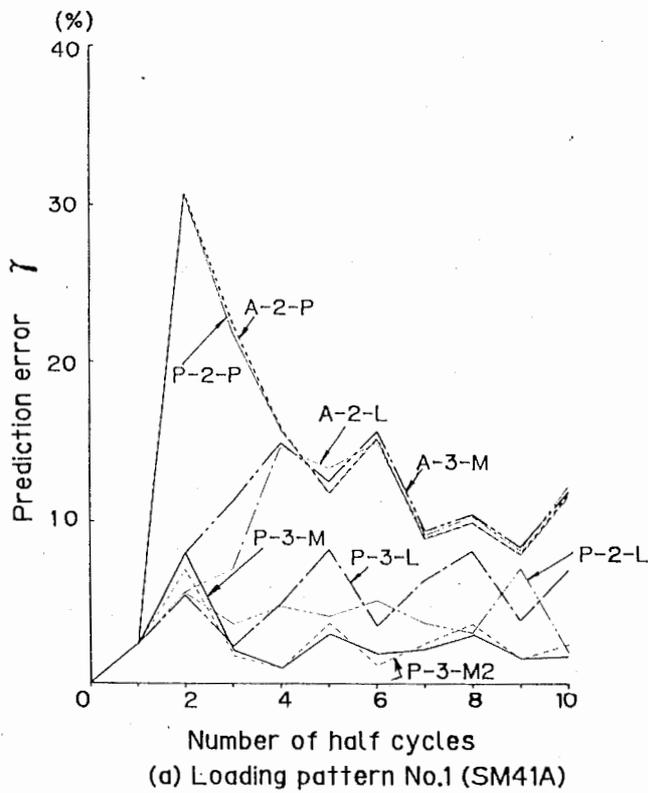
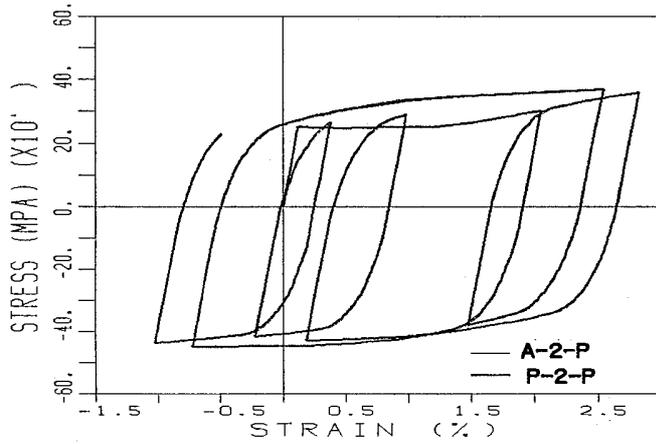


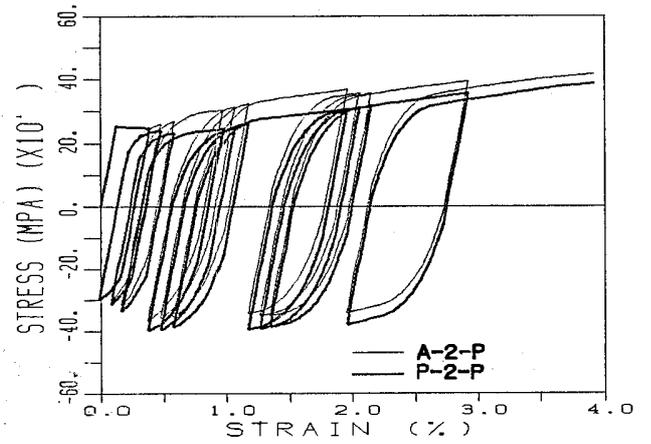
Figure 4.5.6  
Prediction errors of each stress-strain paths.

Table 4.5.2 Prediction errors of each models. (%)

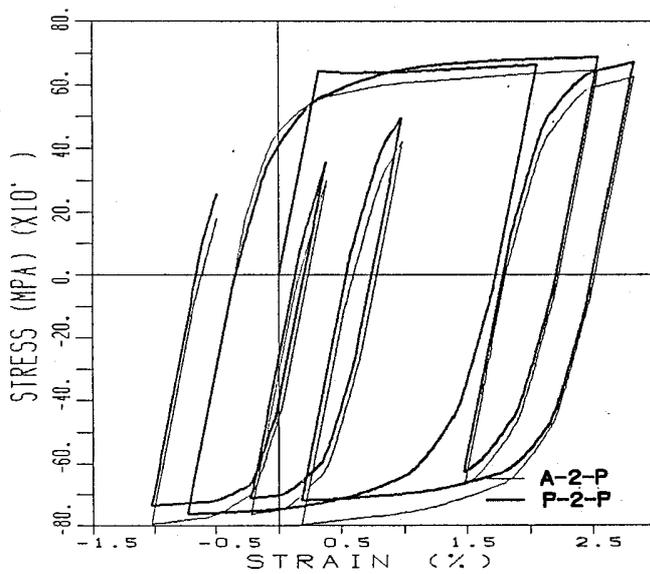
	A-2-P	A-2-L, P-2-P	P-2-L	A-3-M	P-3-M	P-3-M2	P-3-L	
SM41A (1)	17.5	9.7	17.4	4.2	11.1	2.9	3.1	4.7
SM41A (2)	23.6	19.0	22.6	10.0	16.8	3.7	3.7	4.0
HT70 (1)	5.3	4.8	6.0	5.8	2.6	2.2	2.0	1.4
HT70 (2)	4.0	8.6	4.2	9.0	3.5	4.5	4.5	4.0



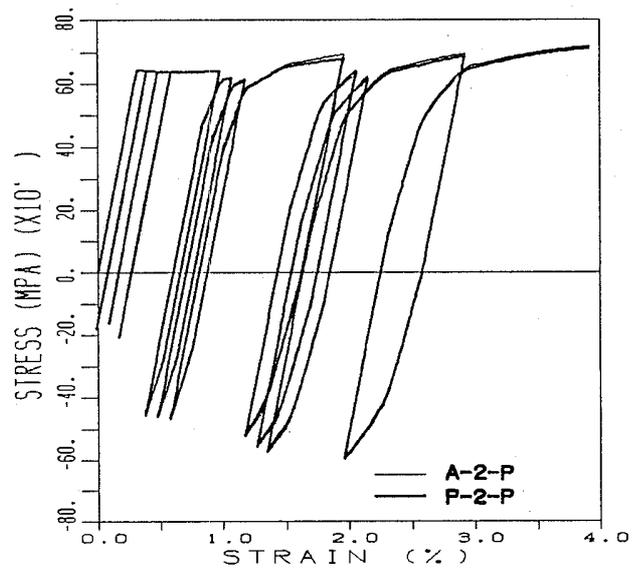
(a) Loading pattern No.1(SM41A)



(b) Loading pattern No.2(SM41A)



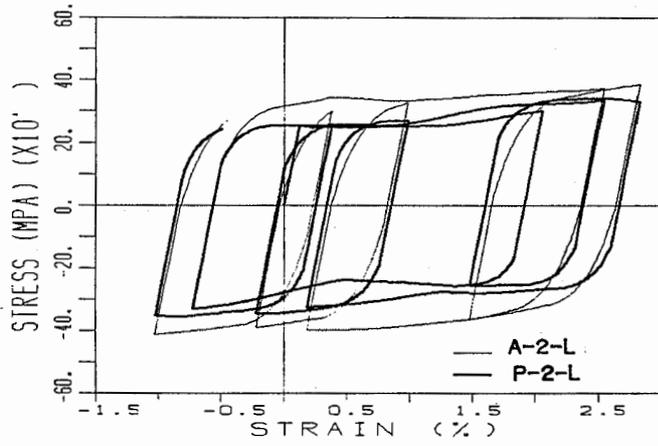
(c) Loading pattern No.1(HT70)



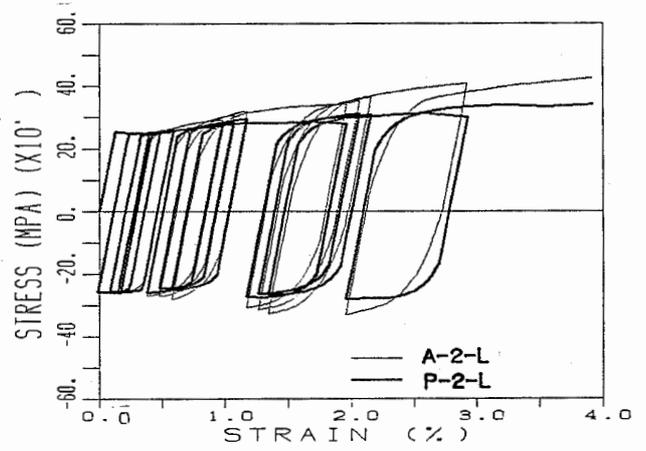
(d) Loading pattern No.2(HT70)

**Figure 4.5.7**

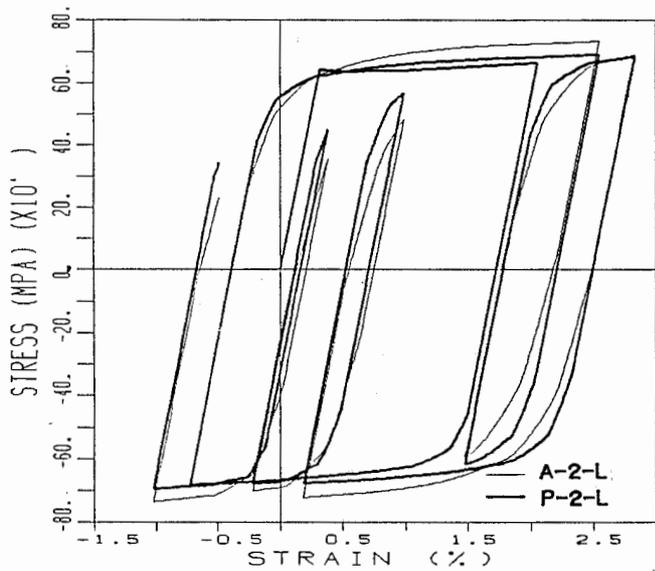
Comparisons of calculated stress-strain relations;  
Model A-2-P and Model P-2-P.



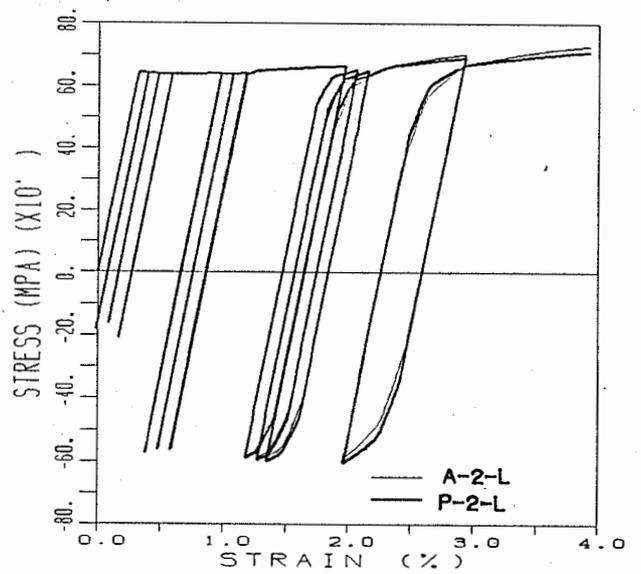
(a) Loading pattern No.1(SM41A)



(b) Loading pattern No.2(SM41A)



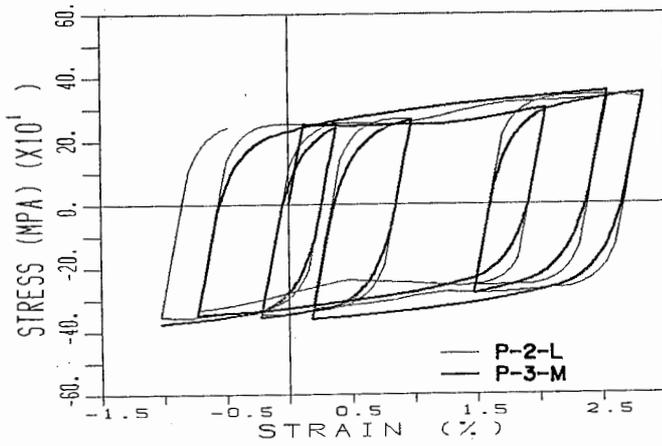
(c) Loading pattern No.1(HT70)



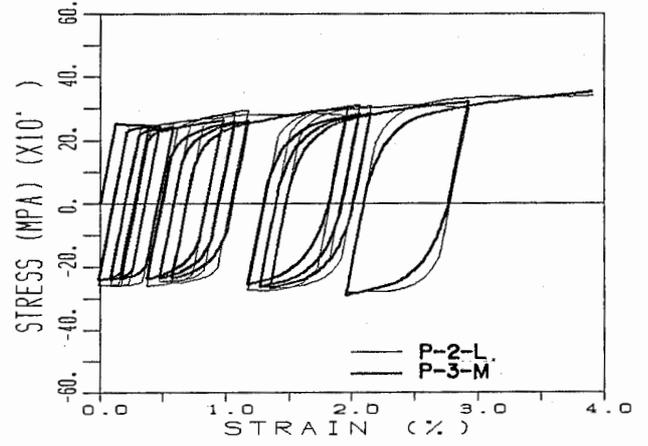
(d) Loading pattern No.2(HT70)

Figure 4.5.8

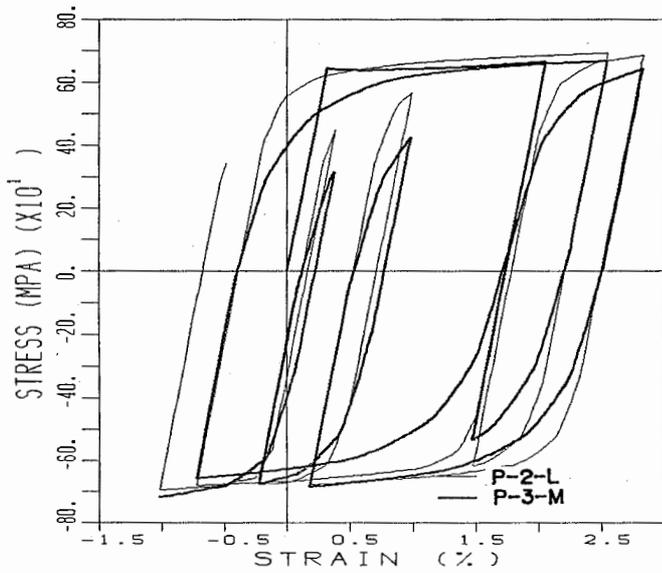
Comparisons of calculated stress-strain relations;  
Model A-2-L and Model P-2-L.



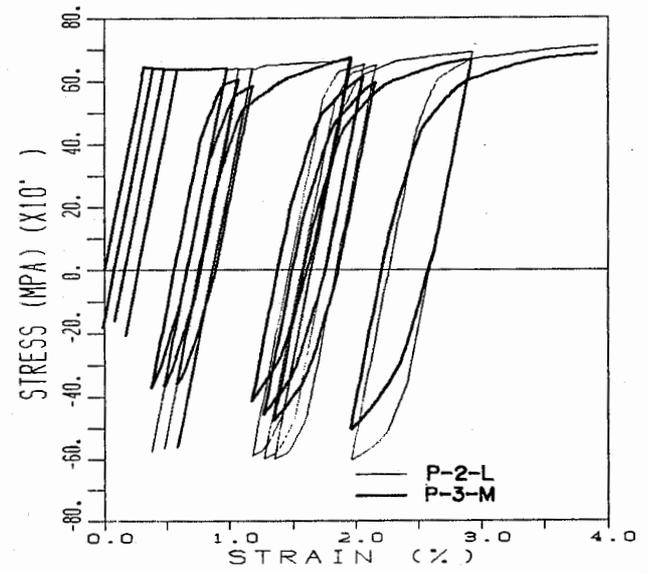
(a) Loading pattern No.1(SM41A)



(b) Loading pattern No.2(SM41A)



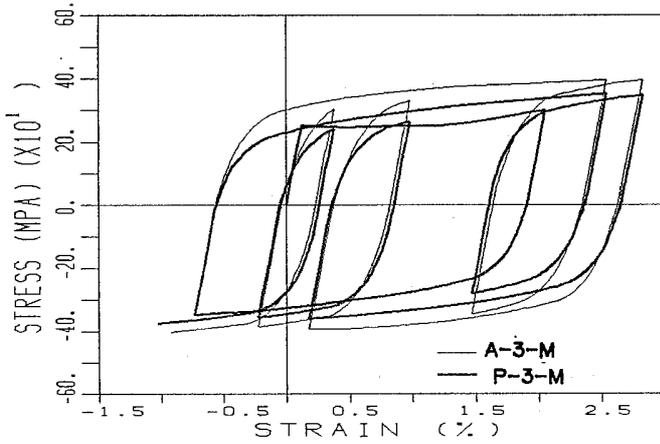
(c) Loading pattern No.1(HT70)



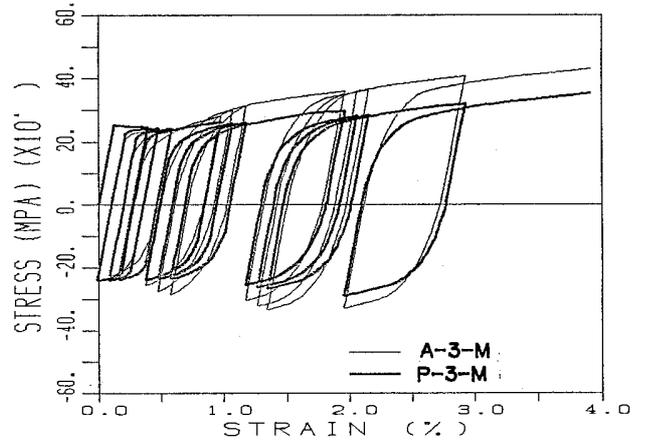
(d) Loading pattern No.2(HT70)

Figure 4.5.9

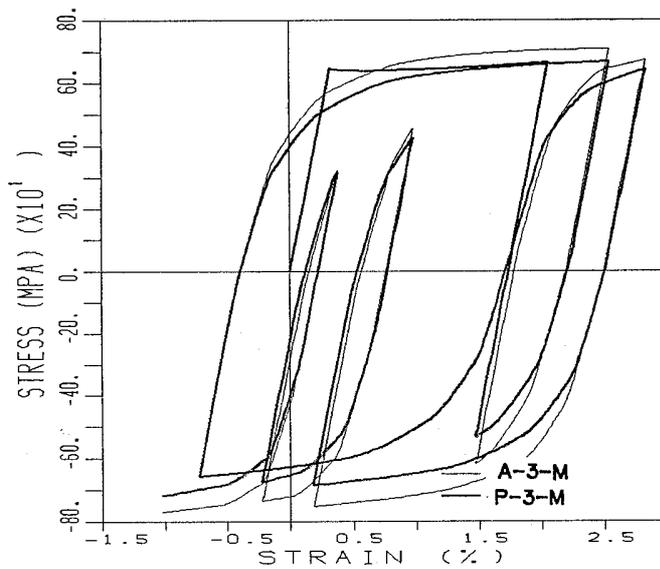
Comparisons of calculated stress-strain relations;  
Model P-2-L and Model P-3-M.



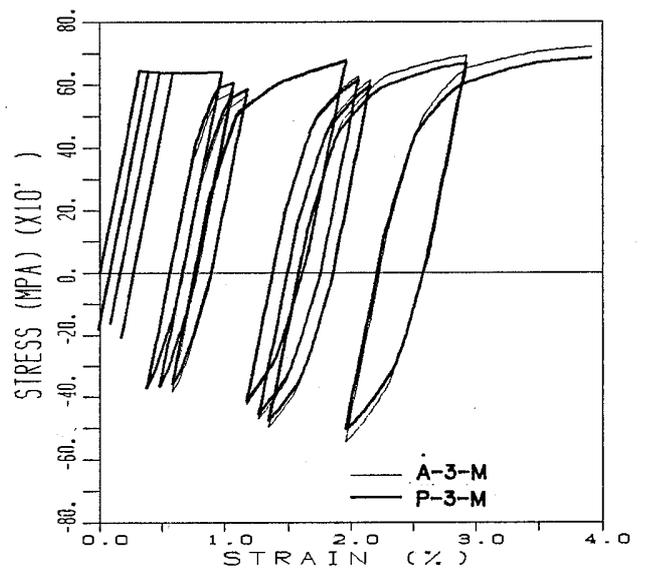
(a) Loading pattern No.1(SM41A)



(b) Loading pattern No.2(SM41A)



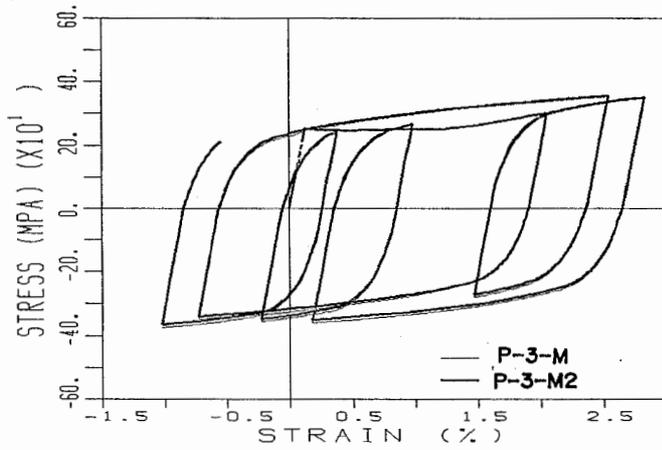
(c) Loading pattern No.1(HT70)



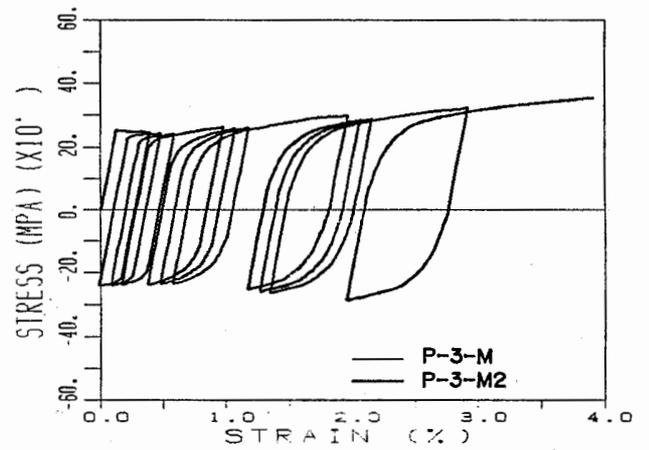
(d) Loading pattern No.2(HT70)

Figure 4.5.10

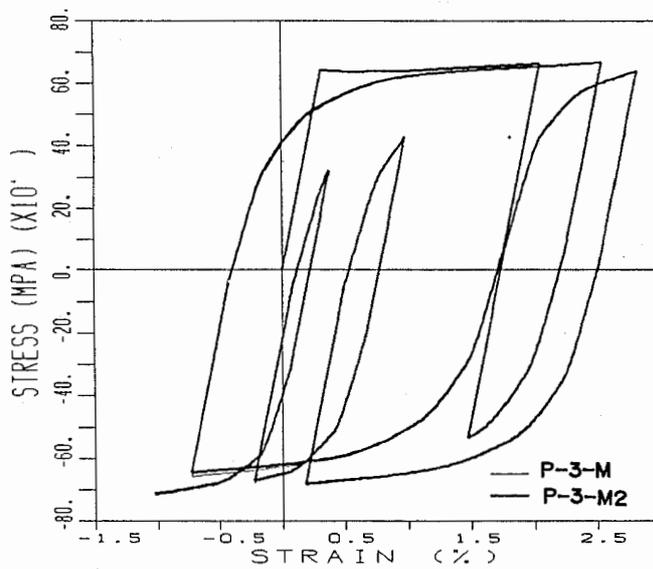
Comparisons of calculated stress-strain relations;  
Model A-3-M and Model P-3-M.



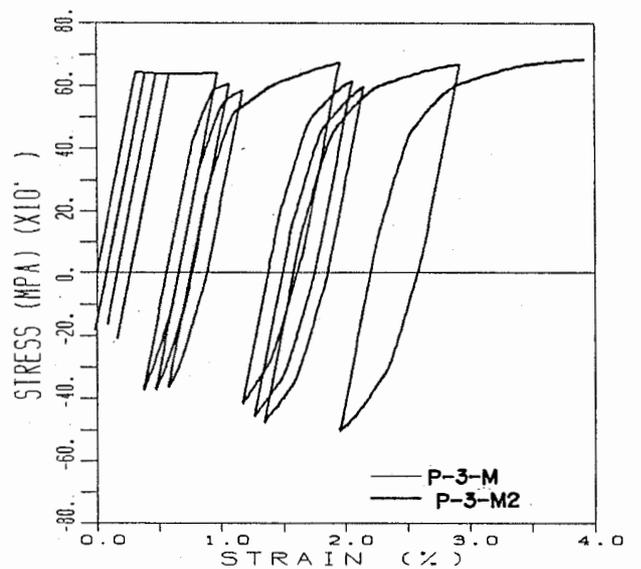
(a) Loading pattern No.1(SM41A)



(b) Loading pattern No.2(SM41A)



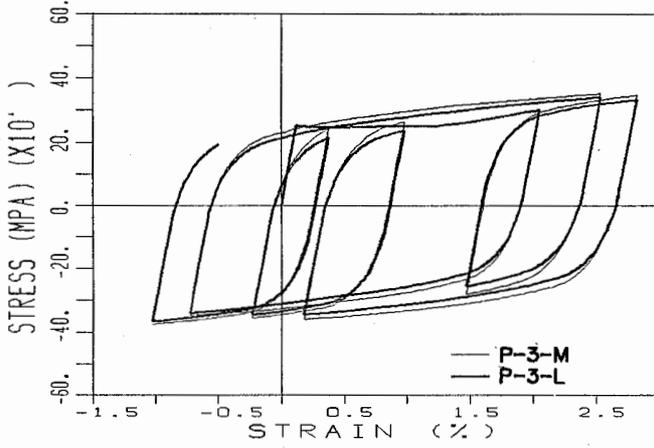
(c) Loading pattern No.1(HT70)



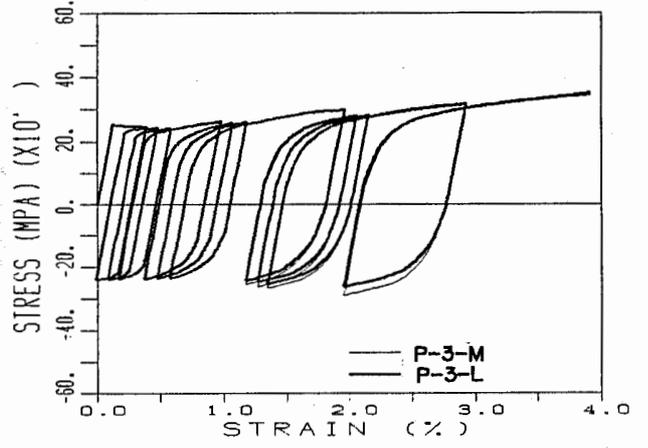
(d) Loading pattern No.2(HT70)

**Figure 4.5.11**

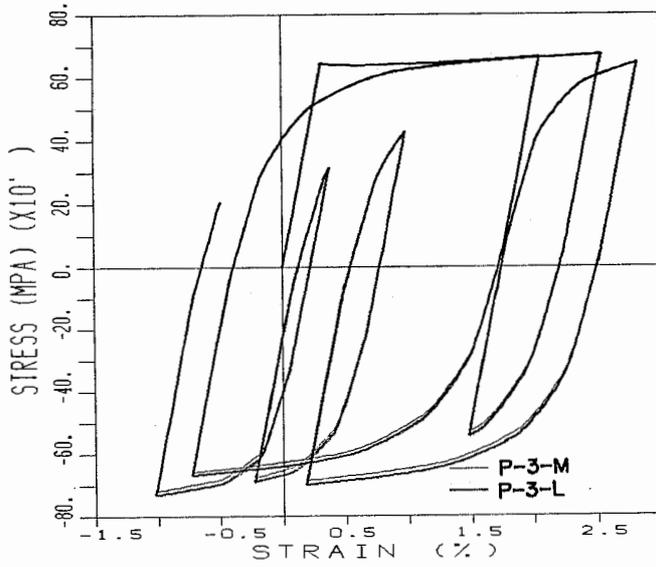
Comparisons of calculated stress-strain relations;  
Model P-3-M and Model P-3-M2.



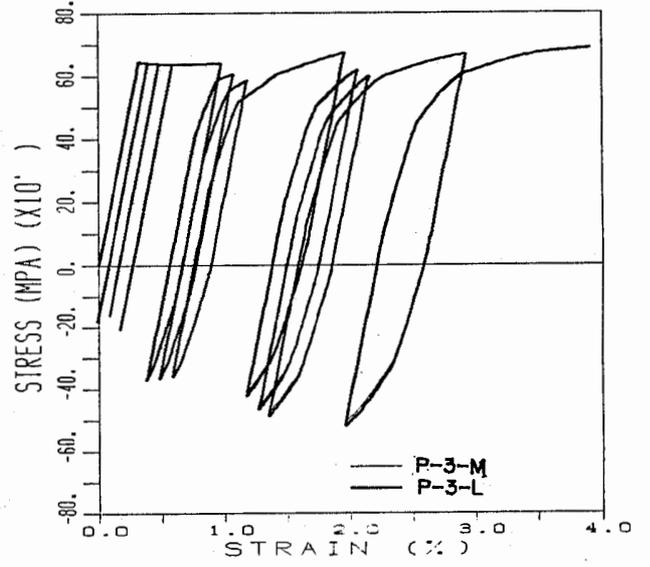
(a) Loading pattern No.1(SM41A)



(b) Loading pattern No.2(SM41A)



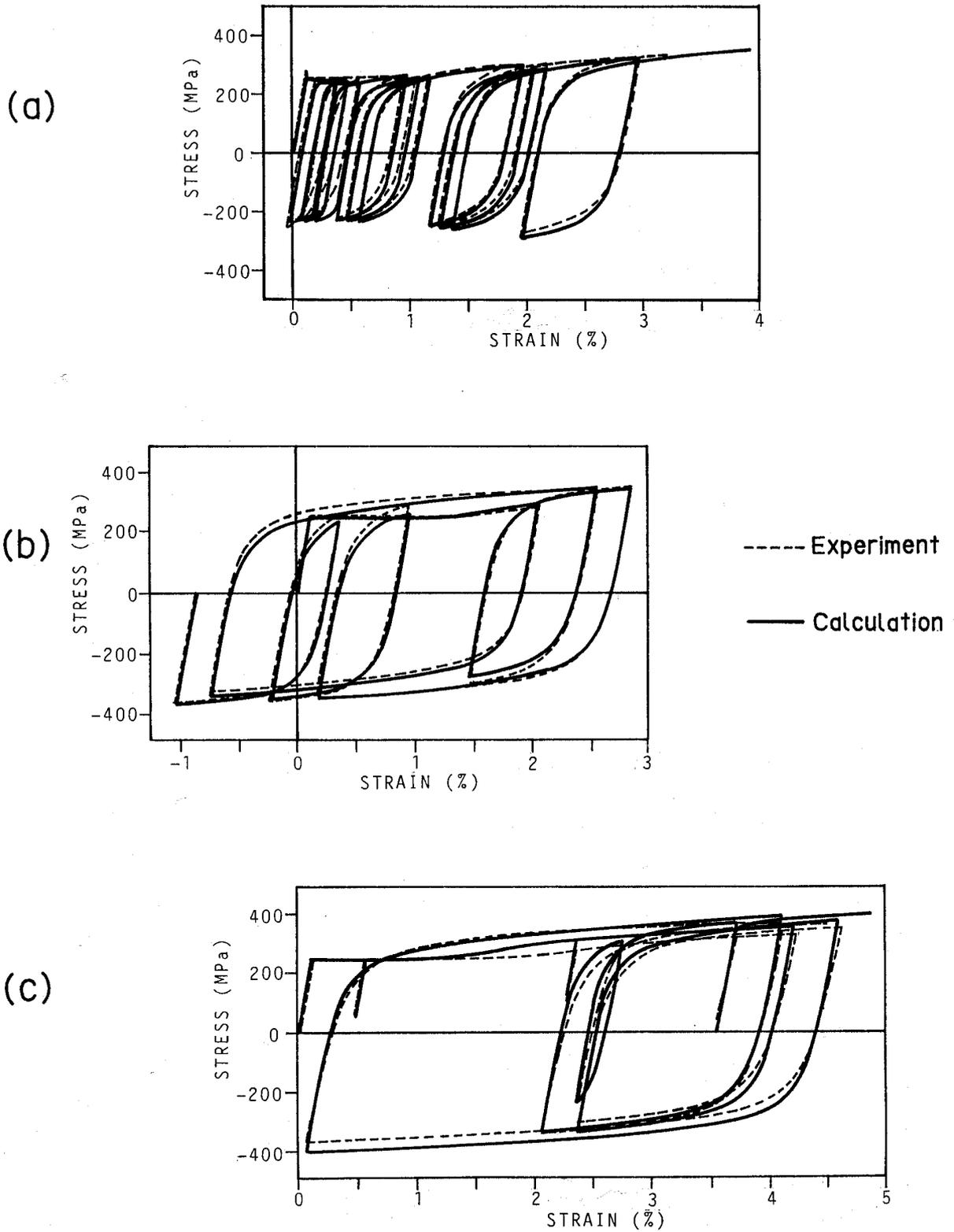
(c) Loading pattern No.1(HT70)



(d) Loading pattern No.2(HT70)

Figure 4.5.12

Comparisons of calculated stress-strain relations;  
Model P-3-M and Model P-3-L.



**Figure 4.5.13**

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (SM41A).

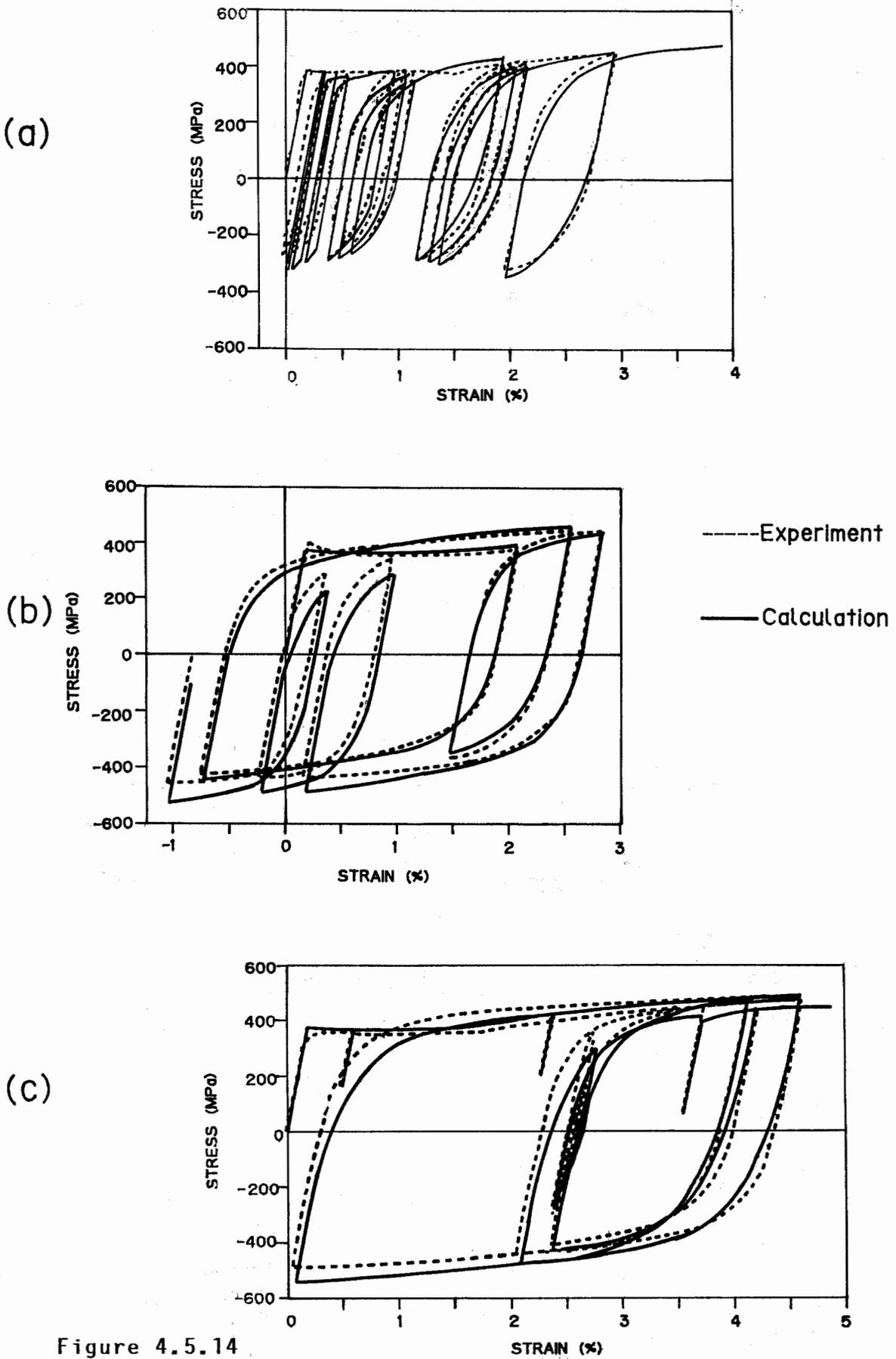
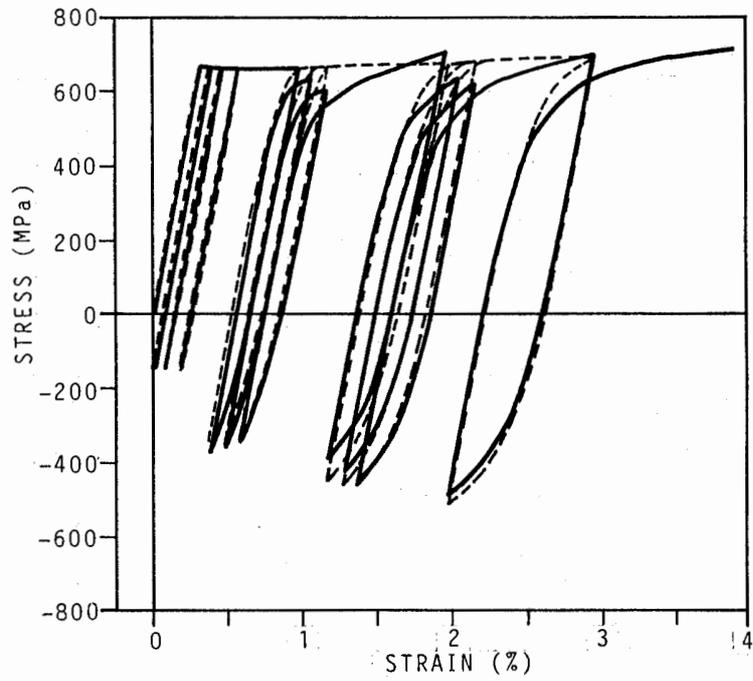
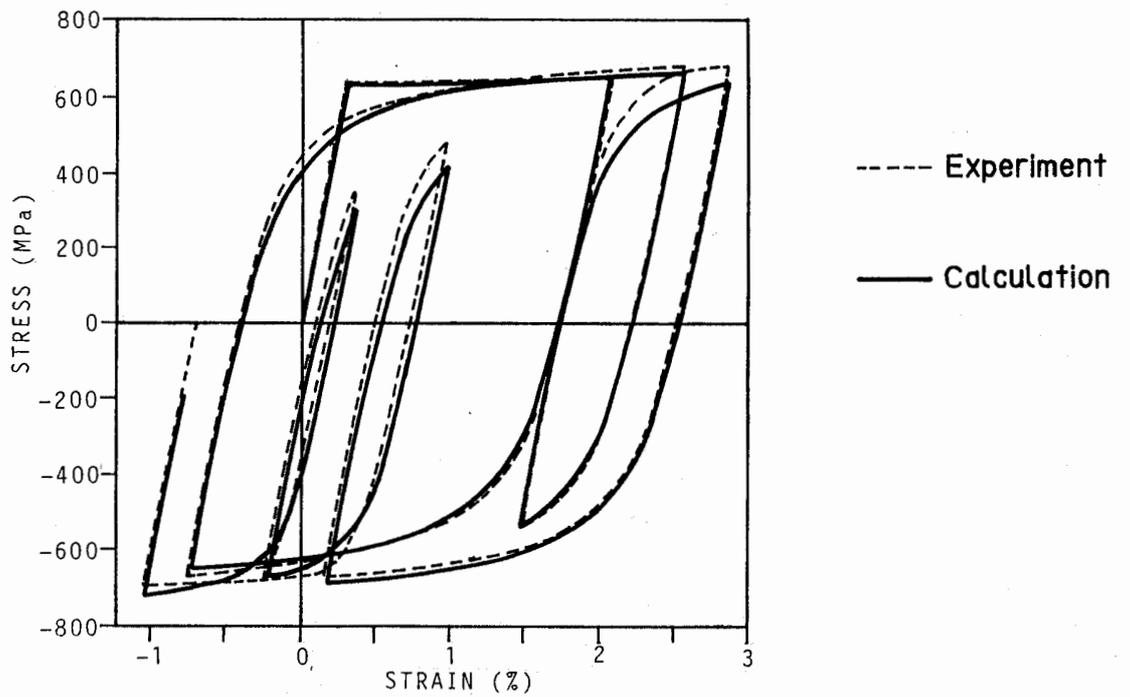


Figure 4.5.14 Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (SM50YB).

(a)



(b)



**Figure 4.5.15**

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (HT70) (to be continued).

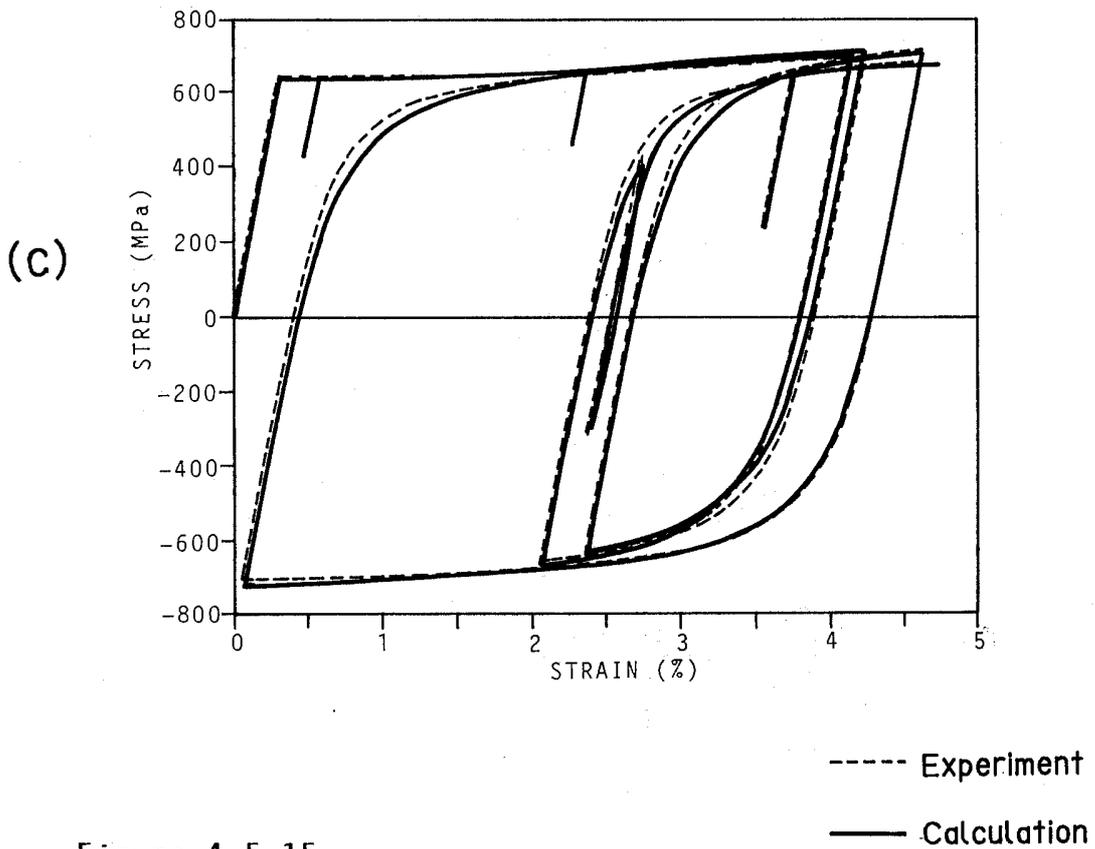
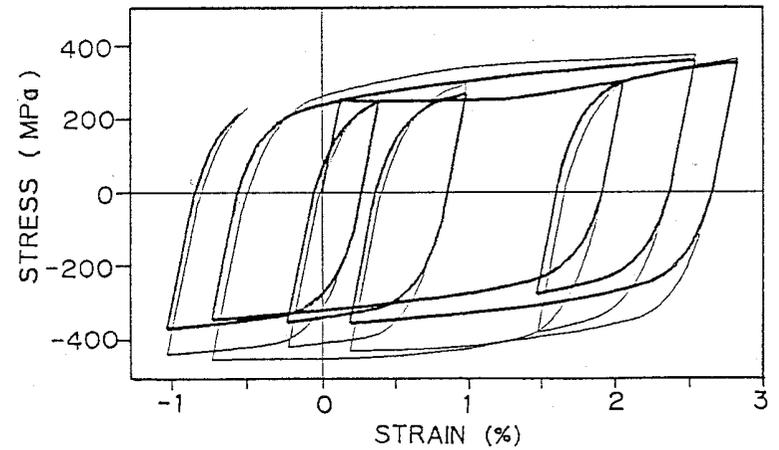
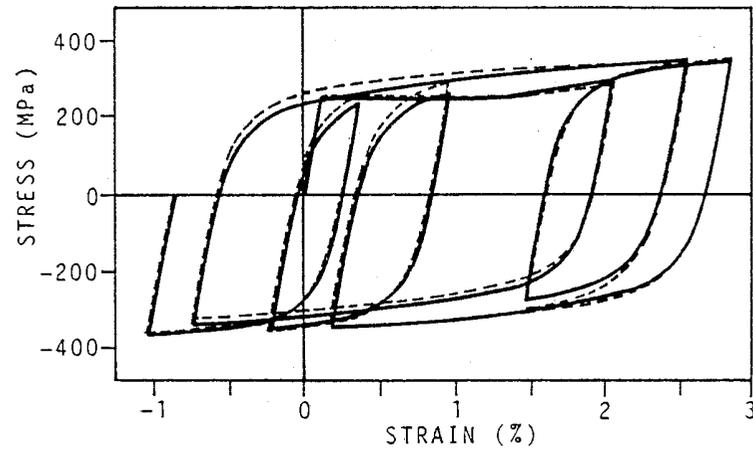
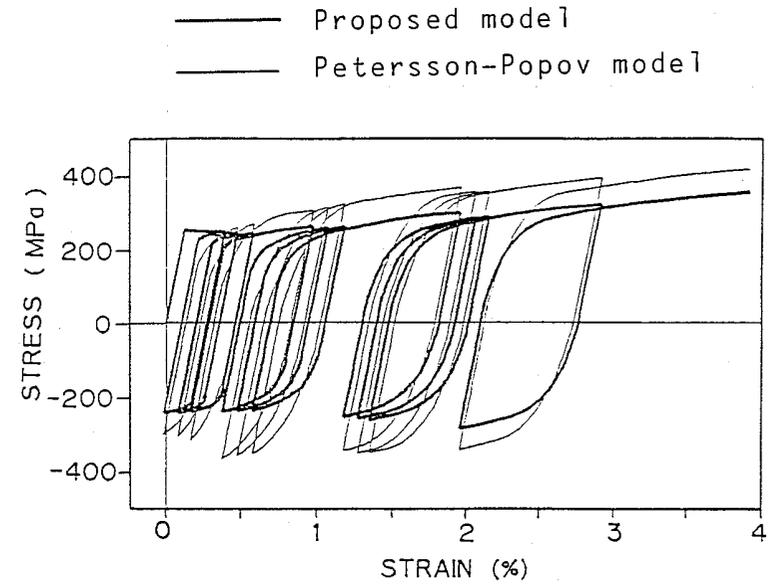
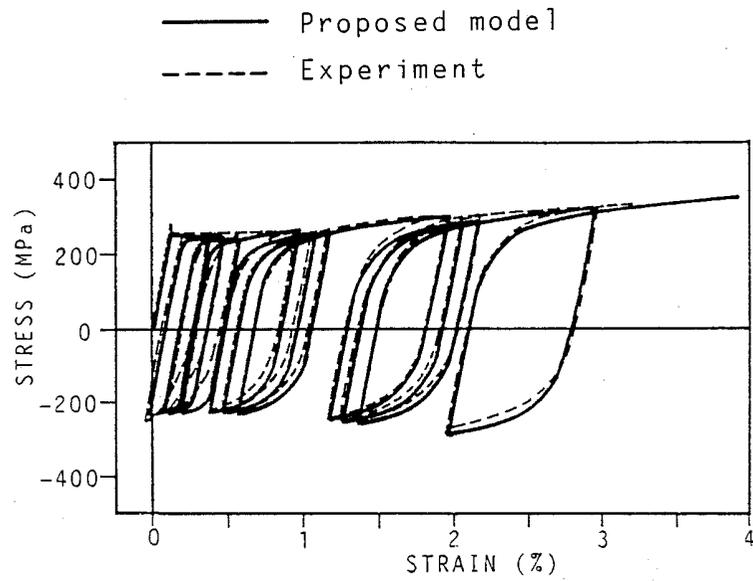
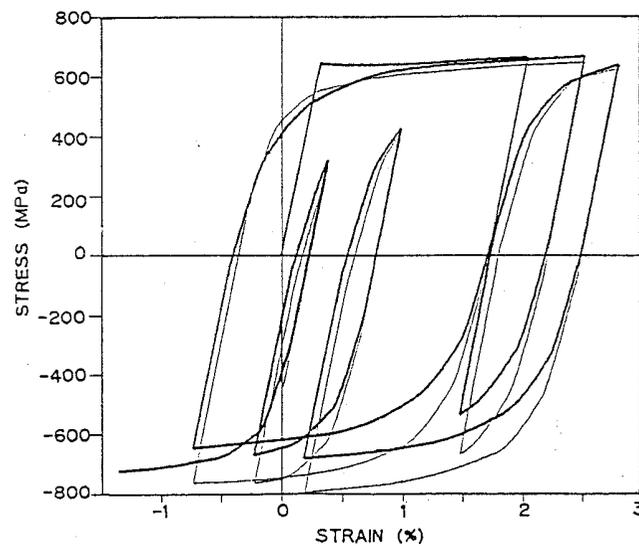
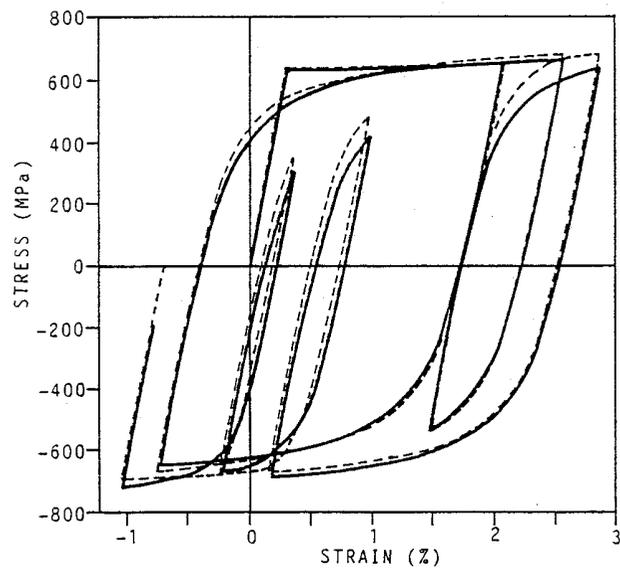
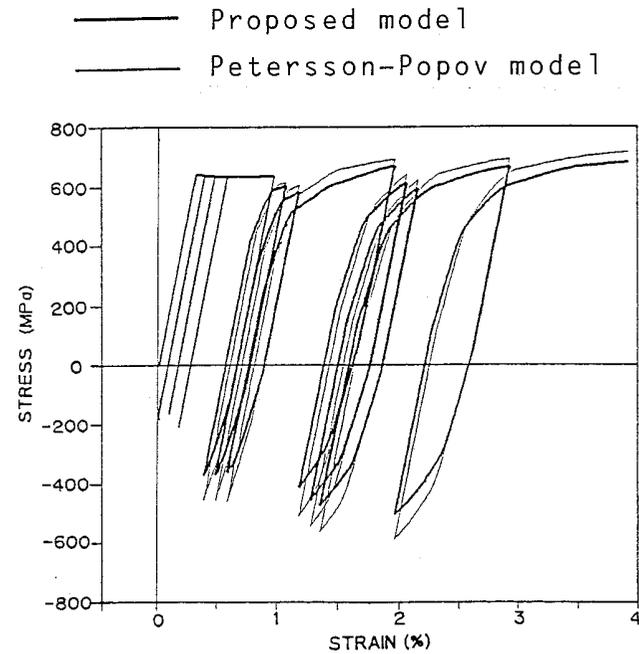
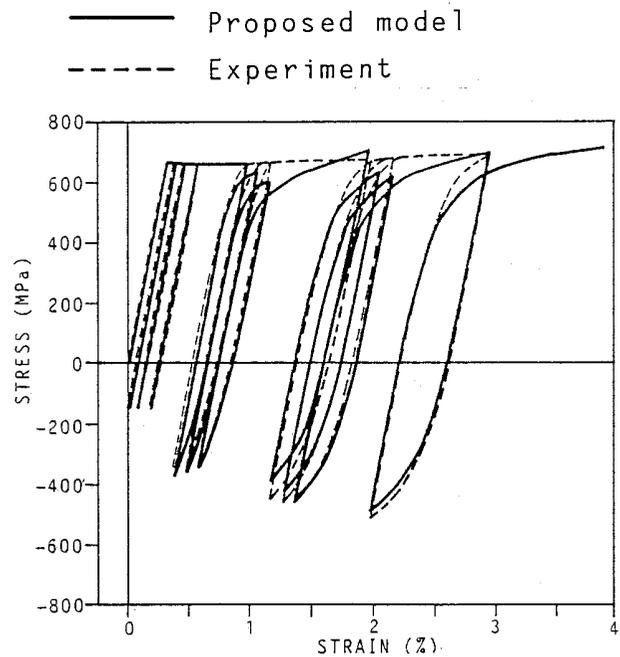


Figure 4.5.15

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (HT70).



**Figure 4.5.16**  
Comparisons of stress-strain relations;  
Proposed model and Petersson-Popov model(SM41A).



**Figure 4.5.17**

Comparisons of stress-strain relations;  
 Proposed model and Petersson-Popov model(HT70).

Table 4.6.1  
Mechanical properties and chemical compositions.

	Tension test			Chemical composition %					
	Y.P. (Mpa)	T.S. (Mpa)	EL. (%)	C	Si X100	Mn	P X1000	S X1000	Ceq X100
SM50A	353	529	28	16	33	145	16	2	14

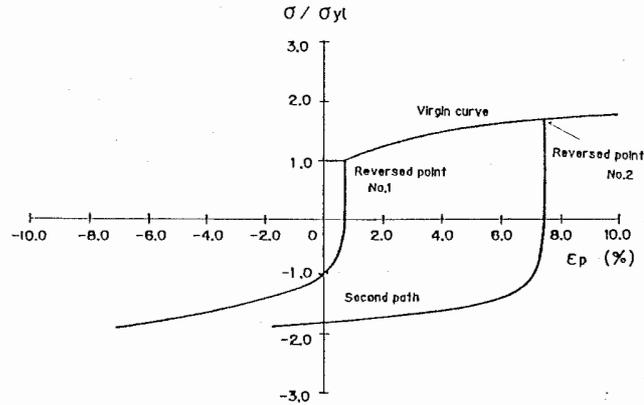
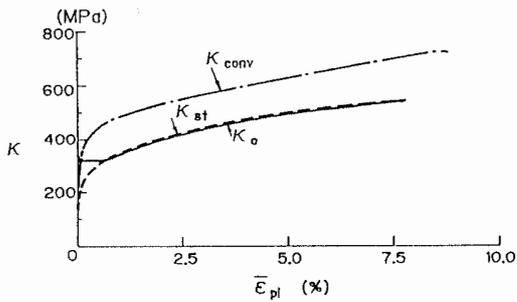


Figure 4.6.1  
Experimental stress-plastic strain relations for estimating fundamental surface size functions.



$\bar{\epsilon}_{pl}(\%)$	0.0	0.1	0.4	1.0	2.0	6.0
$K_{co}$	313.	315.	316.	338.	394.	514.
$dK_{co}/d\bar{\epsilon}_{pl}$	825.	825.	825.	6200.	4900.	1620.
$K_{st}$	151.	231.	297.	350.	402.	518.
$dK_{st}/d\bar{\epsilon}_{pl}$	67800.	40000.	16700.	4900.	4120.	1620.
$K_{conv}$	172.	346.	435.	489.	534.	658.
$dK_{conv}/d\bar{\epsilon}_{pl}$	123000.	63700.	13700.	6860.	3430.	2650.

unit : MPa

Figure 4.6.2  
Fundamental surface size functions.

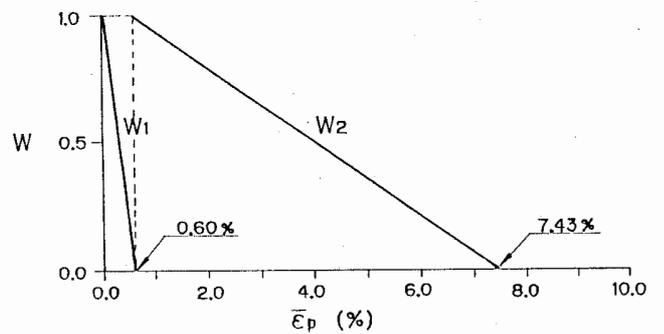
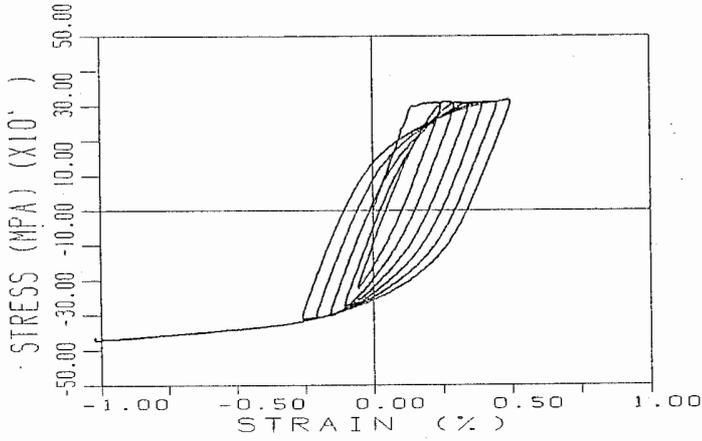
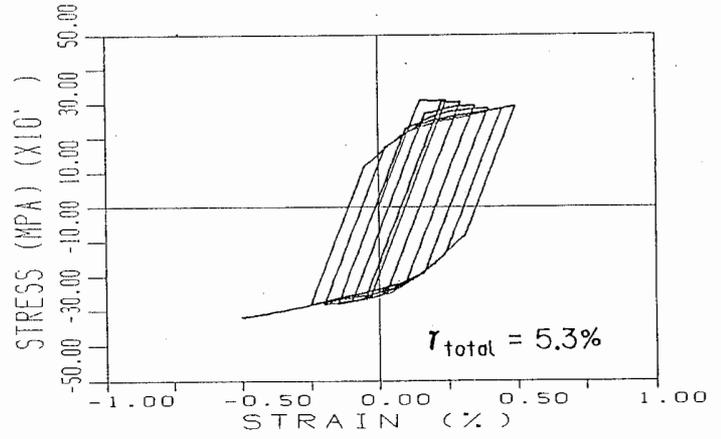


Figure 4.6.3 Weighting function.



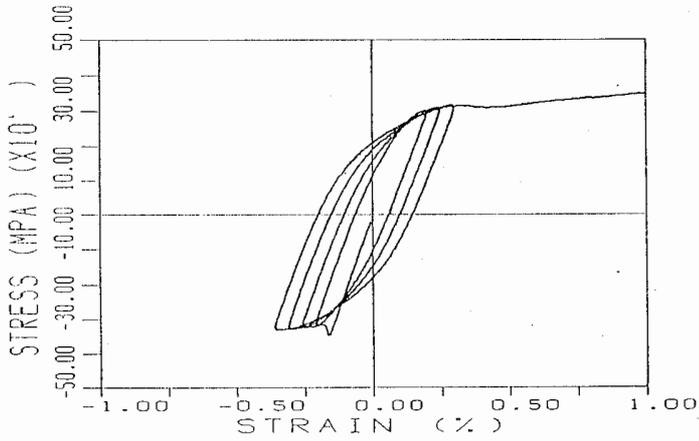
(a) Experiment



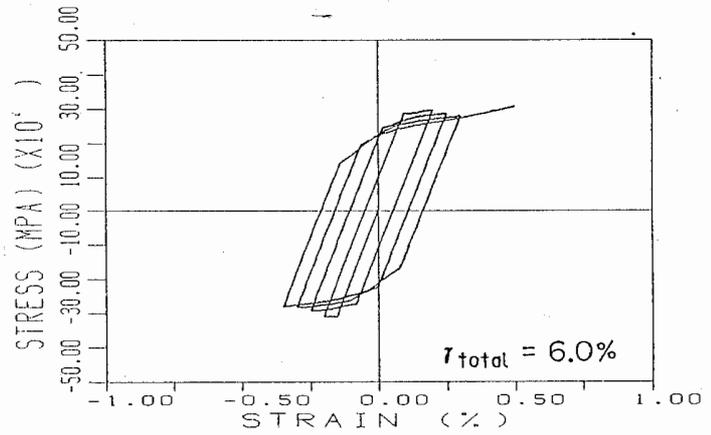
(b) Calculation

Figure 4.6.4

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (loading pattern No.1).



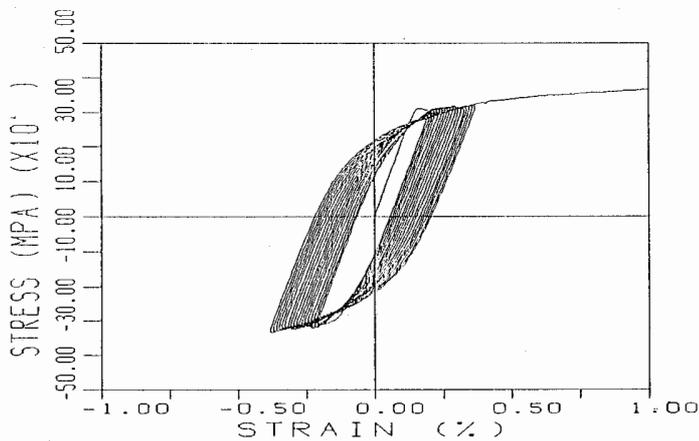
(a) Experiment



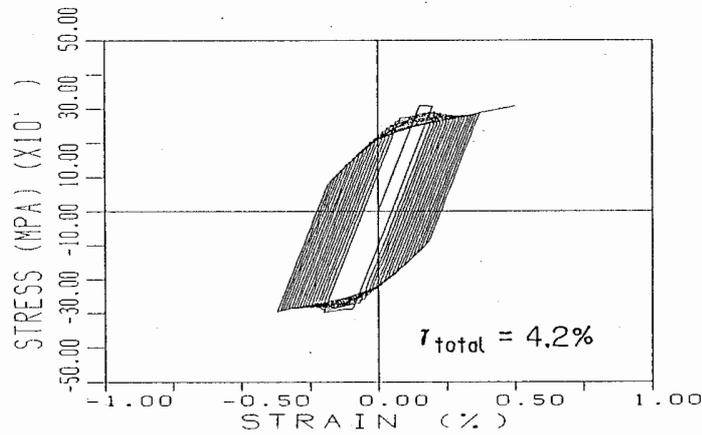
(b) Calculation

Figure 4.6.5

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (loading pattern No.2).



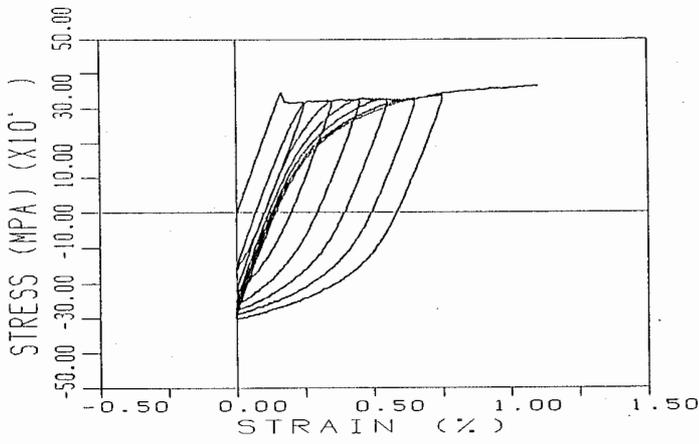
(a) Experiment



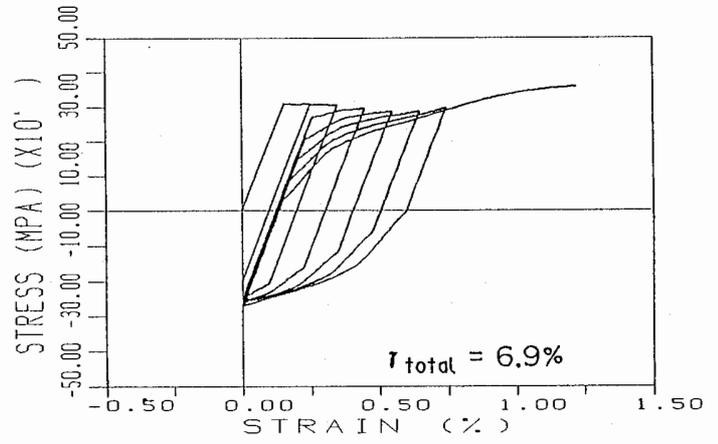
(b) Calculation

Figure 4.6.6

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (loading pattern No.3).

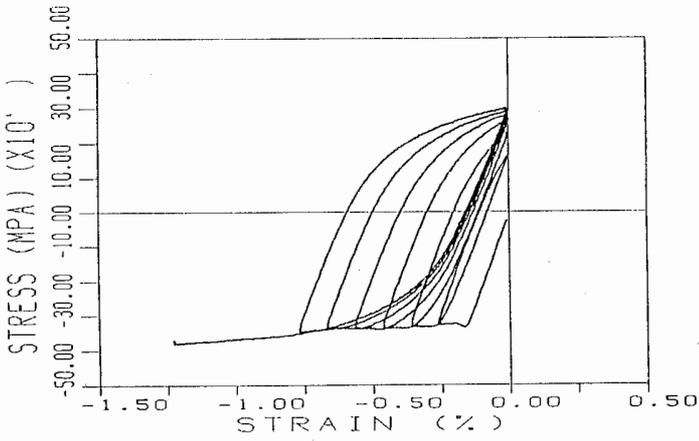


(a) Experiment

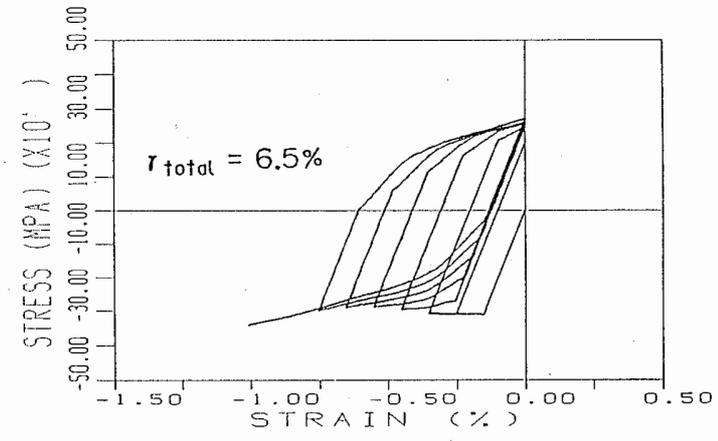


(b) Calculation

Figure 4.6.7  
Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (loading pattern No.4).



(a) Experiment



(b) Calculation

Figure 4.6.8  
Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations (loading pattern No.5).

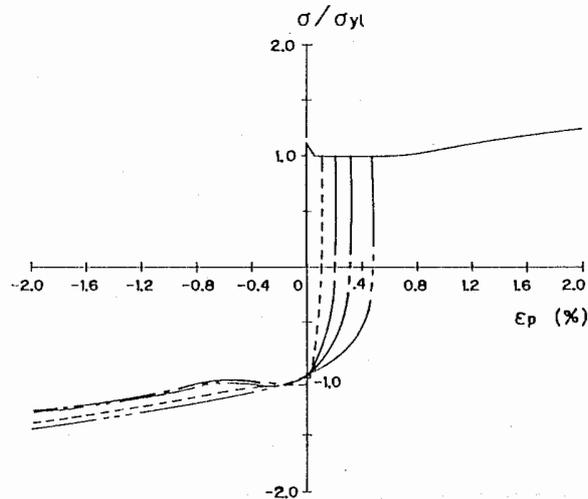


Figure 4.6.9  
Experimental stress-plastic strain relations for estimating additional fundamental surface size functions.

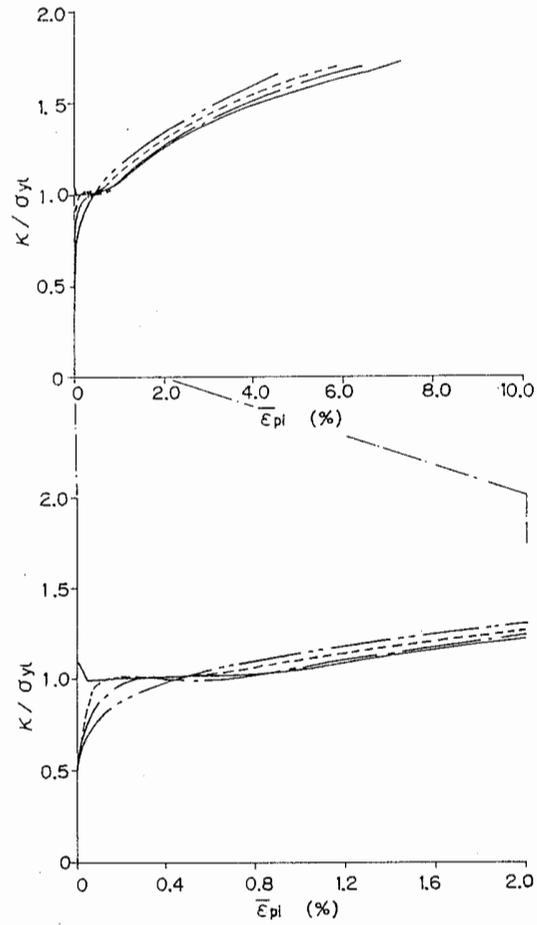
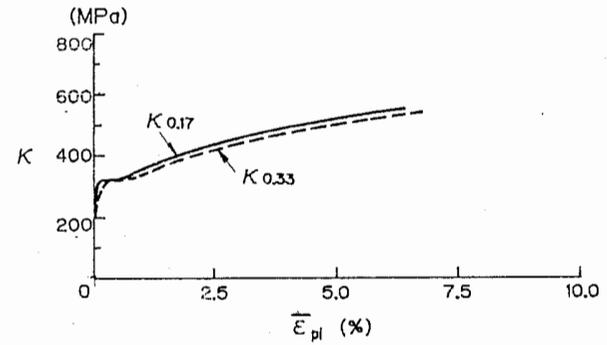


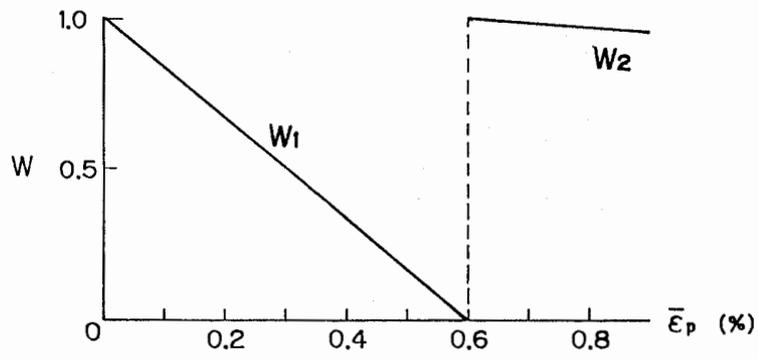
Figure 4.6.10  
Surface size functions measured additionally.



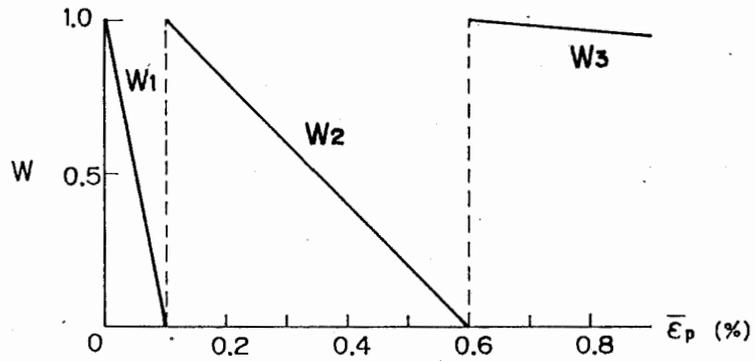
$\bar{\epsilon}_{pl}(\%)$	0.0	0.1	0.4	1.0	2.0	6.0
$K_{0.17}$	195.	313.	315.	350.	407.	534.
$dK_{0.17}/d\bar{\epsilon}_{pl}$	245000.	4900.	5000.	6200.	4900.	1600.
$K_{0.33}$	184.	281.	322.	337.	397.	522.
$dK_{0.33}/d\bar{\epsilon}_{pl}$	147000.	39200.	500.	6200.	4900.	1600.

unit : MPa

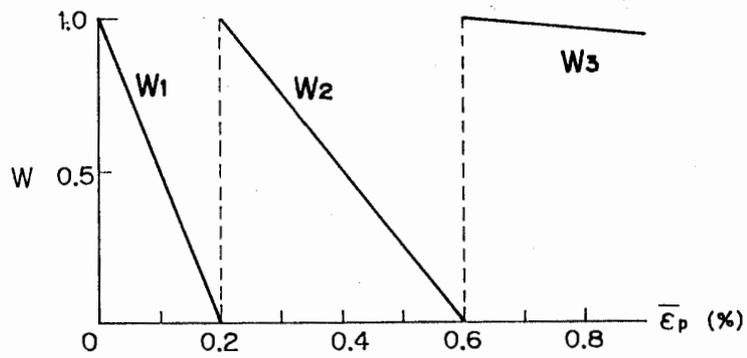
Figure 4.6.11  
Additional fundamental surface size functions.



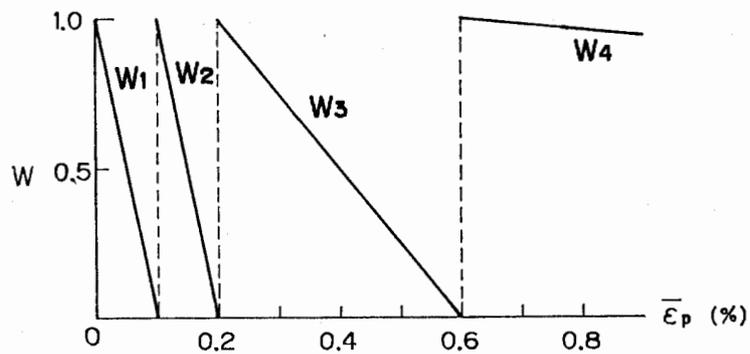
(a)  $K_{0.17}$  and  $K_{0.33}$  were not introduced



(b)  $K_{0.17}$  was introduced



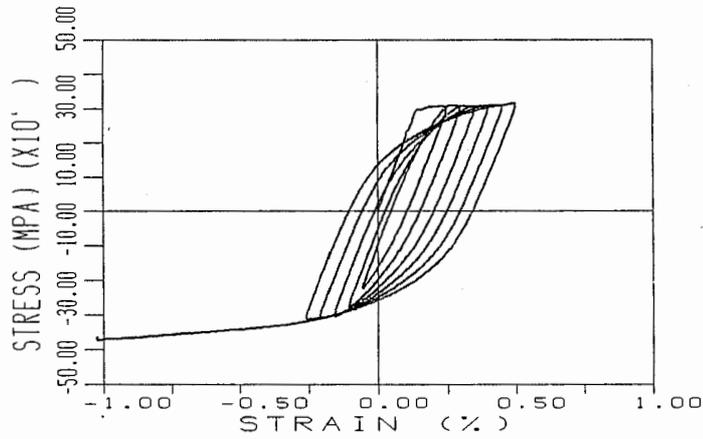
(c)  $K_{0.33}$  was introduced



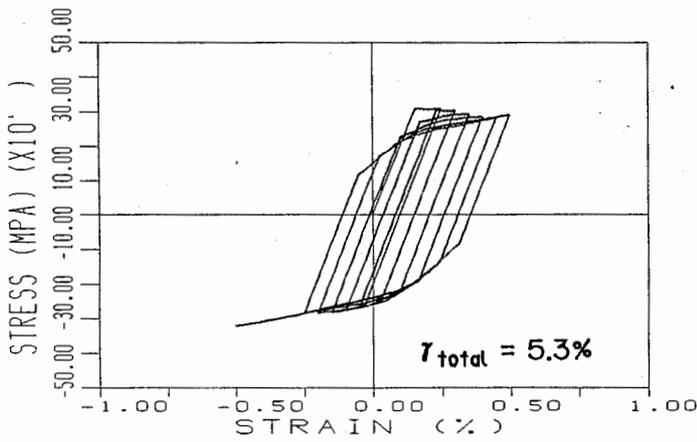
(d)  $K_{0.17}$  and  $K_{0.33}$  were introduced

Figure 4.6.12

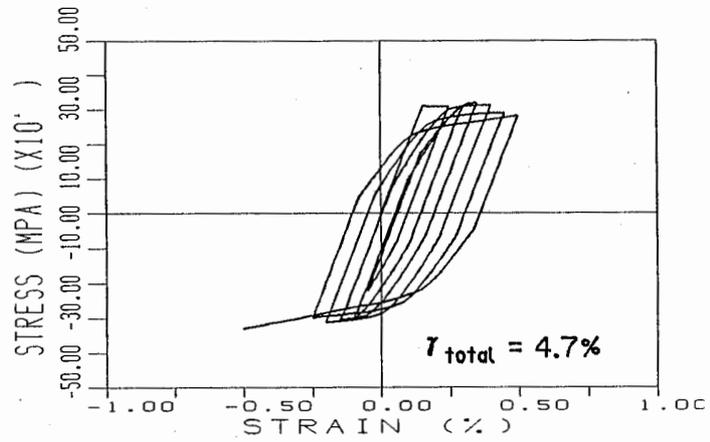
Modified weighting functions.



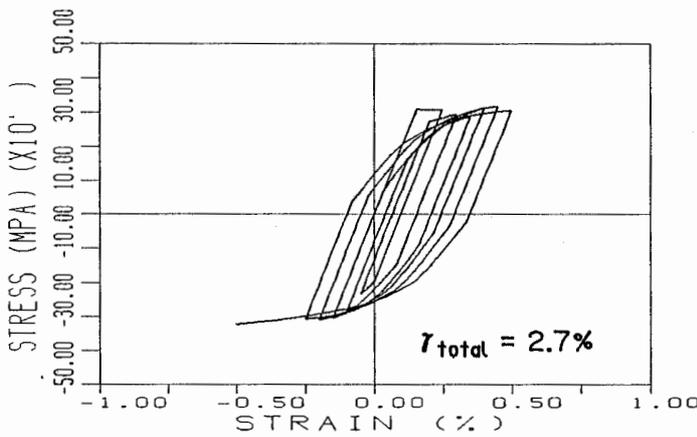
(a) Experiment



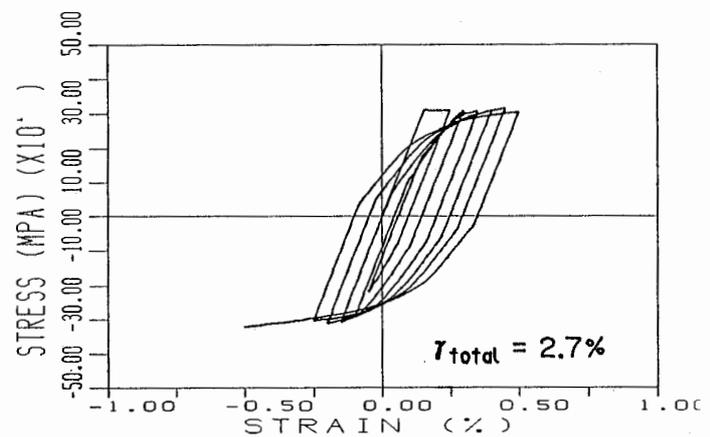
(b)  $K_{0.17}$  and  $K_{0.33}$  were not introduced



(c)  $K_{0.17}$  was introduced



(d)  $K_{0.33}$  was introduced



(e)  $K_{0.17}$  and  $K_{0.33}$  were introduced

Figure 4.6.13

Comparisons of stress-strain relations; experiments and modified calculations (loading pattern No.1).

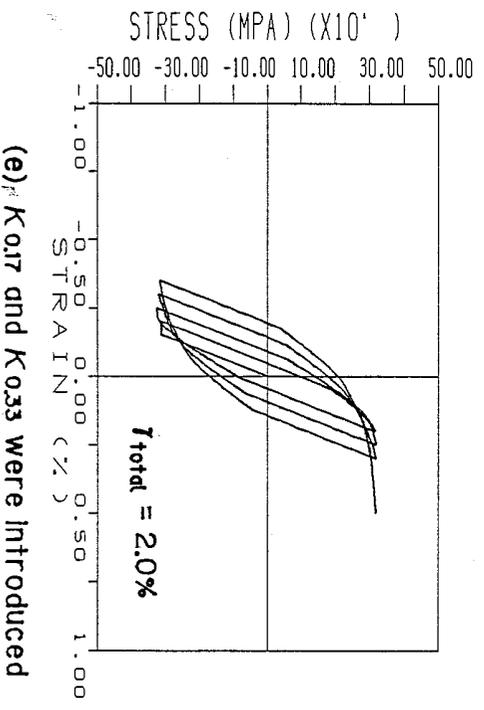
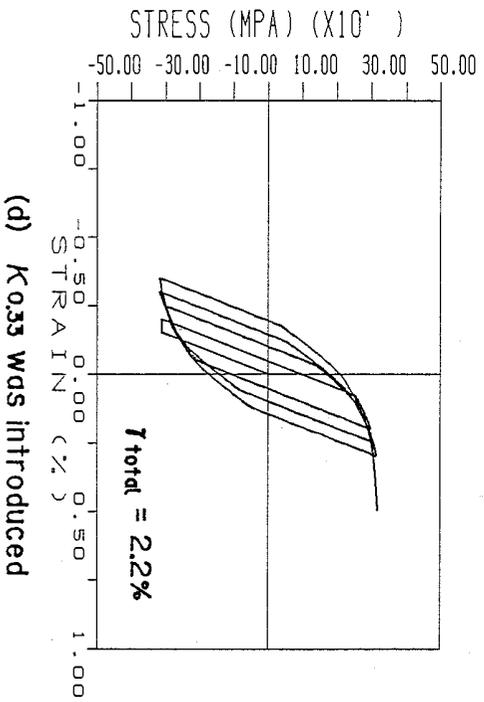
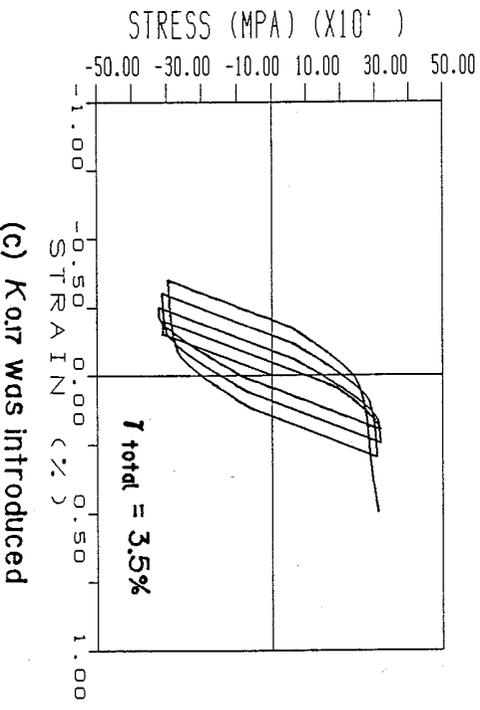
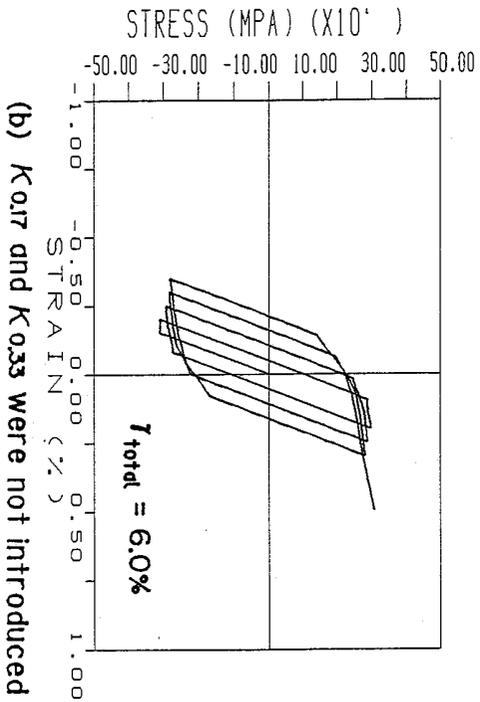
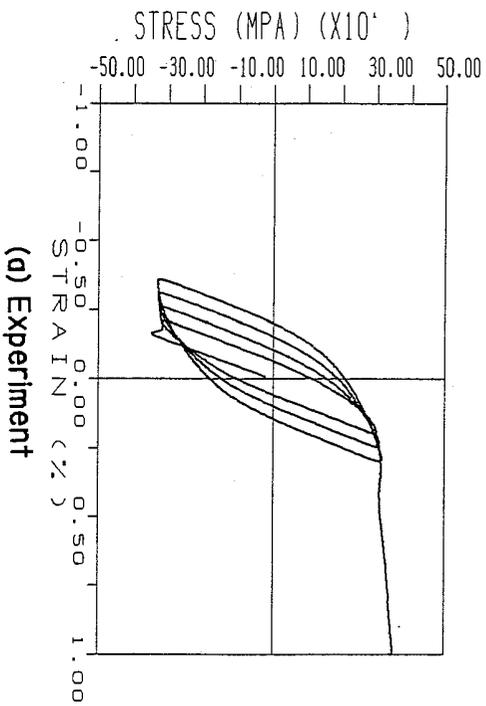


Figure 4.6.14  
Comparisons of stress-strain relations; experiments and  
modified calculations (loading pattern No.2).

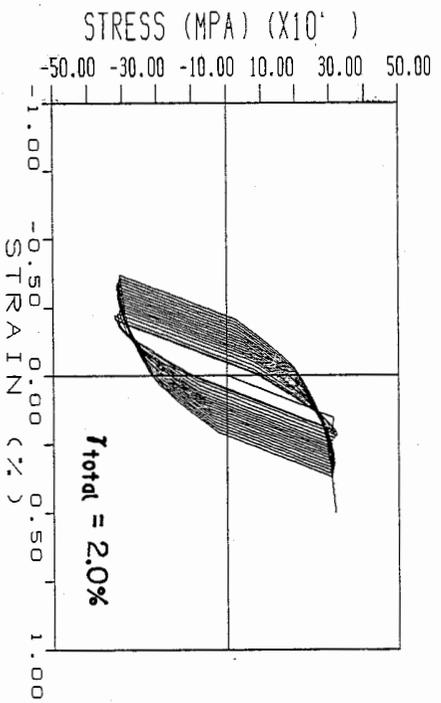
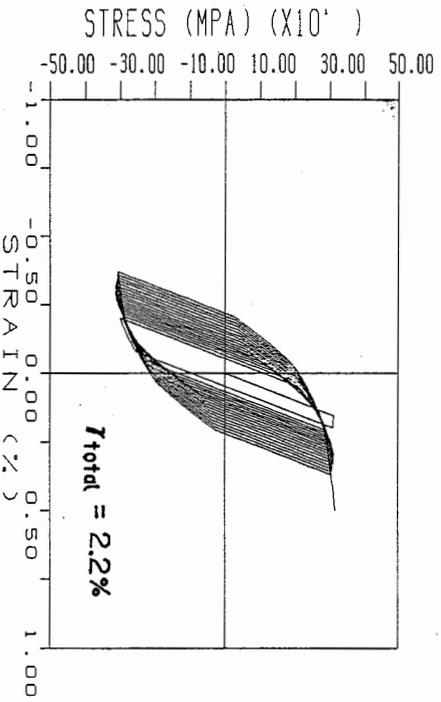
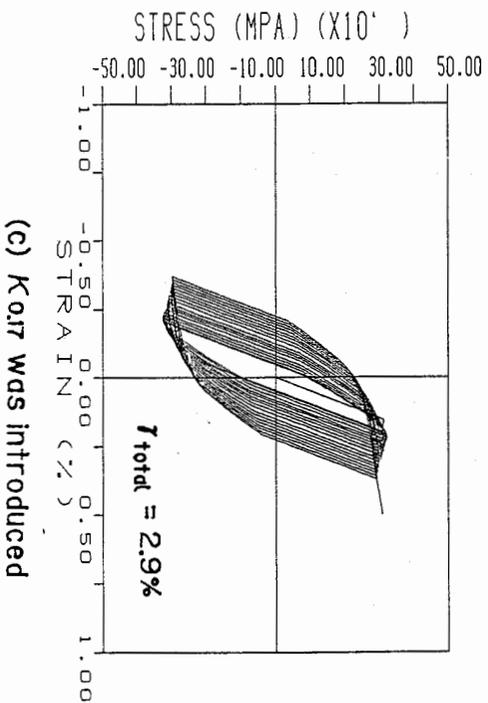
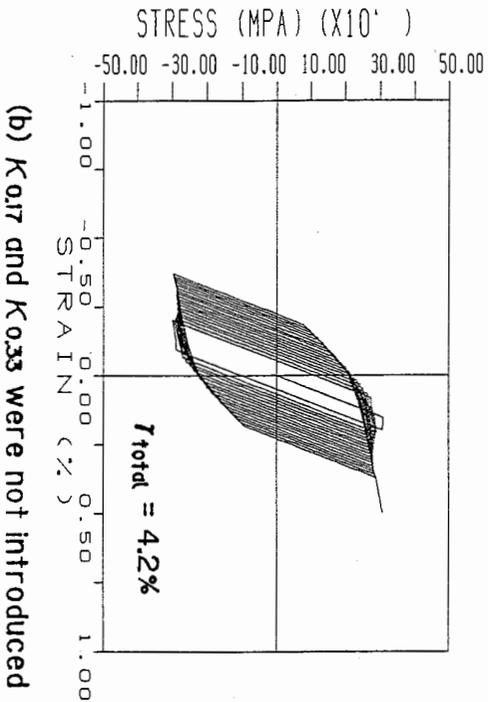
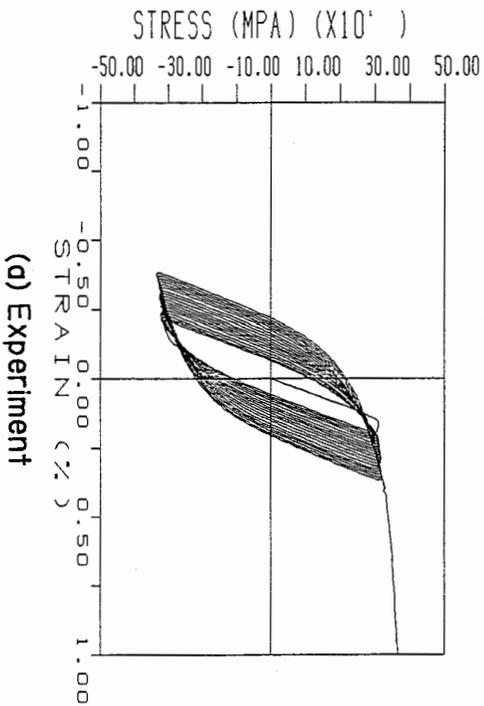


Figure 4.6.15

Comparisons of stress-strain relations; experiments and modified calculations (loading pattern No.3).

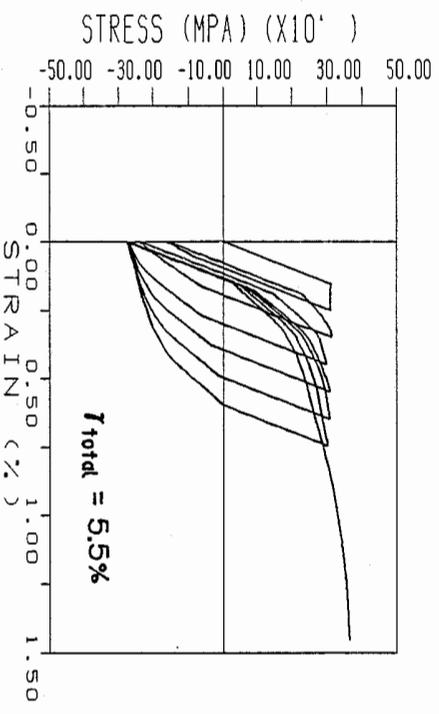
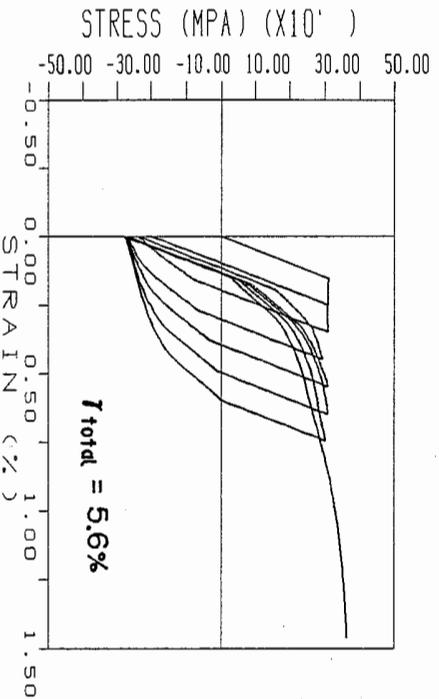
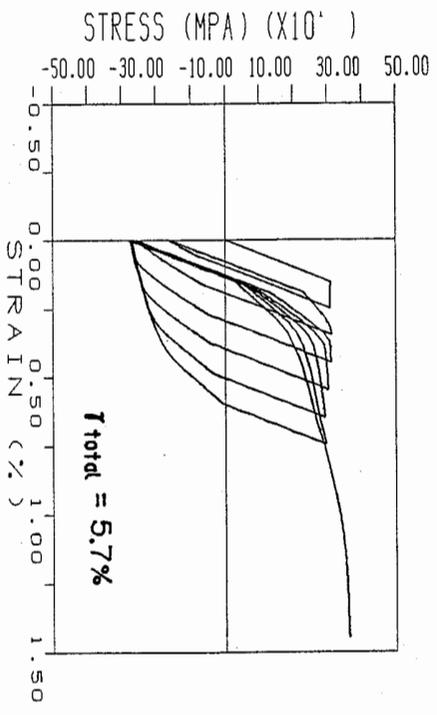
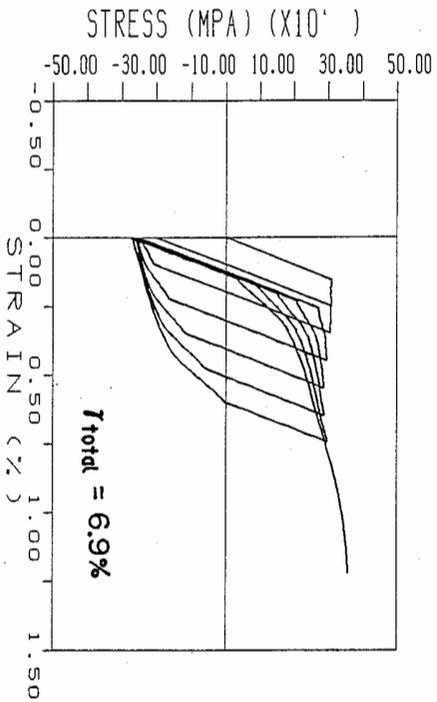
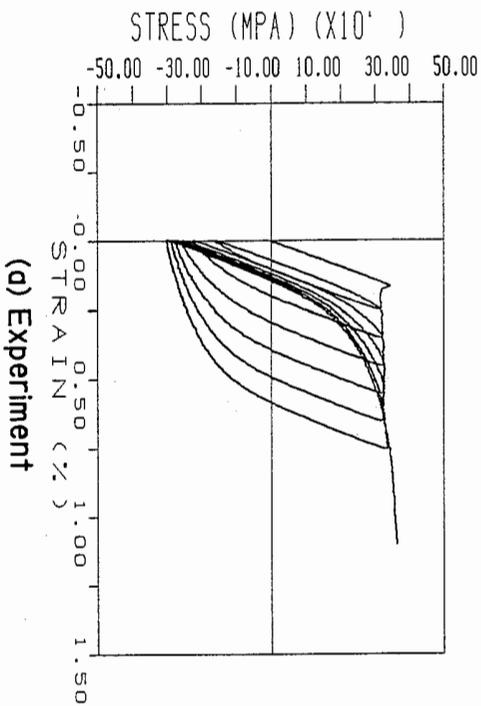
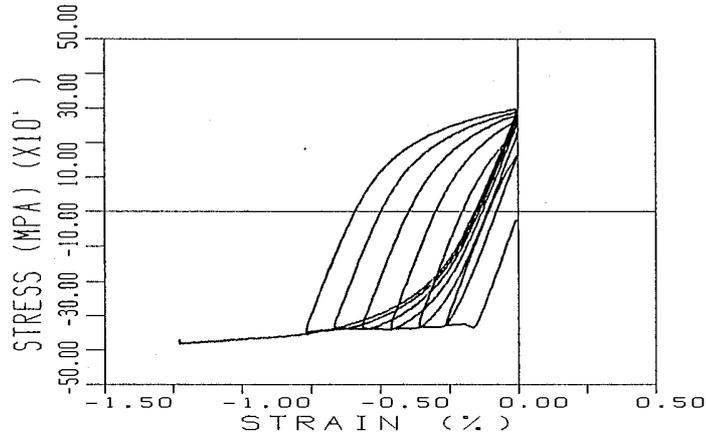
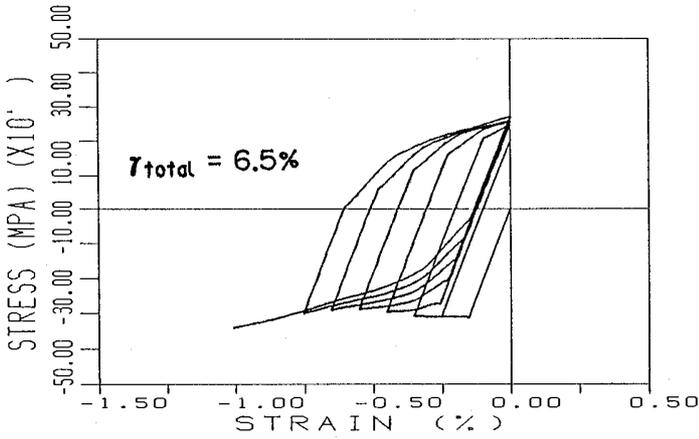


Figure 4.6.16

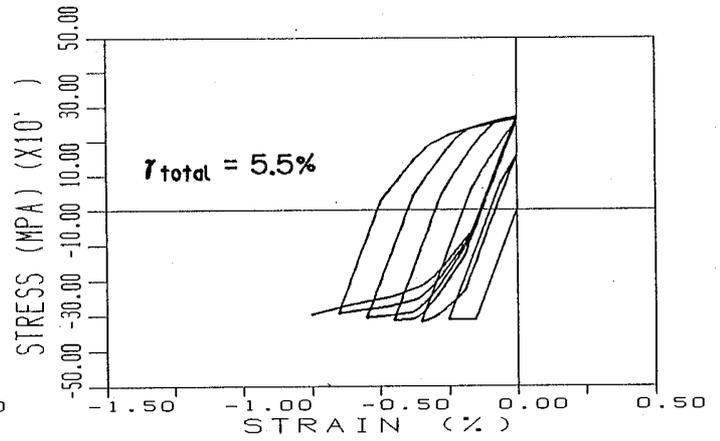
Comparisons of stress-strain relations; experiments and modified calculations (loading pattern No.4).



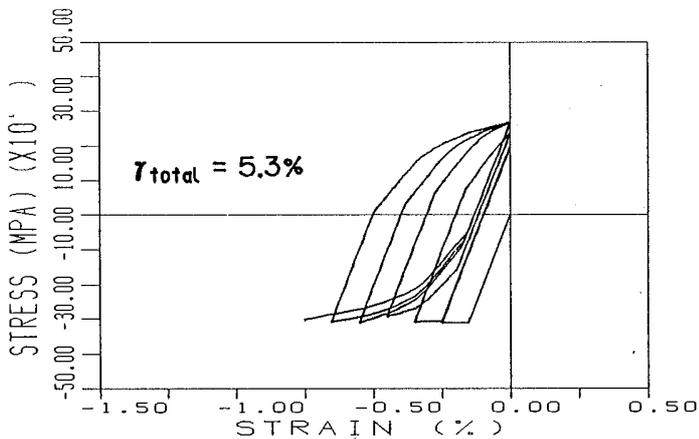
(a) Experiment



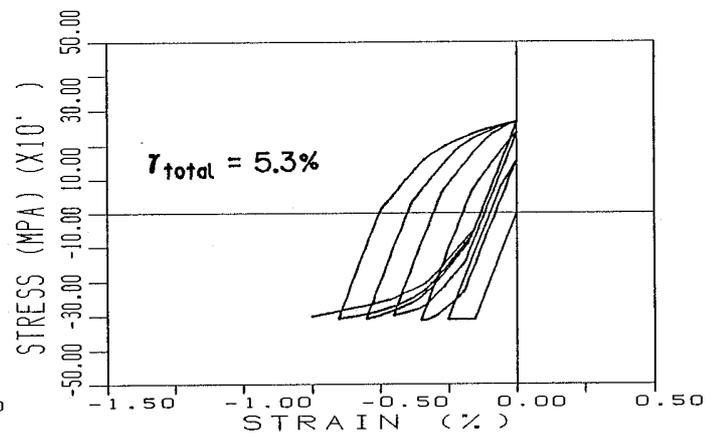
(b)  $K_{0.17}$  and  $K_{0.33}$  were not introduced



(c)  $K_{0.17}$  was introduced



(d)  $K_{0.33}$  was introduced



(e)  $K_{0.17}$  and  $K_{0.33}$  were introduced

Figure 4.6.17

Comparisons of stress-strain relations; experiments and modified calculations (loading pattern No.5).

Table 4.6.4

Prediction errors of each calculation procedures. (%)

Loading pattern	not introduced	$\kappa_{0.17}^{-1}$	$\kappa_{0.33}^{-2}$	$\kappa_{0.17}$ and $\kappa_{0.33}^{-3}$
①	5.3 %	4.7 %	2.7 %	2.7 %
②	6.0	3.5	2.2	2.0
③	4.2	2.9	2.2	1.9
④	6.9	5.7	5.6	5.5
⑤	6.5	5.5	5.3	5.3

\*1  $\kappa_{0.17}$  was introduced as a fundamental surface size function.\*2  $\kappa_{0.33}$  was introduced as a fundamental surface size function.\*3  $\kappa_{0.17}$  and  $\kappa_{0.33}$  were introduced as fundamental surface size functions.

Table 4.7.1

Mechanical properties and chemical compositions.

	Tension test			Chemical composition %					
	Y.P. (Mpa)	T.S. (Mpa)	EL. (%)	C	Si X100	Mn	P X1000	S X1000	Ceq X100
Steel-A	284	421	37	12	20	93	17	6	28
Steel-B	265	470	31	19	22	80	14	14	33

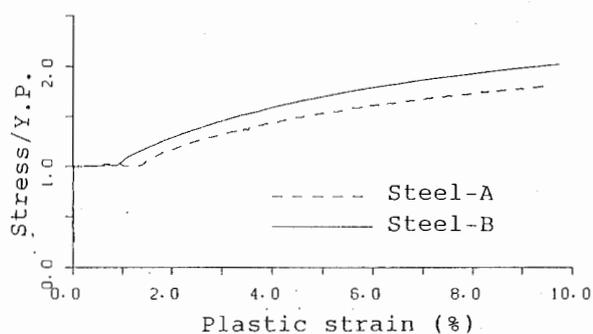
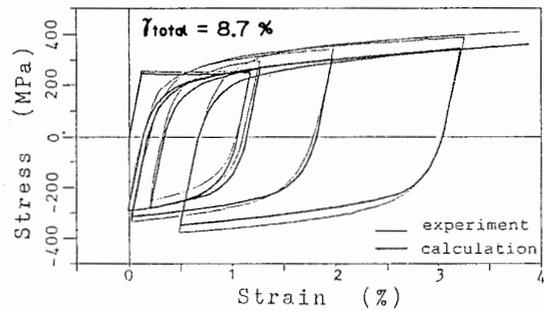
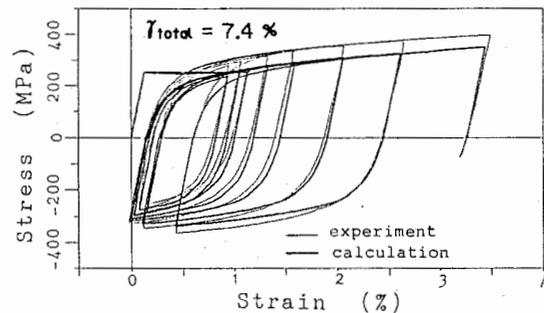


Figure 4.7.1

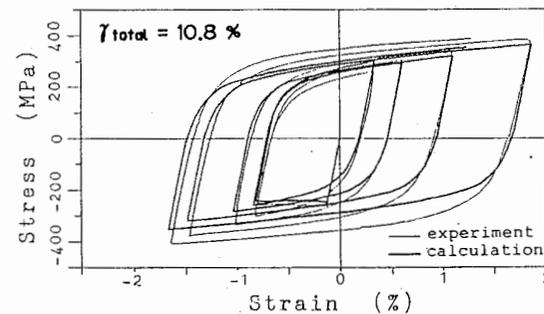
Tension stress-plastic strain relations.



(a) Loading pattern NO.1



(b) Loading pattern NO.2



(c) Loading pattern NO.3

Figure 4.7.2

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations using fundamental surface size functions of type-A Steel.

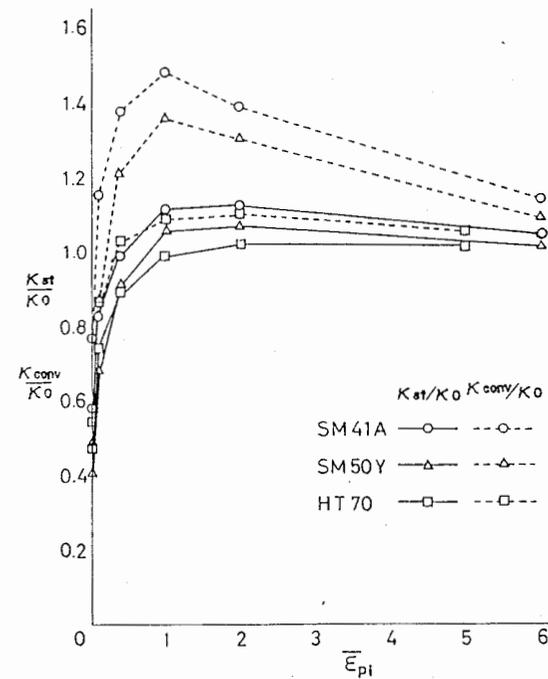
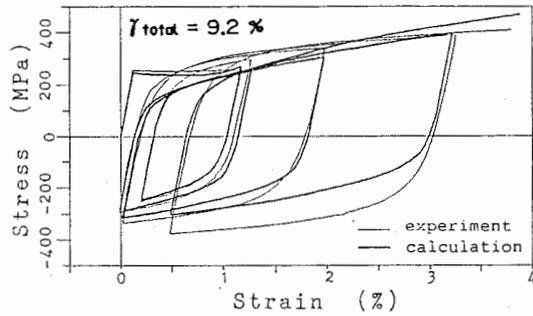
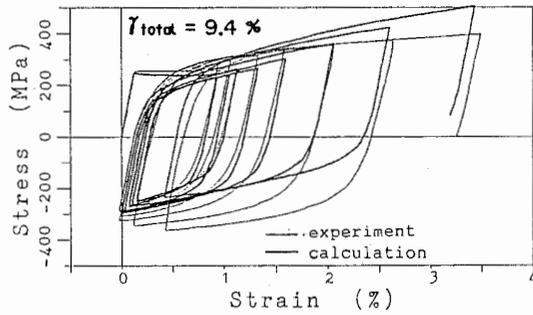


Figure 4.7.3

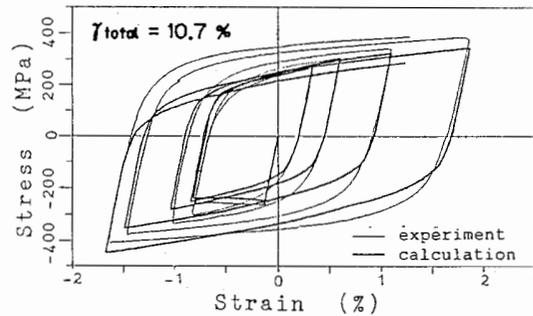
Correlations of surface size functions.



(a) Loading pattern NO.1



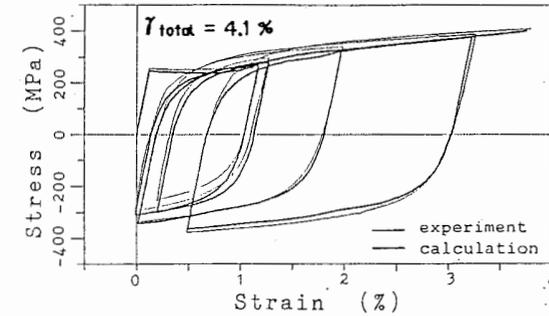
(b) Loading pattern NO.2



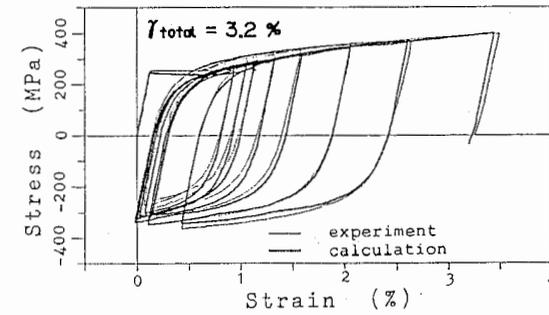
(c) Loading pattern NO.3

Figure 4.7.4

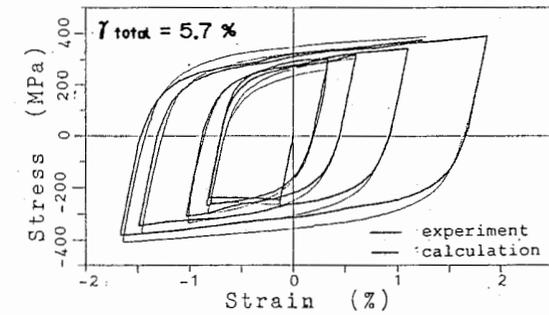
Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations using fundamental surface size functions evaluated by Eq.(4.7.1) and Eq.(4.7.2).



(a) Loading pattern NO.1



(b) Loading pattern NO.2



(c) Loading pattern NO.3

Figure 4.7.5

Comparisons of stress-strain relations; experiments and calculations using fundamental surface size functions evaluated by Eq.(4.7.3) and Eq.(4.7.4).

Table 5.2.1

Mechanical properties and chemical compositions.

	Tension test			Chemical composition %					
	Y.P. (Mpa)	T.S. (Mpa)	EL. (%)	C	Si X100	Mn	P X1000	S X1000	Ceq X100
SS41	312	436	24.5	10	20	60	40	40	21

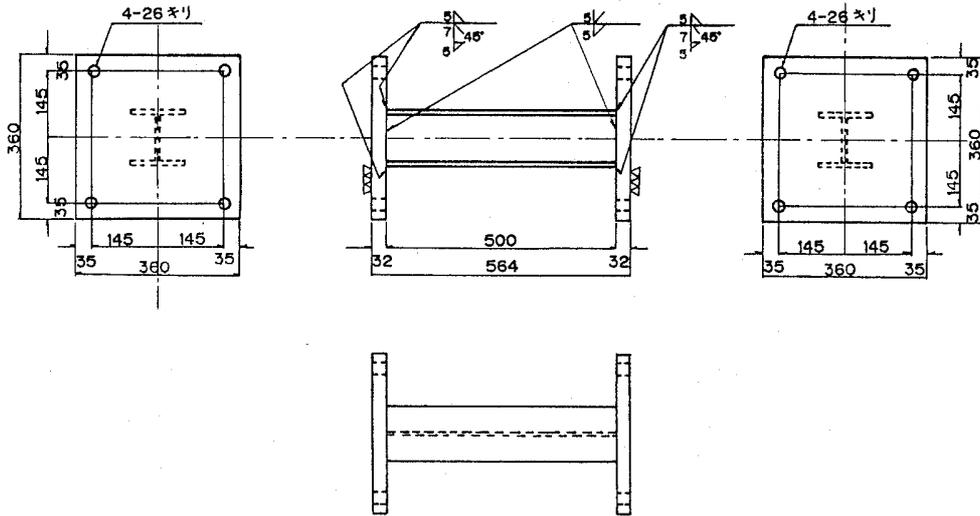


Figure 5.2.1(a)  
Configuration of H-shaped specimens.

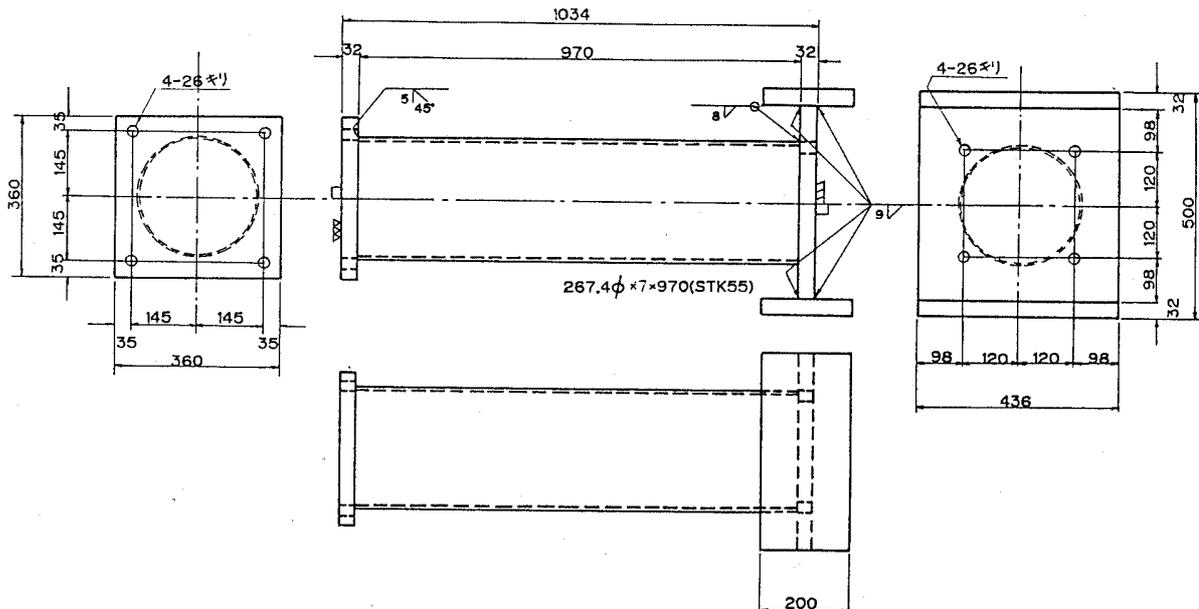


Figure 5.2.1(b)  
Configuration of loading arms

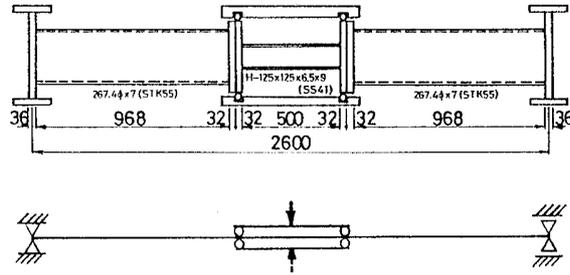


Figure 5.2.1(c)

Connections of specimen and a set of loading arms.

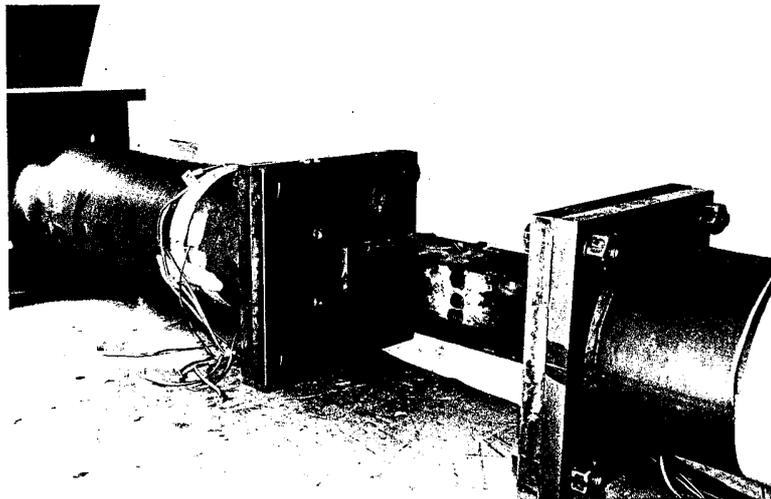
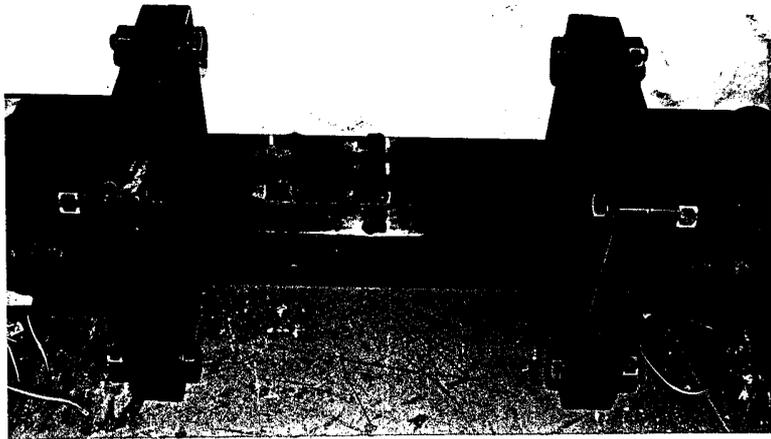


Figure 5.2.2(a)

Photographs of H-shaped specimen.

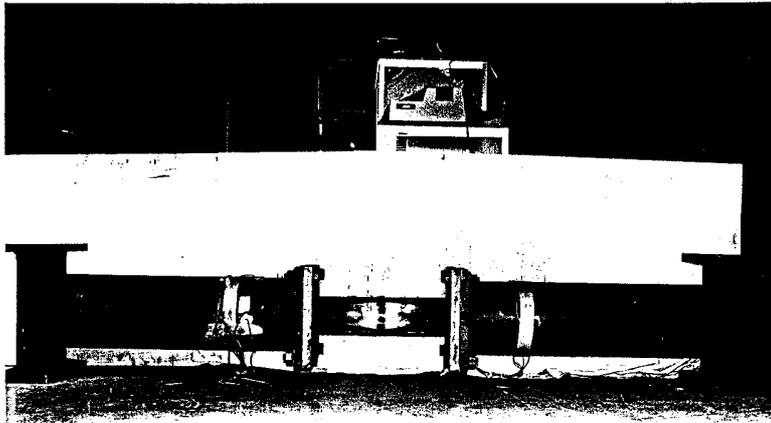
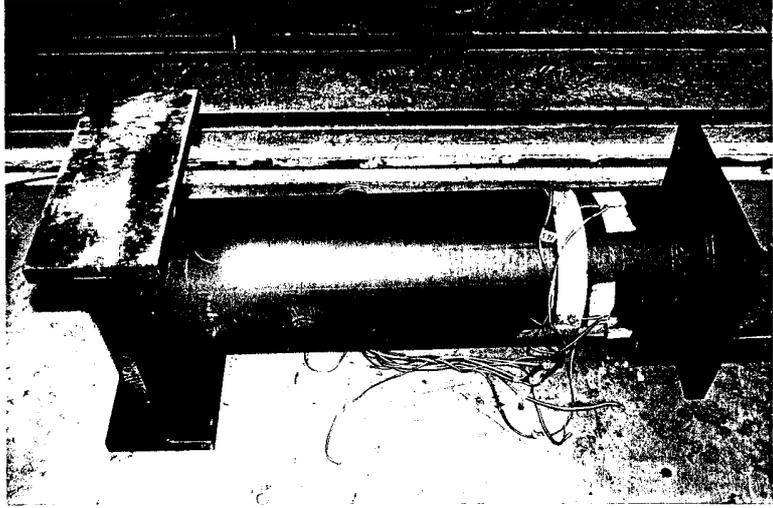


Figure 5.2.2(b)

Photographs of loading arm and beam specimen constructed from a specimen and a set of loading arms.

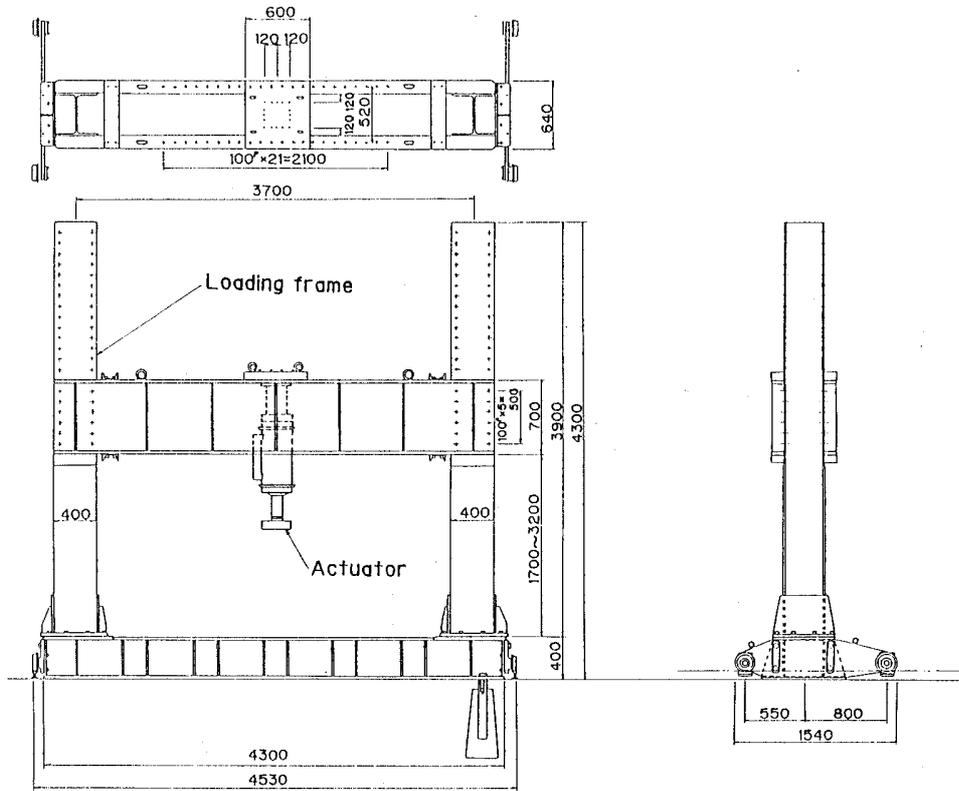


Figure 5.2.3 Loading frame and actuator.

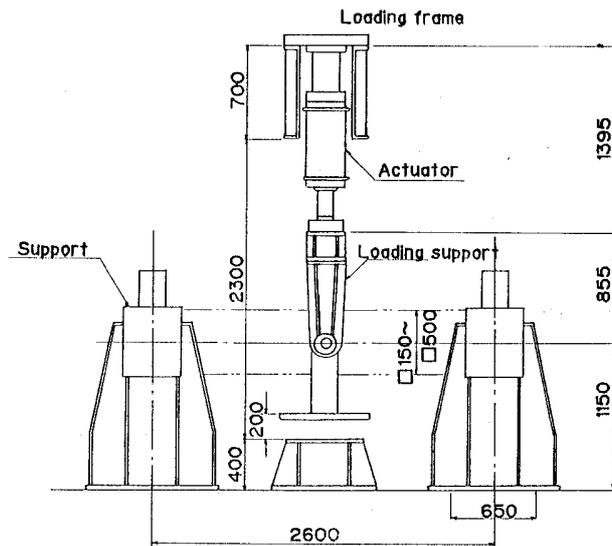


Figure 5.2.4(a)

Arrangement of loading frame, acutuator, a set of supports and loading support.

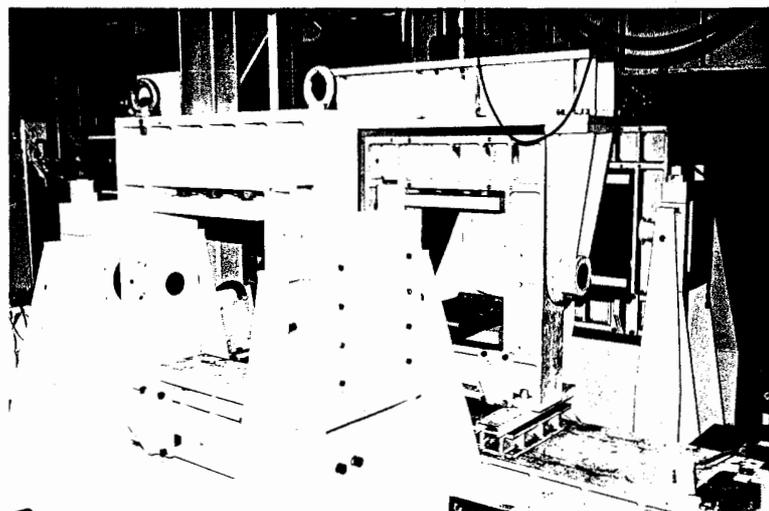
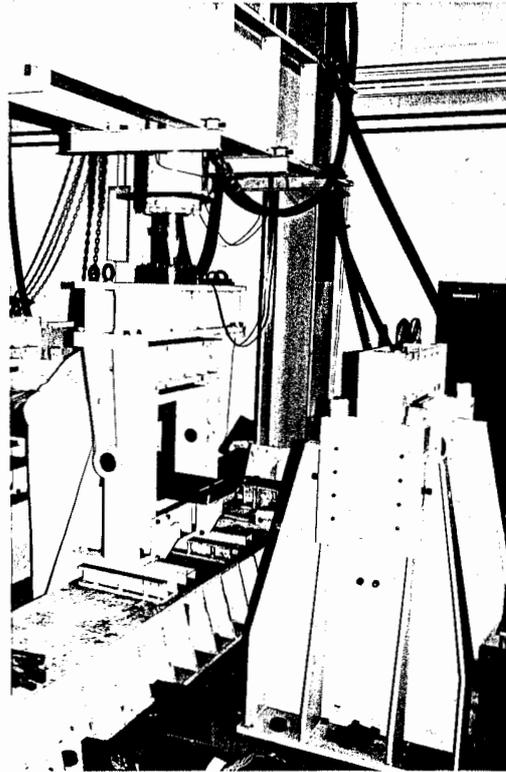
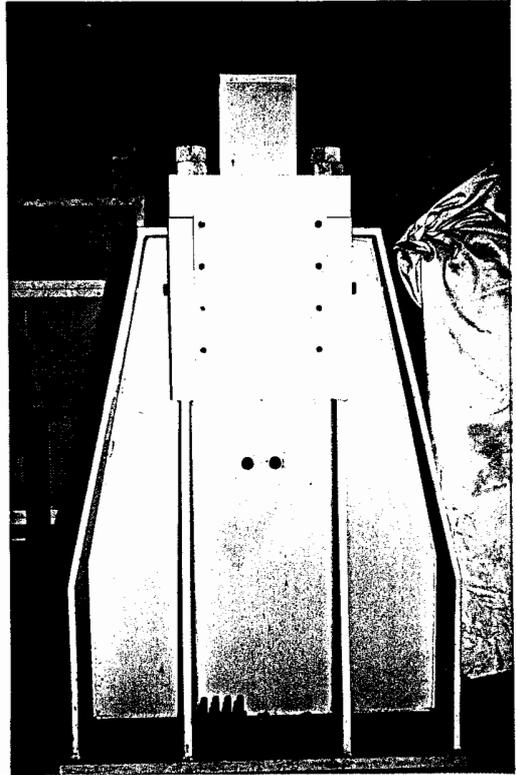
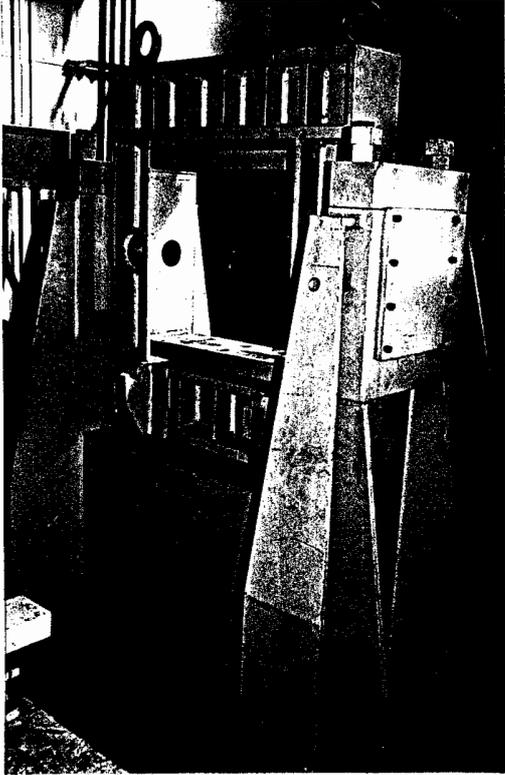
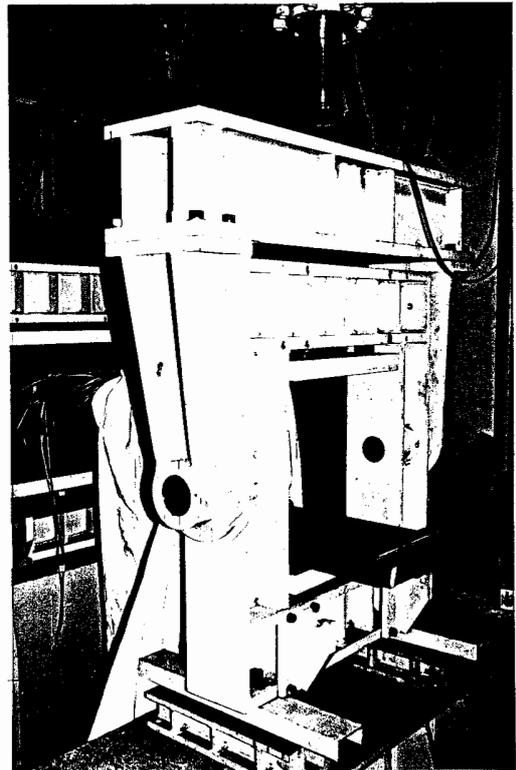


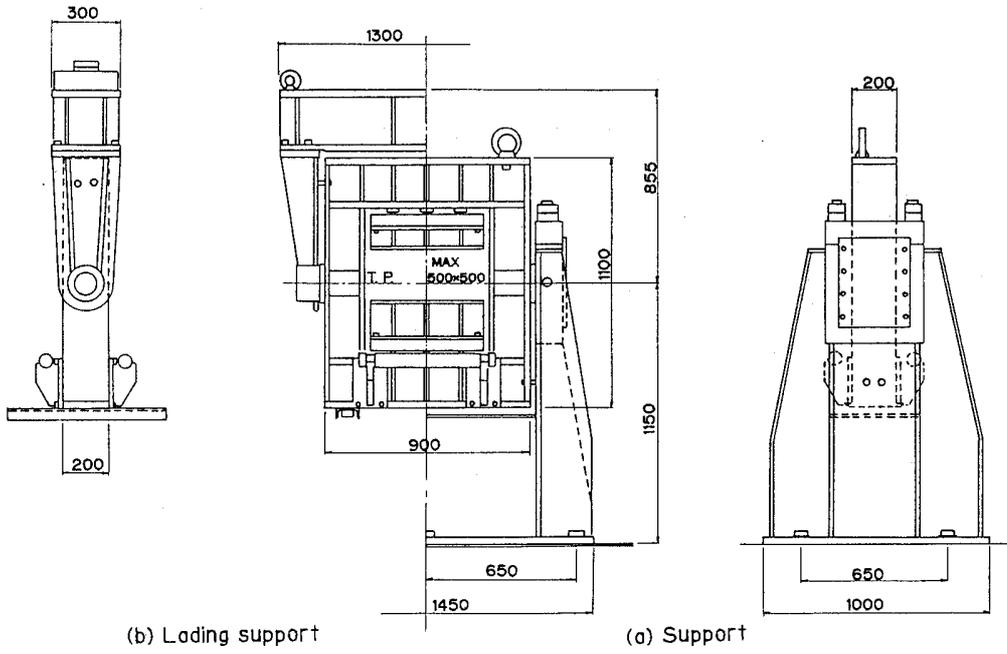
Figure 5.2.4(b)  
Photographs of loading frame, a set of supports  
and loading support.



↑ ↗ Figure 5.2.5  
Photographs of  
a set of supports.

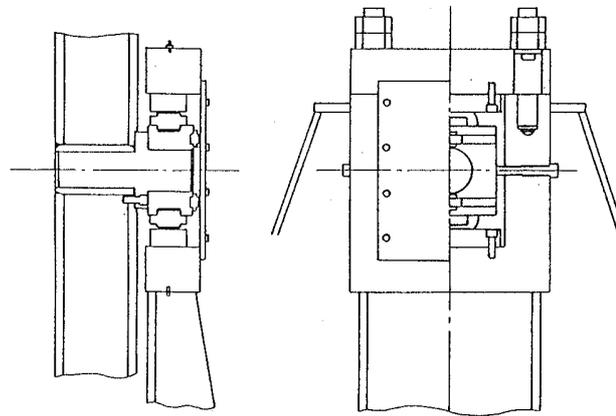
→ Figure 5.2.6  
Photograph of  
loading support.



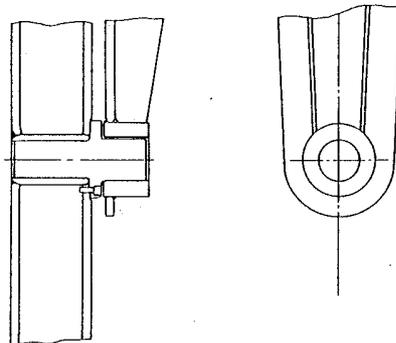


(b) Lading support

(a) Support



(c) Detailed figure of support



(d) Detailed figure of loading support

Figure 5.2.7  
Configurations of support and loading support.

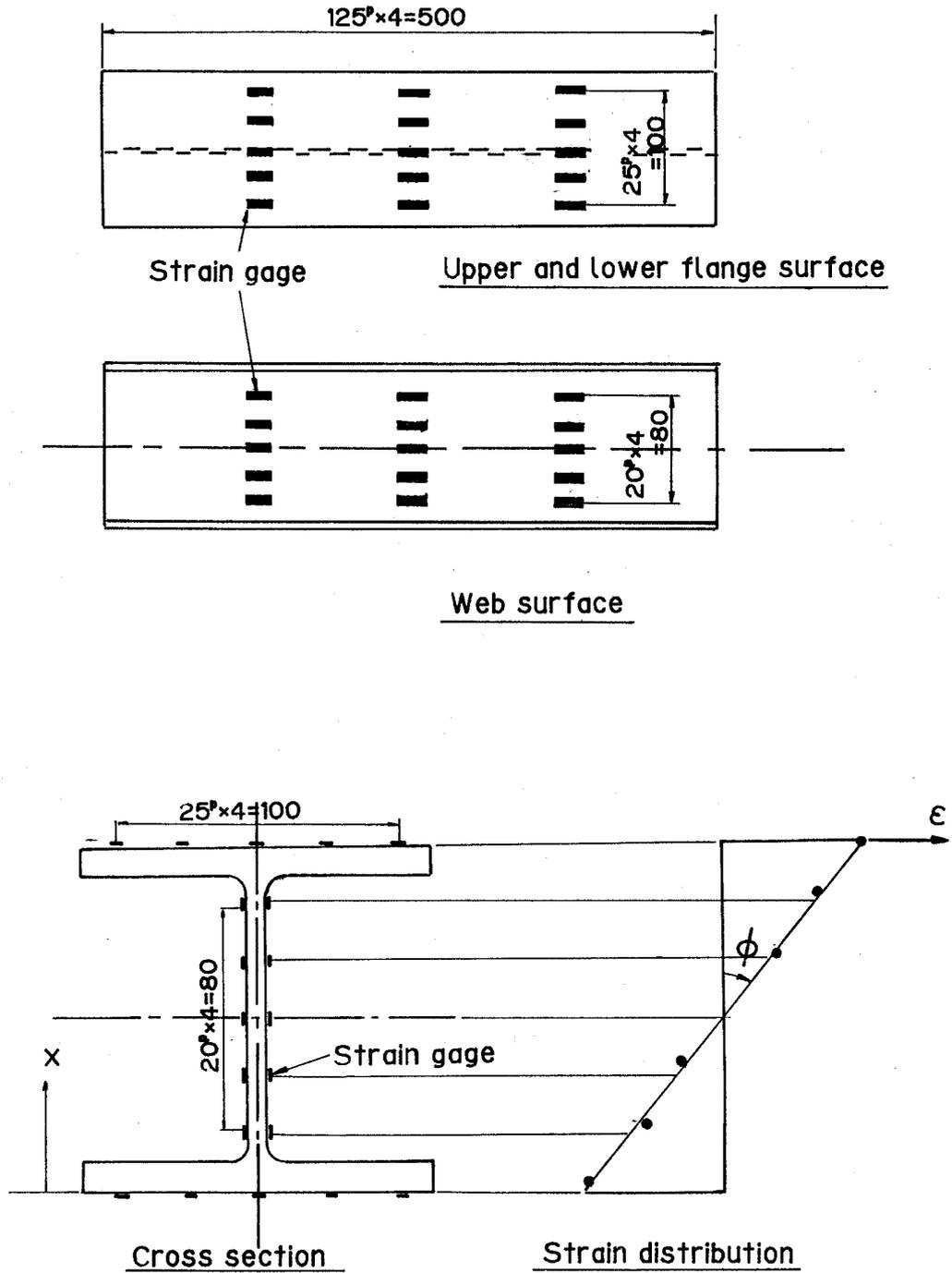
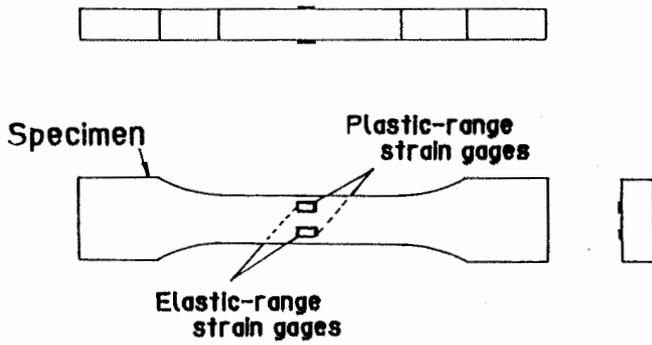
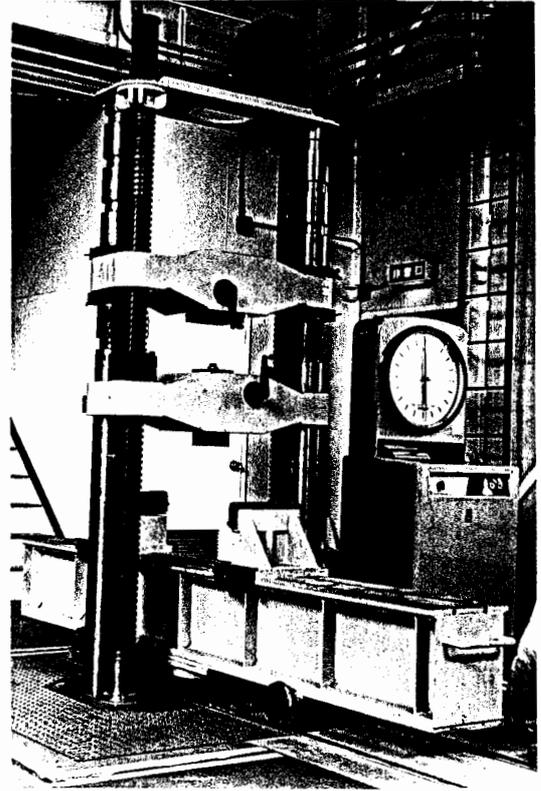


Figure 5.3.1

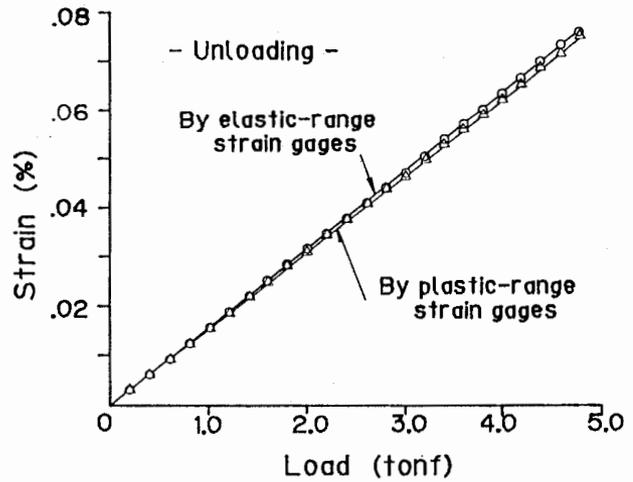
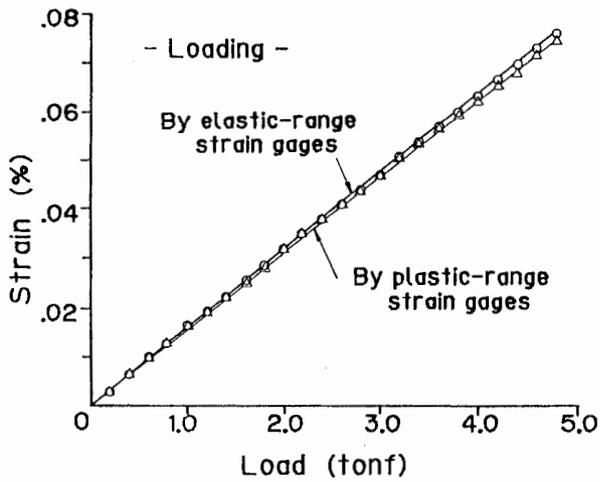
Curvature measurements by strain gages.



(a) Specimen



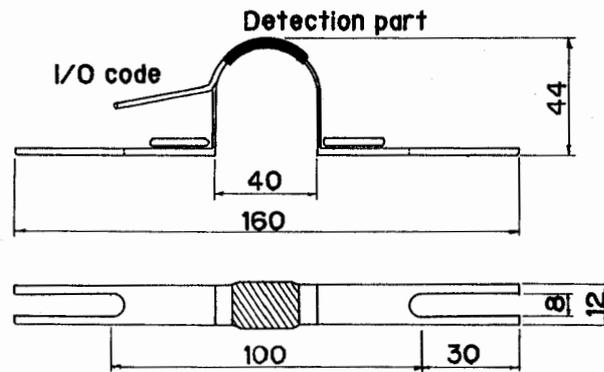
(b) Testing machine



(c) Experimental results

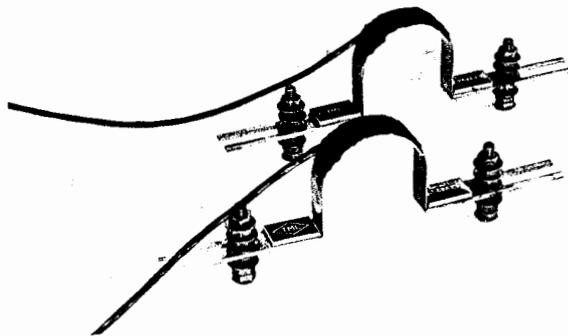
Figure 5.3.2

Comparison of strain measured by a set of plastic-range strain gages and strain measured by a set of elastic-range strain gages.



unit : mm

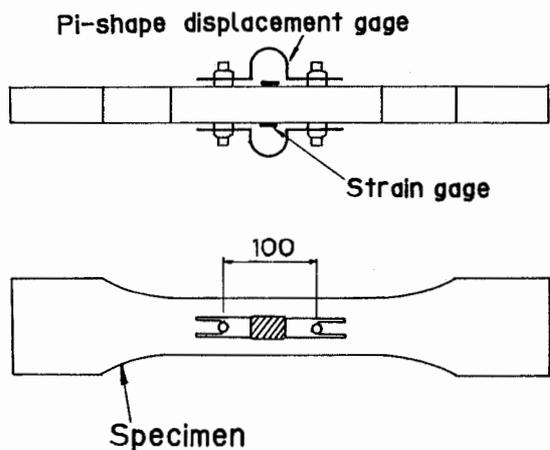
(a) Configuration



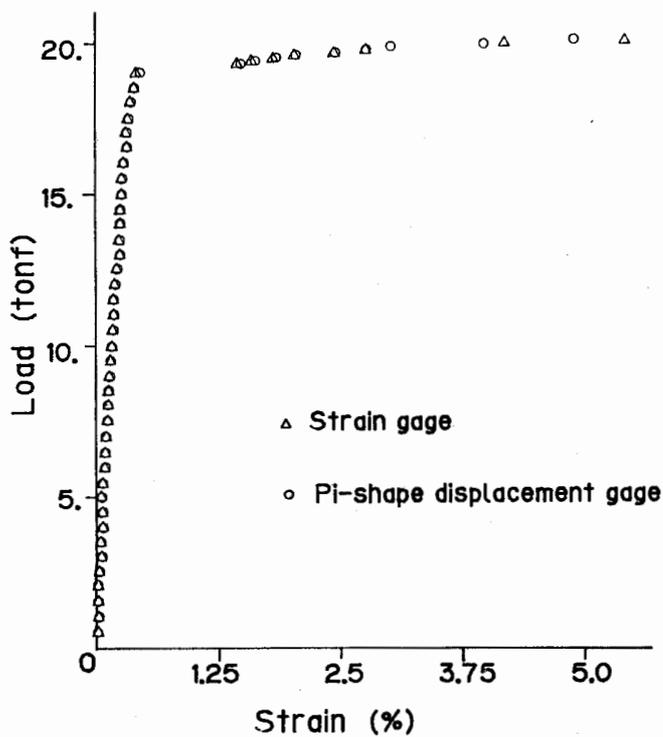
(b) photograph

Figure 5.3.3

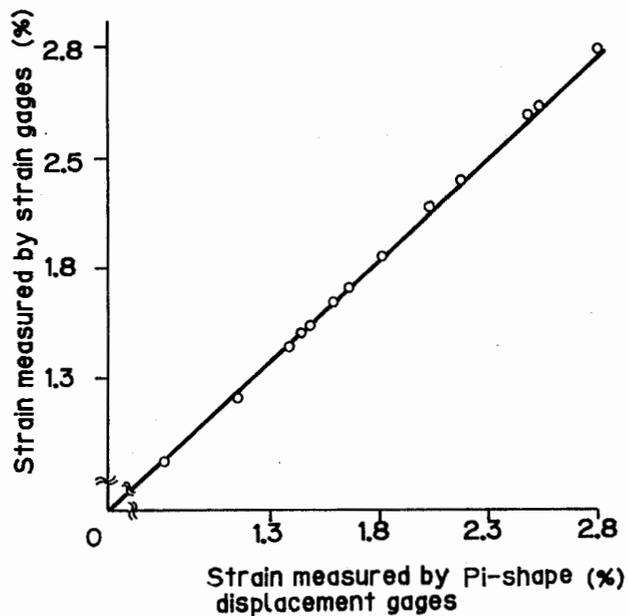
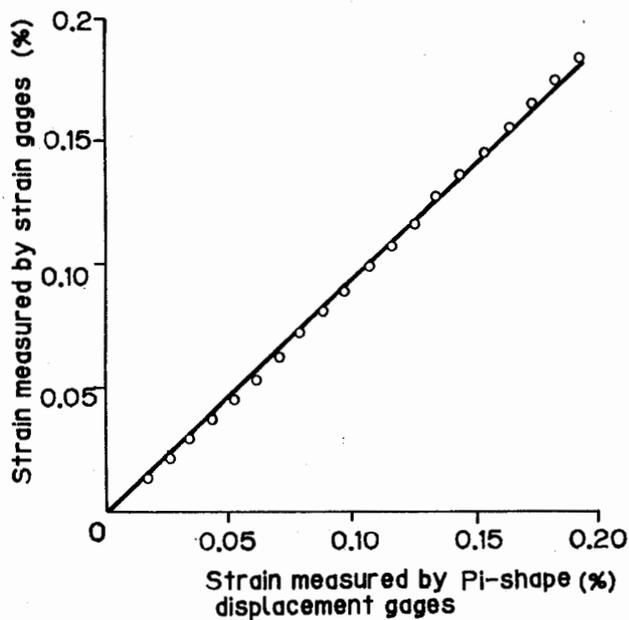
Pi-shape displacement gage.



(a) Specimen



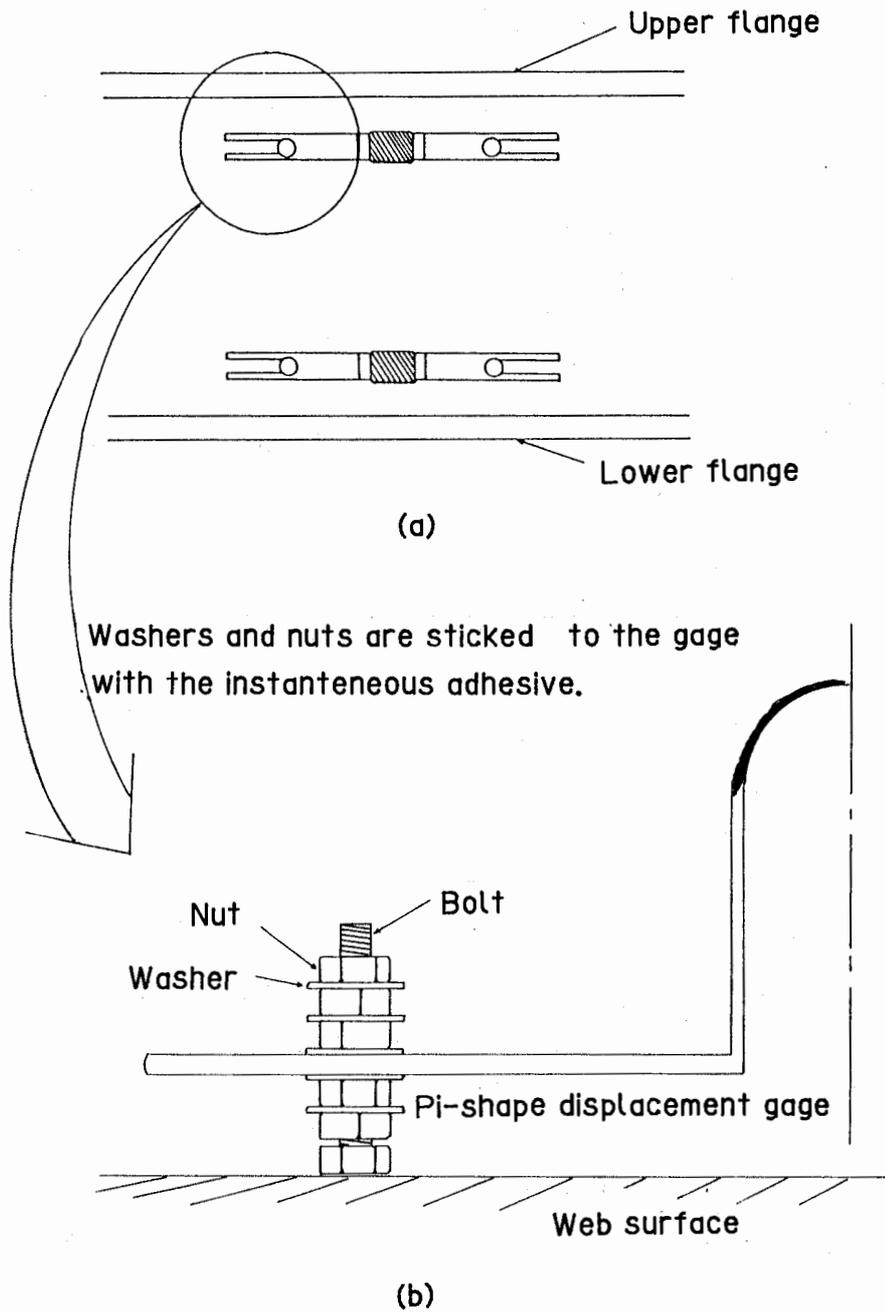
(b) Load-strain relations



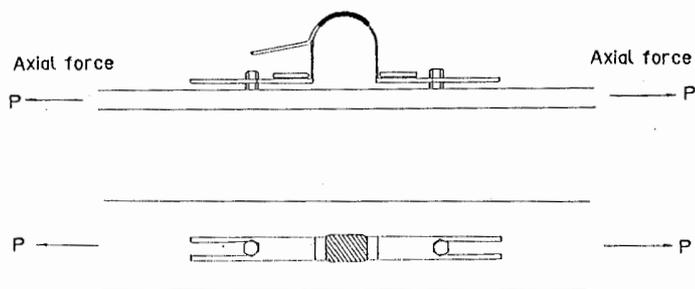
(c) Comparison of measured "strain"

Figure 5.3.4

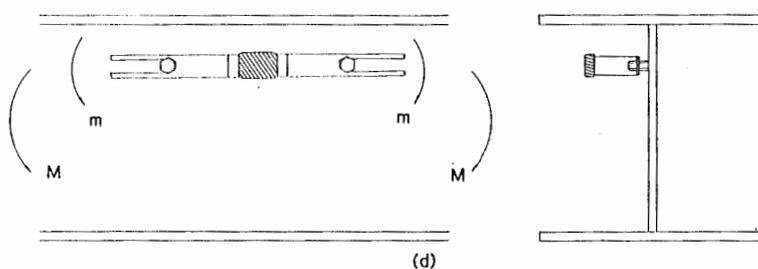
Calibration of Pi-shape displacement gage by means of plastic-range strain gages.



**Figure 5.3.5**  
 Measurement of bending deformations by means of Pi-shape displacement gages (to be continued).

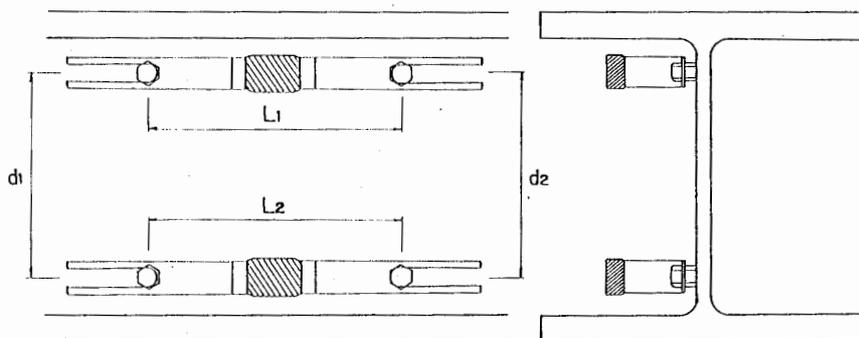


(c)

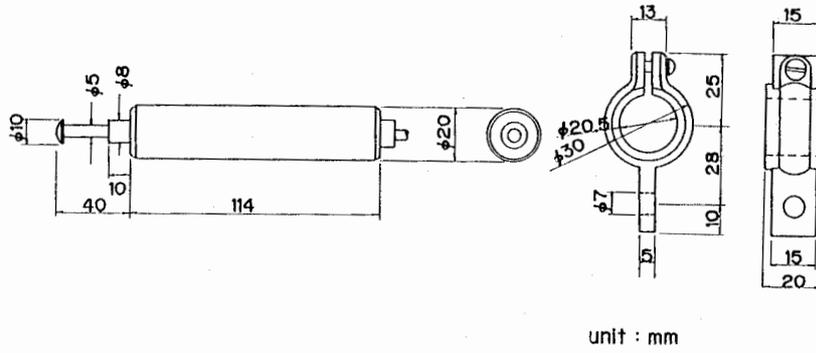


(d)

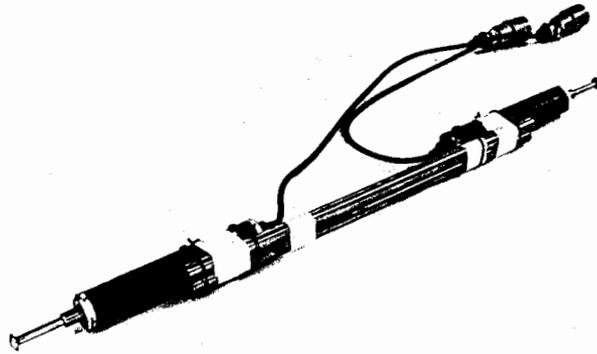
**Figure 5.3.5**  
Measurement of bending deformations by means of Pi-shape displacement gages.



**Figure 5.3.6**  
Curvature measurement by a set of Pi-shape displacement gages.



(a) Configuration



(b) Photograph

Figure 5.3.7  
High-sensitivity displacement gage.

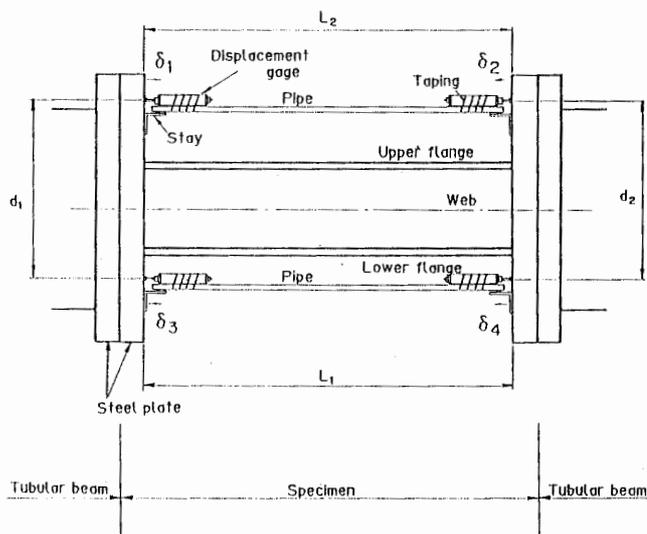
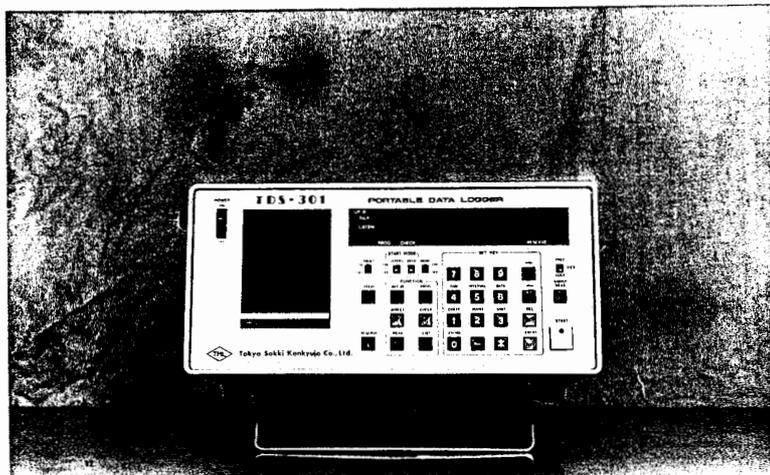
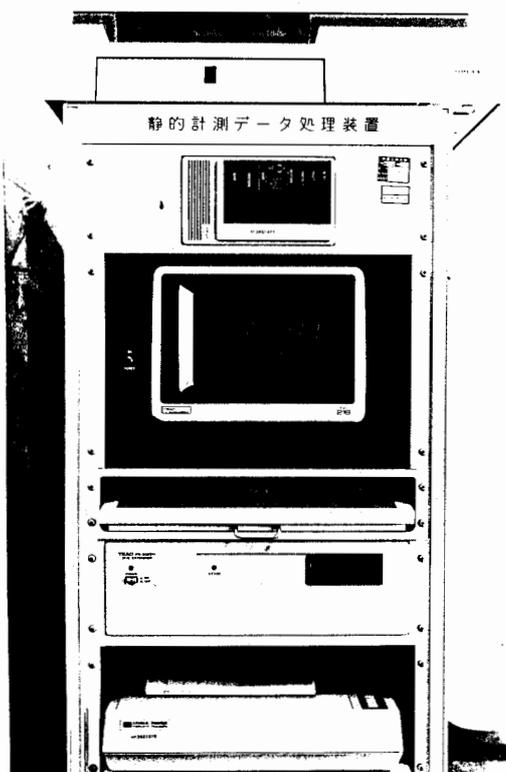


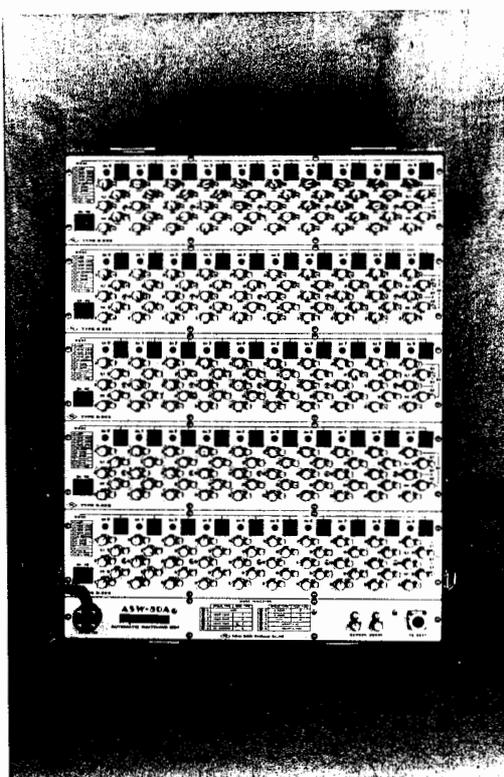
Figure 5.3.8  
Curvature measurement by a set of high-sensitivity displacement gages.



(a) Static strain meter



(b) Micro computer system



(c) Switch box

Figure 5.3.9 Measurement equipments.

Table 5.3.1 Measured bending stiffness.

	$\phi_{g,1}$	$\phi_{g,2}$	$\phi_{g,3}$	$\phi_g$	$\phi_\pi$	$\phi_h$
No.1	1.65	1.65	1.64	1.65	--	--
No.2	1.67	1.67	1.66	1.67	--	--
No.3	1.72	1.72	1.70	1.71	--	1.39
No.4	1.80	1.81	1.80	1.80	--	1.43
No.5	1.78	1.80	1.82	1.80	--	1.41
No.6	1.76	1.77	1.80	1.78	1.77	1.39
No.7	1.87	1.75	1.81	1.81	1.76	--

unit :  $\times 10^3$  kN·m<sup>2</sup>

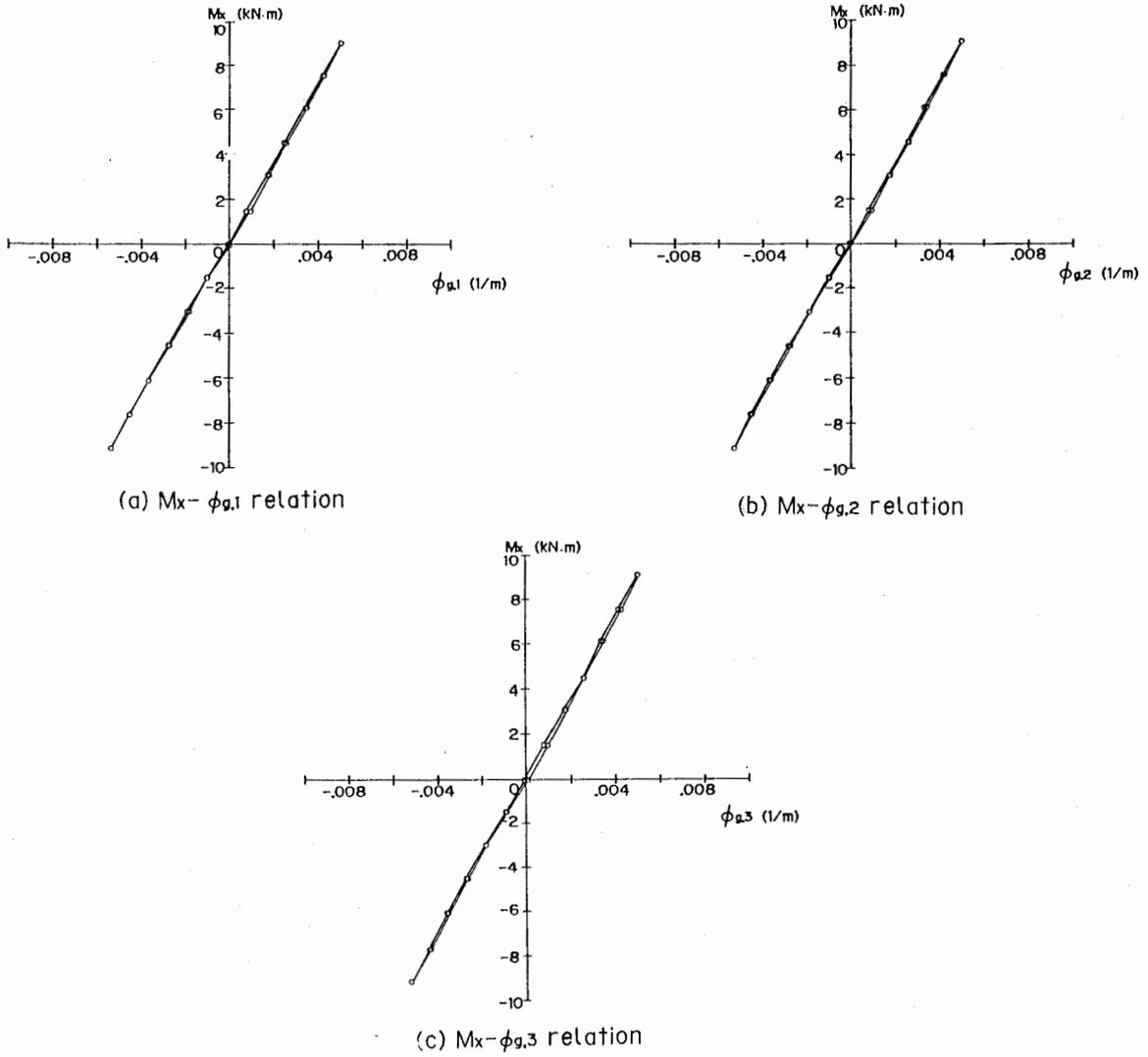


Figure 5.3.10 (a), (b), (c)  
 Experimental moment-curvature relations  
 measured using strain gages.

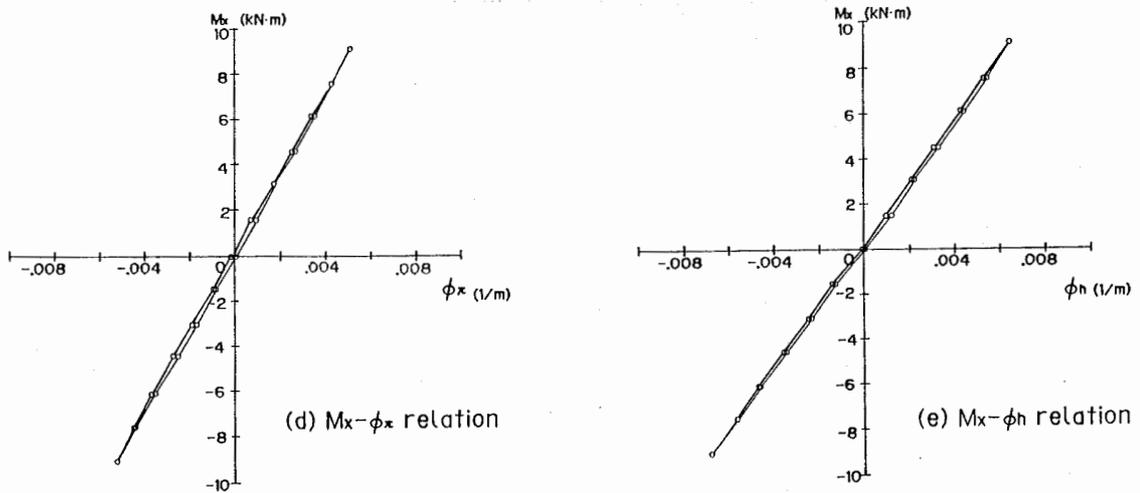
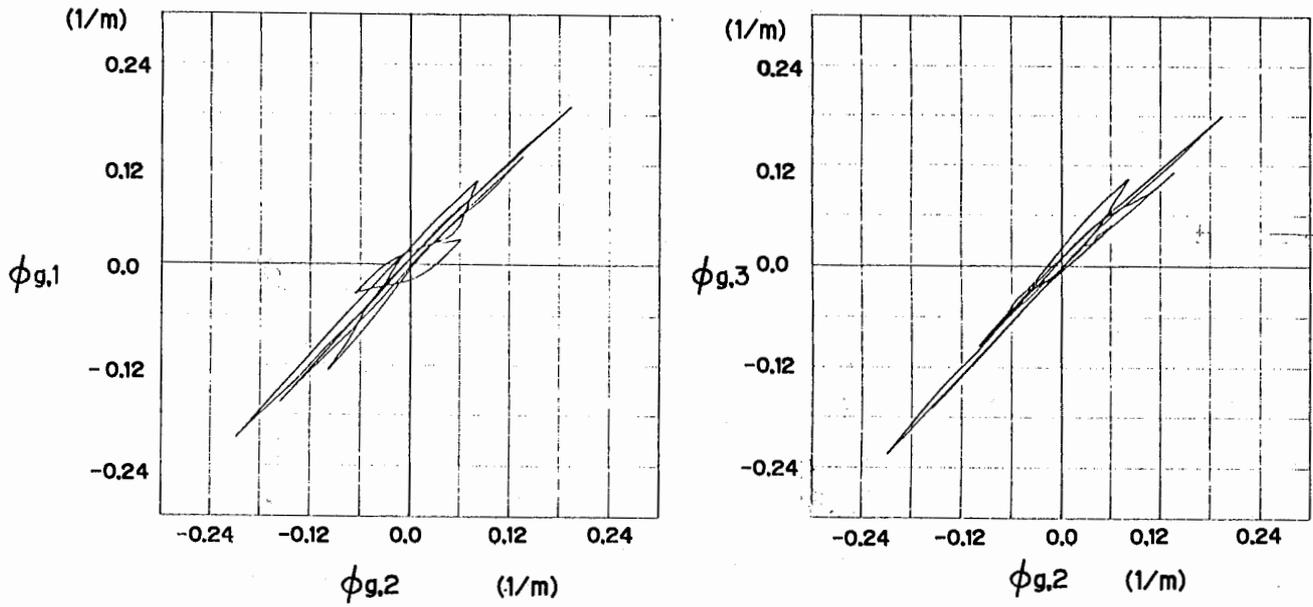
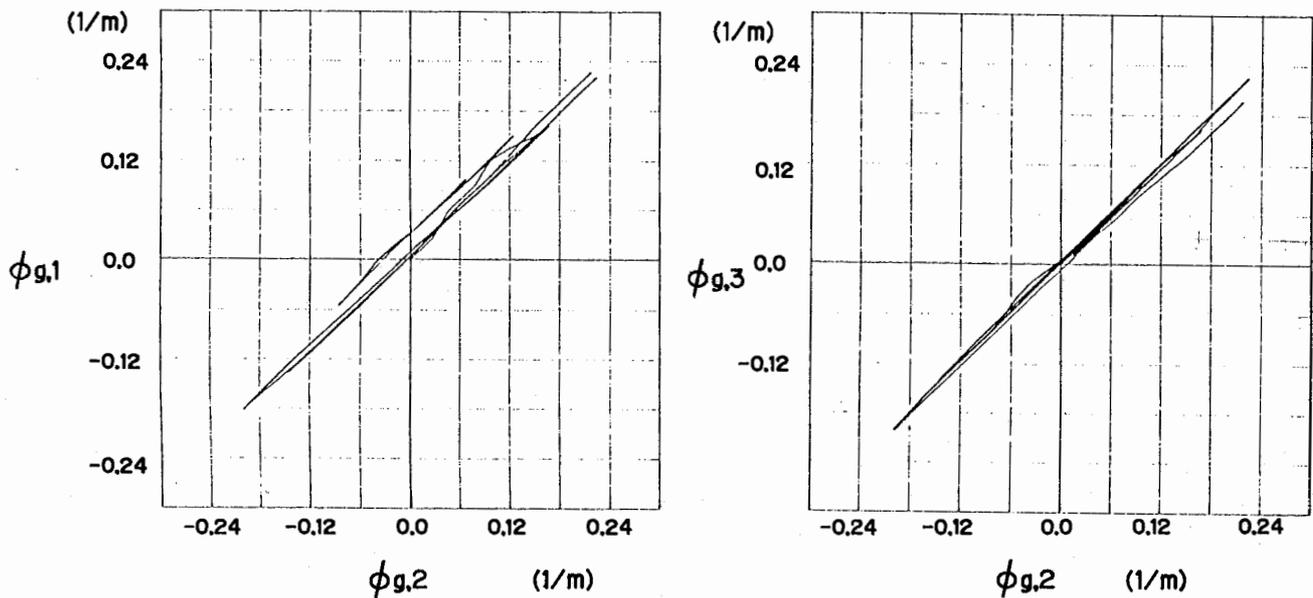


Figure 5.3.10  
 Experimental moment-curvature relations ;  
 (d) measured by a set of Pi-shape displacement gages,  
 (e) measured by a set of high-sensitivity displacement gages.



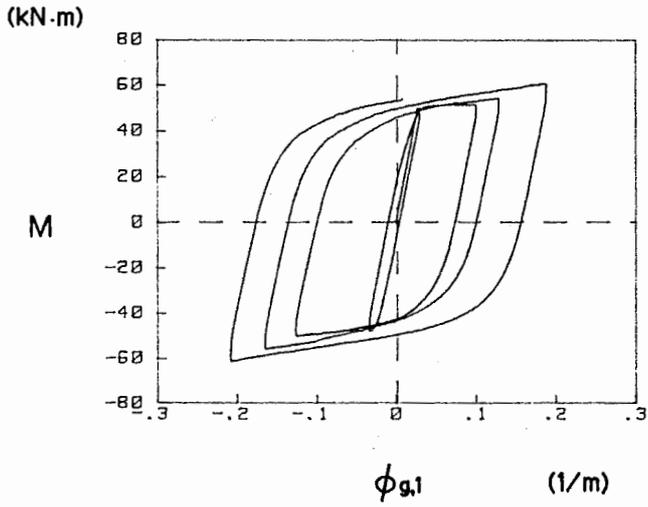
(a) Loading pattern No.1



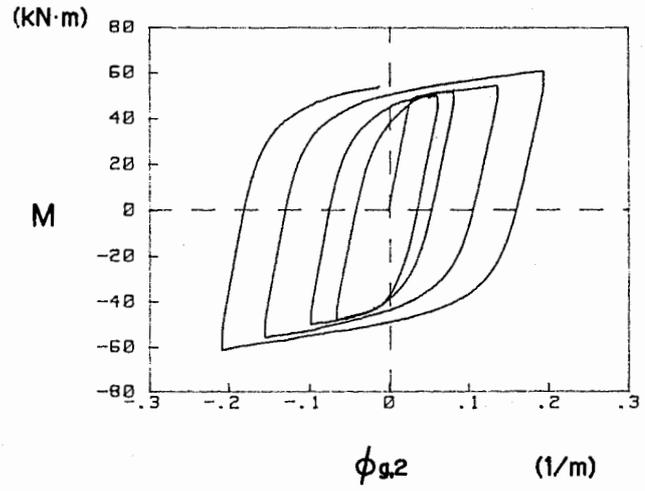
(b) Loading pattern No.2

Figure 5.3.11

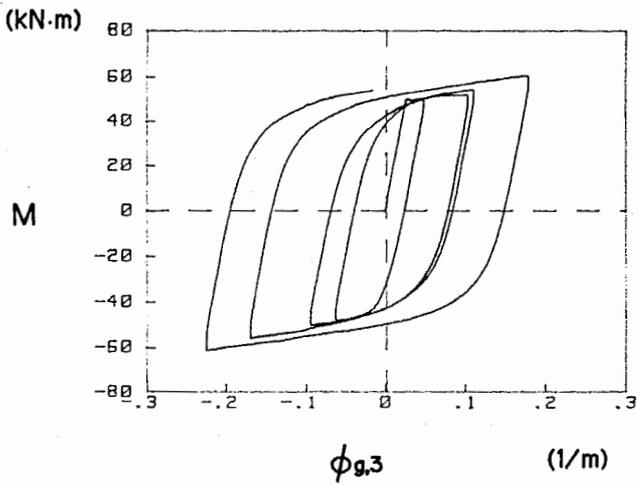
Curvatures on three cross sections measured by strain gages.



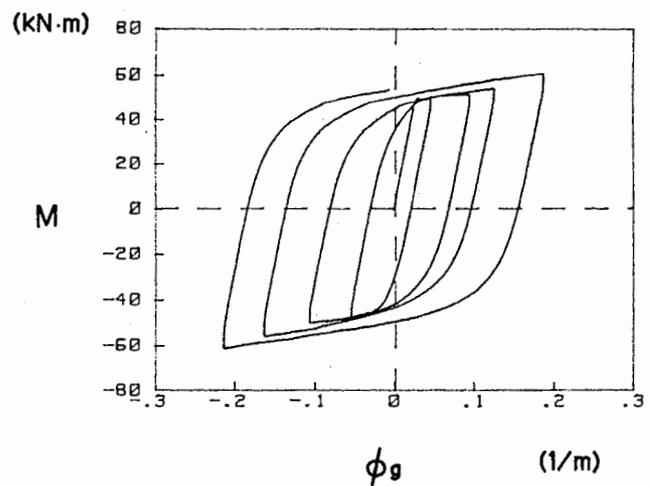
(a) Section.1



(b) Section.2

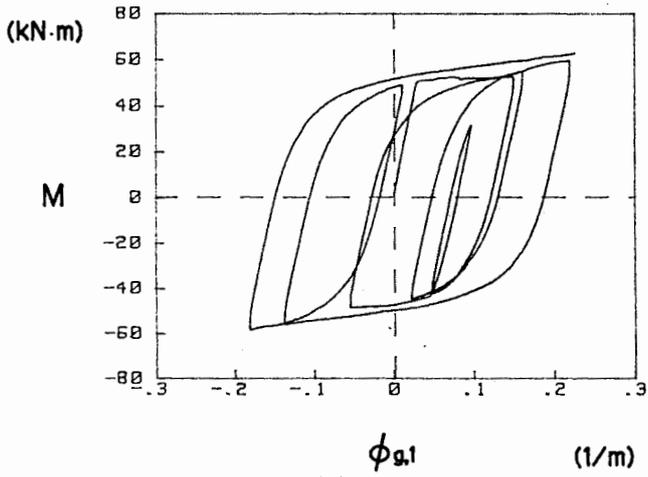


(c) Section.3

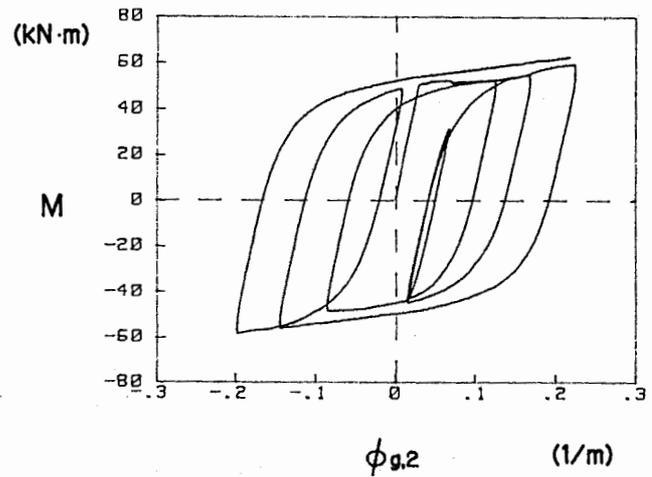


(d) Mean value

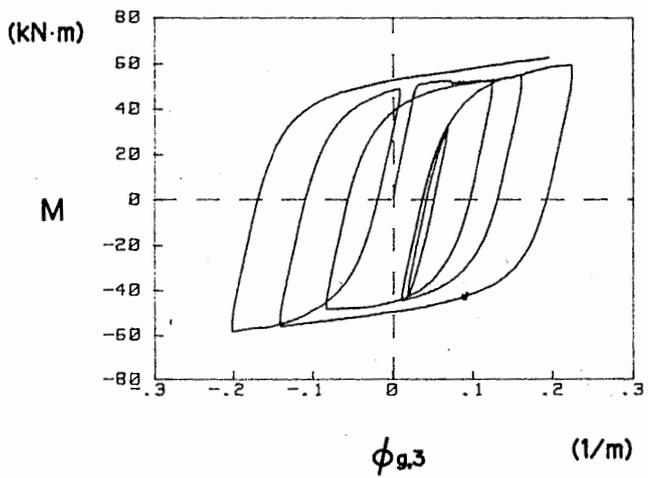
Figure 5.3.12  
 Moment-curvature relations on three cross sections  
 (loading pattern No.1).



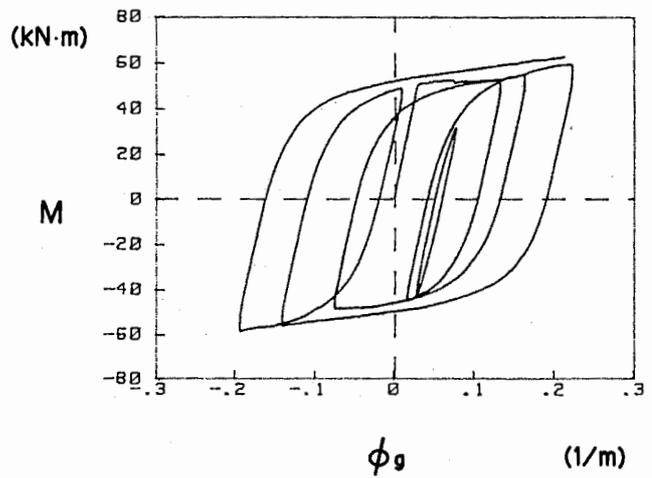
(a) Section.1



(b) Section.2



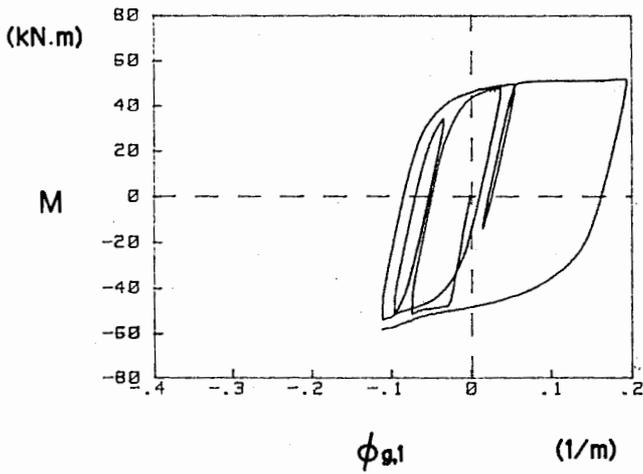
(c) Section.3



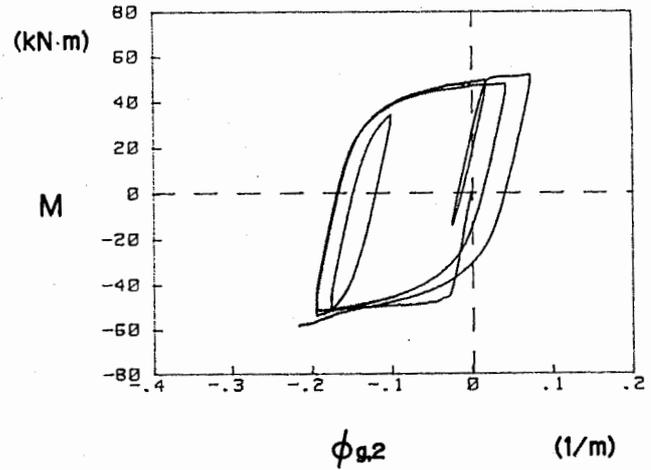
(d) Mean value

Figure 5.3.12

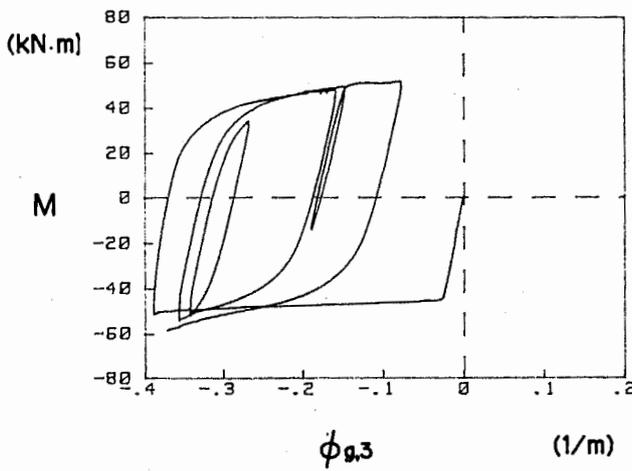
Moment-curvature relations on three cross sections  
(loading pattern No.2).



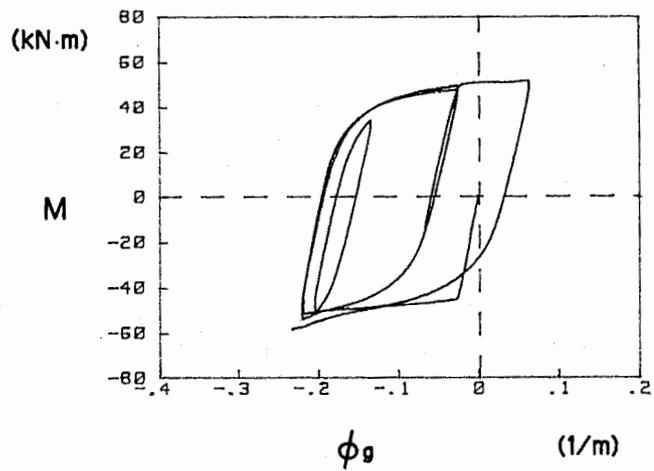
(a) Section.1



(b) Section.2



(c) Section.3



(d) Mean value

Figure 5.3.12

Moment-curvature relations on three cross sections  
(loading pattern No.3).

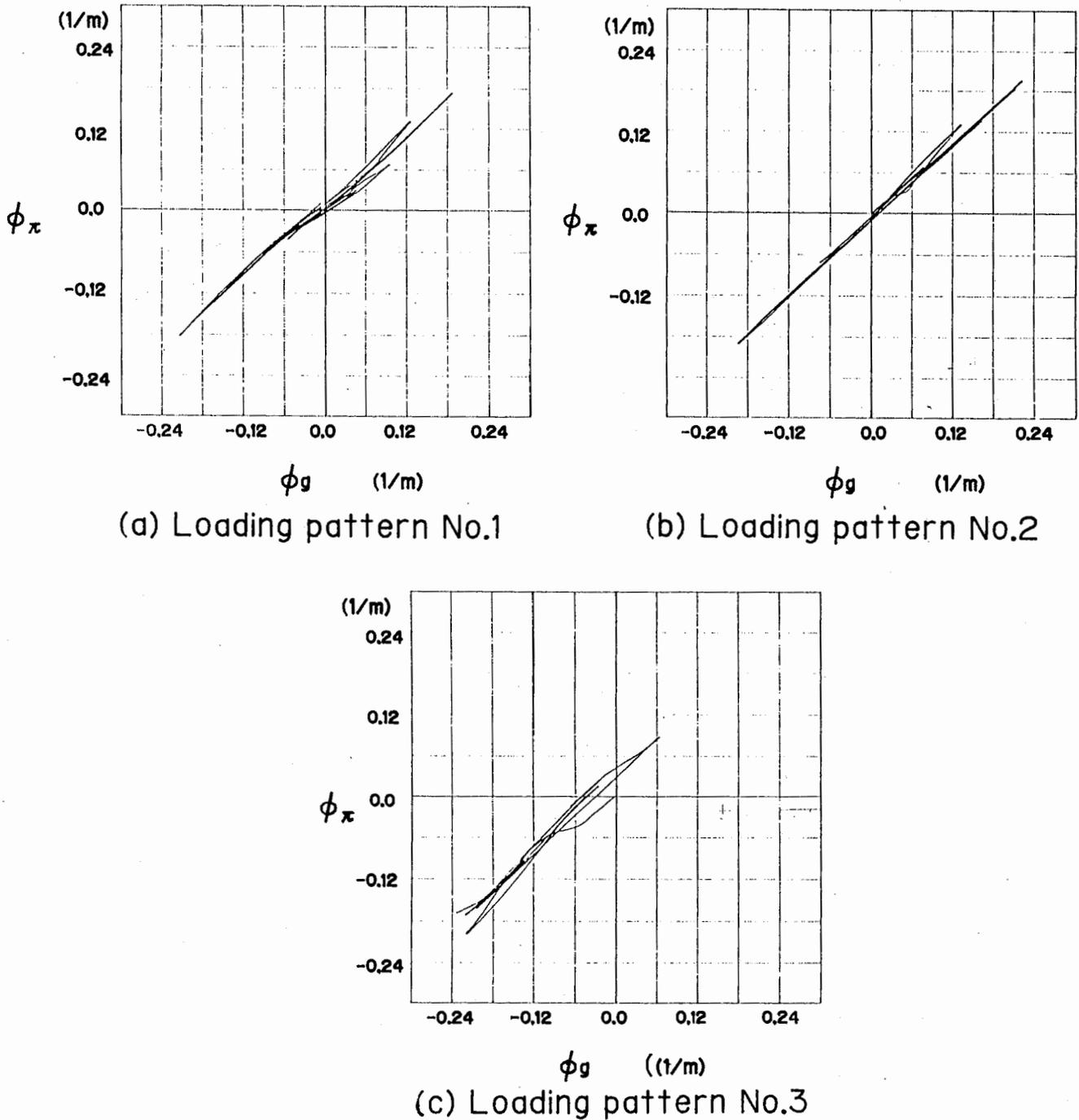
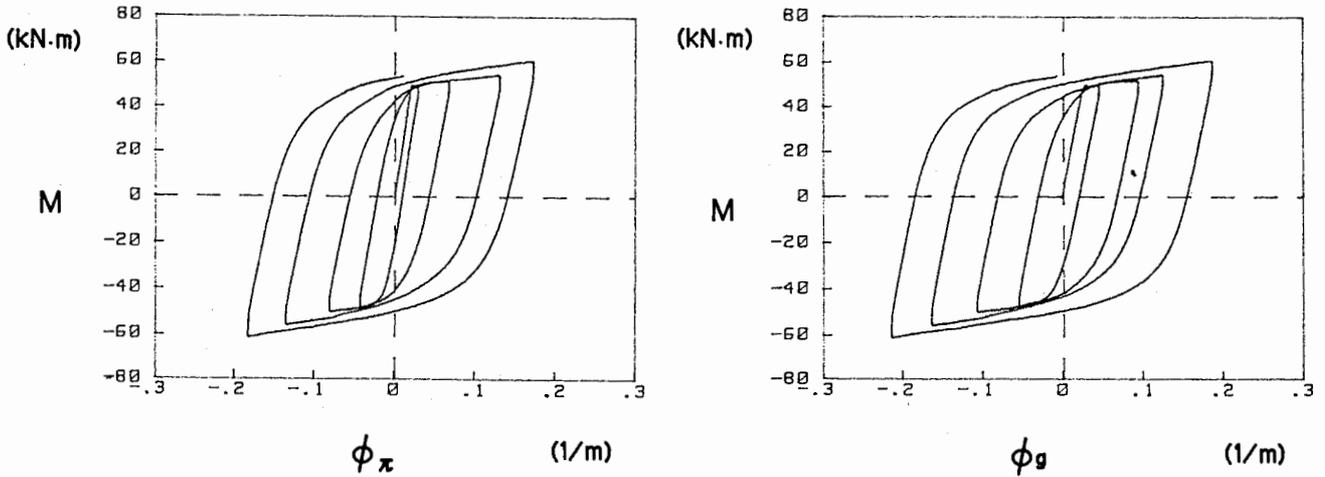
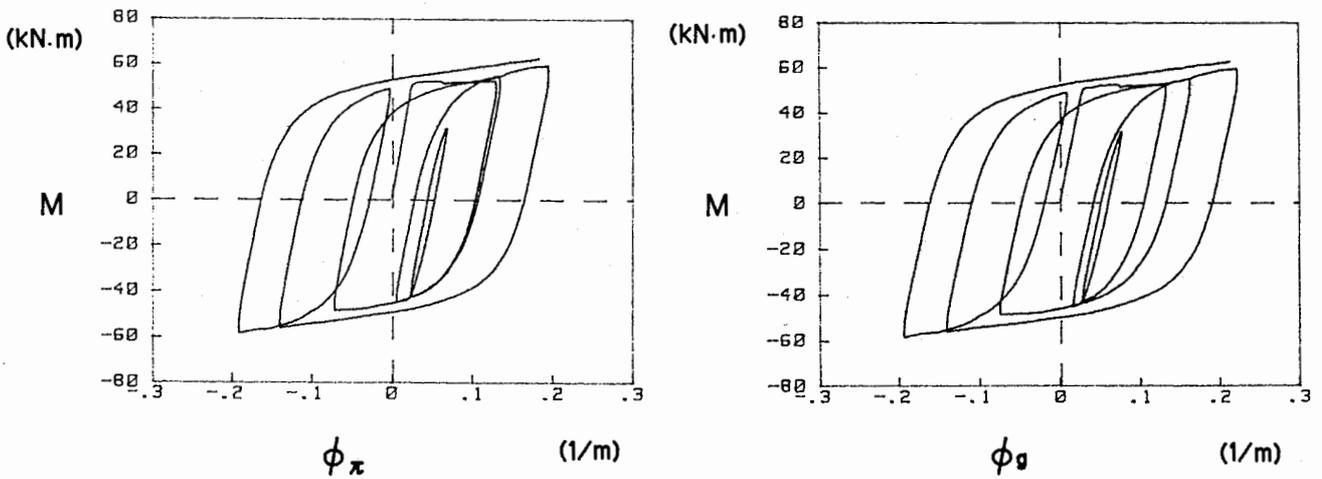


Figure 5.3.13

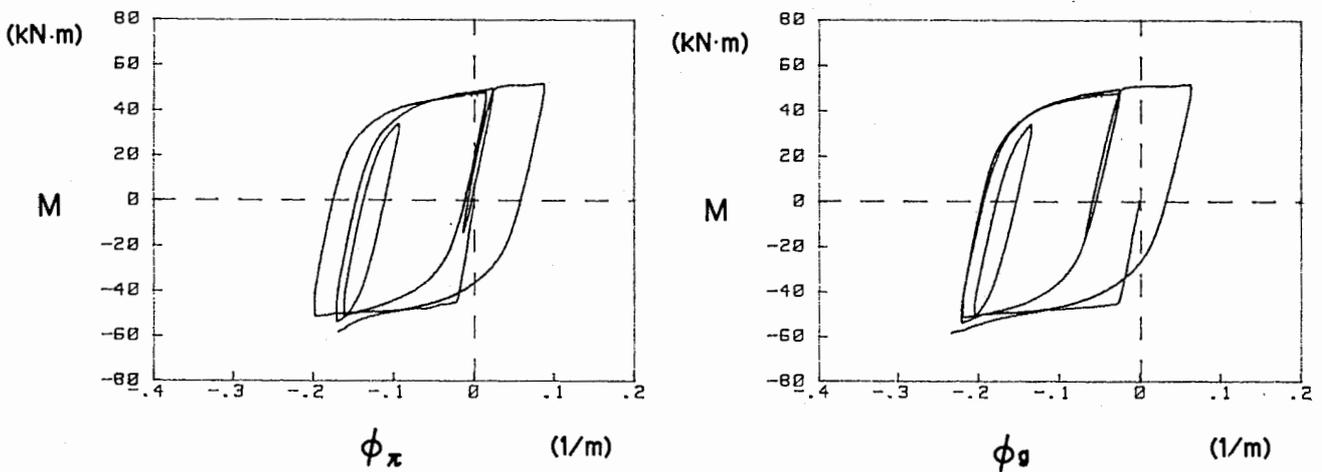
Comparisons of curvatures measured by strain gages and those measured by a set of Pi-shape displacement gages.



(a) Loading pattern No.1



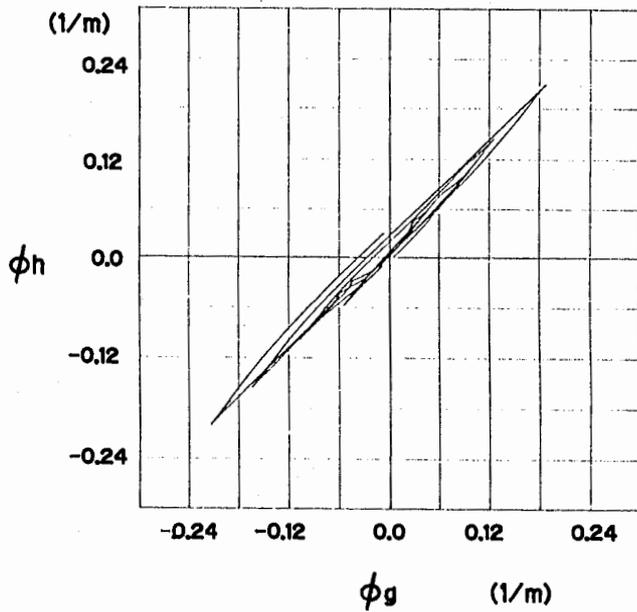
(b) Loading pattern No.2



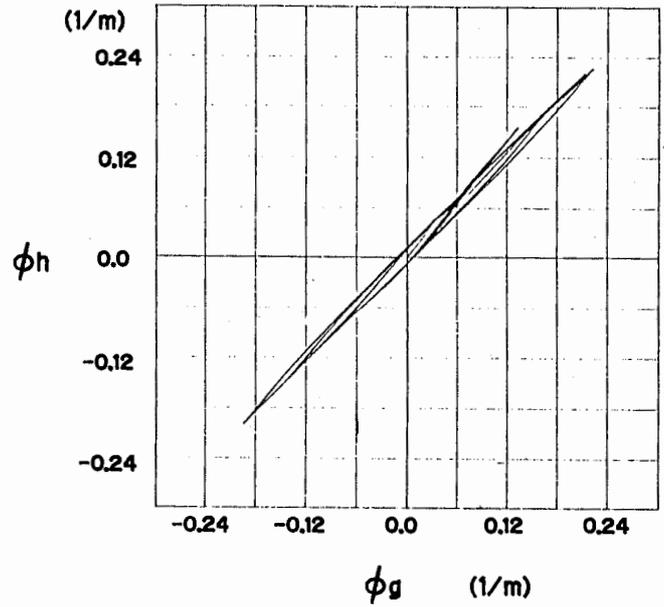
(c) Loading pattern No.3

Figure 5.3.14

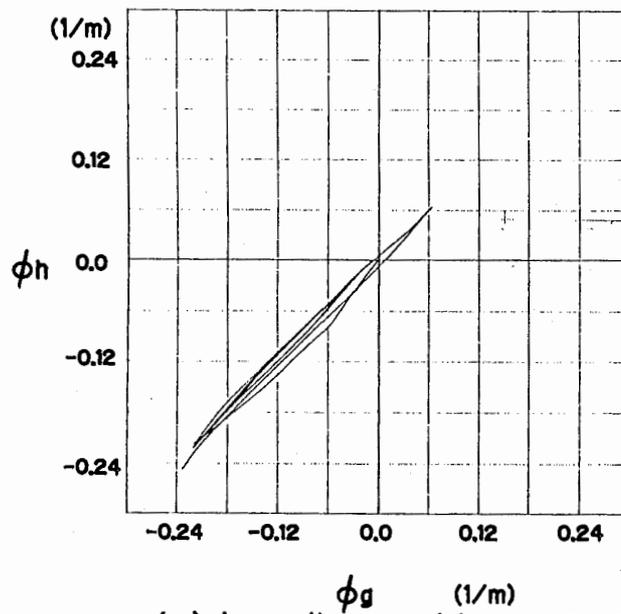
Comparisons of moment-curvature relations measured by strain gages and those measured by a set of Pi-shape displacement gages.



(a) Loading pattern No.1



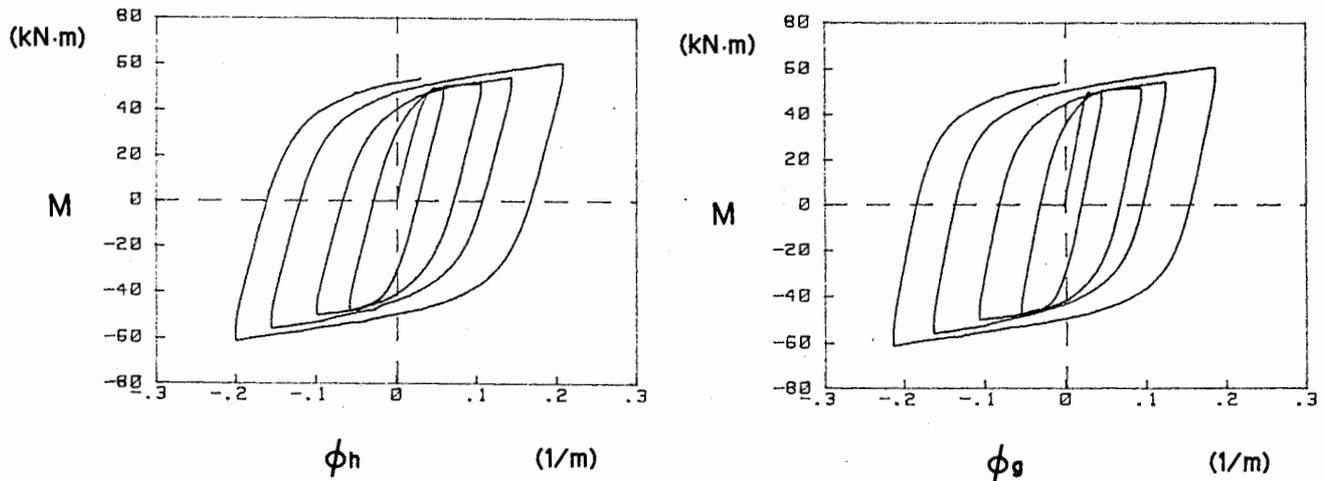
(b) Loading pattern No.2



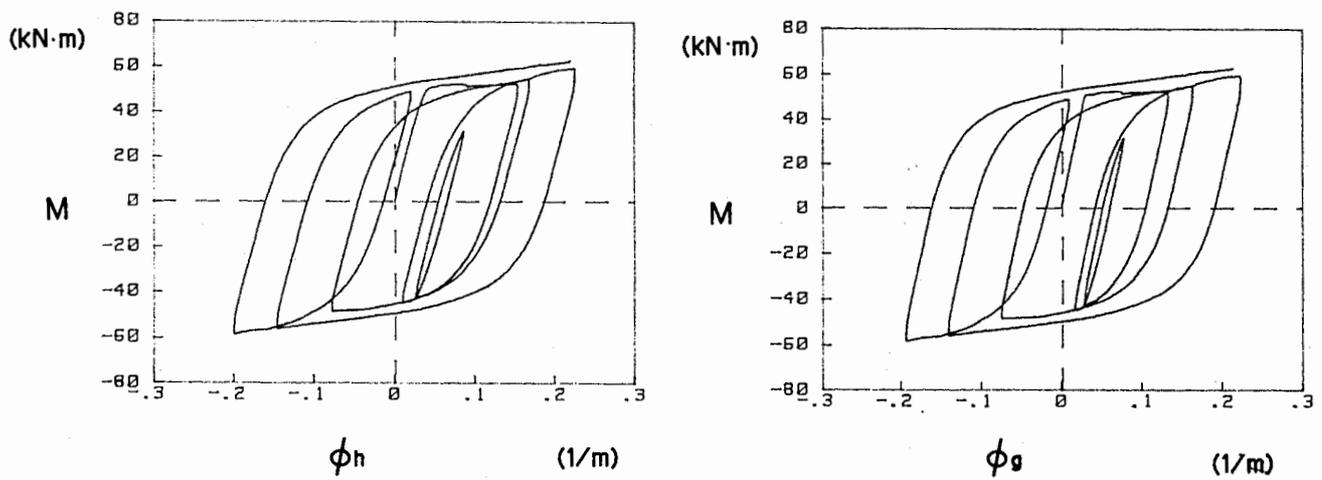
(c) Loading pattern No.3

Figure 5.3.15

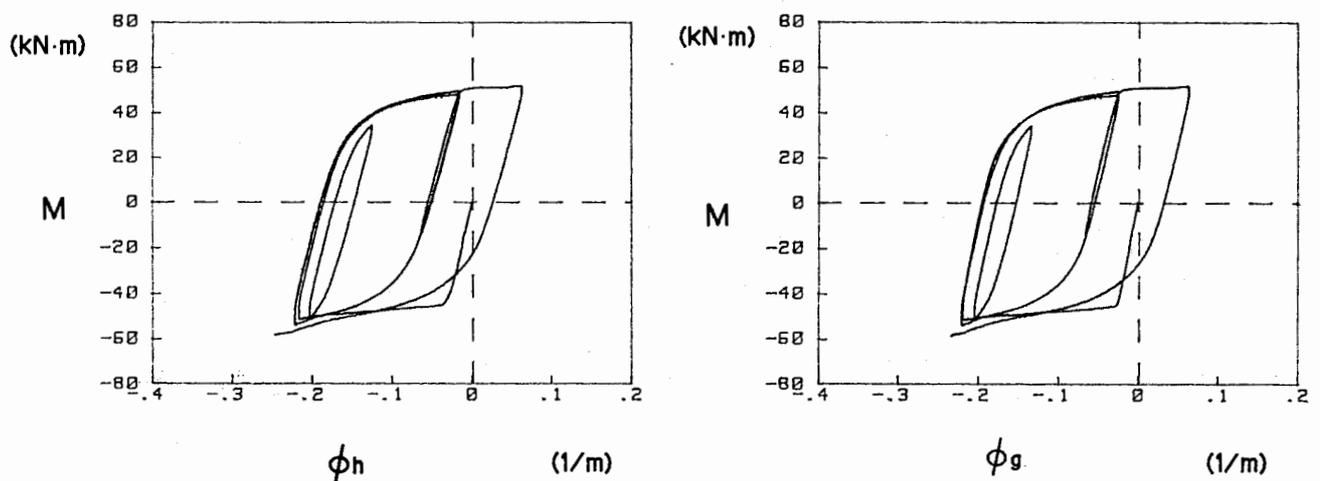
Comparisons of curvatures measured by strain gages and those measured by a set of high-sensitivity displacement gages.



(a) Loading pattern No.1



(b) Loading pattern No.2



(c) Loading pattern No.3

Figure 5.3.16

Comparisons of moment-curvature relations measured by strain gages and those measured by a set of high-sensitivity displacement gages.

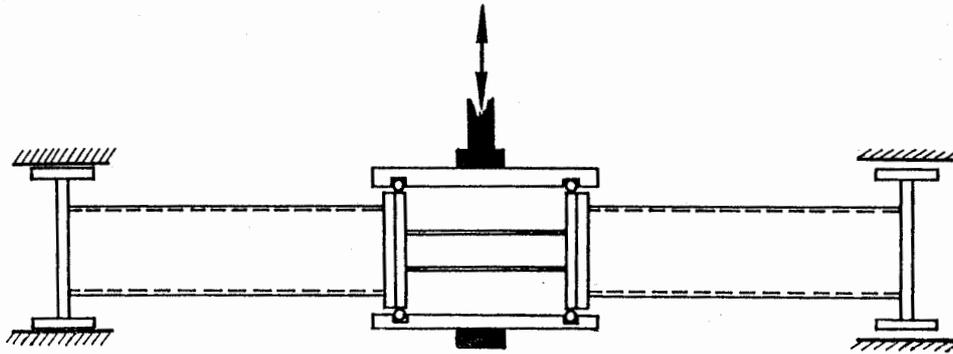


Figure 5.4.1

Schematic figure showing how to load.

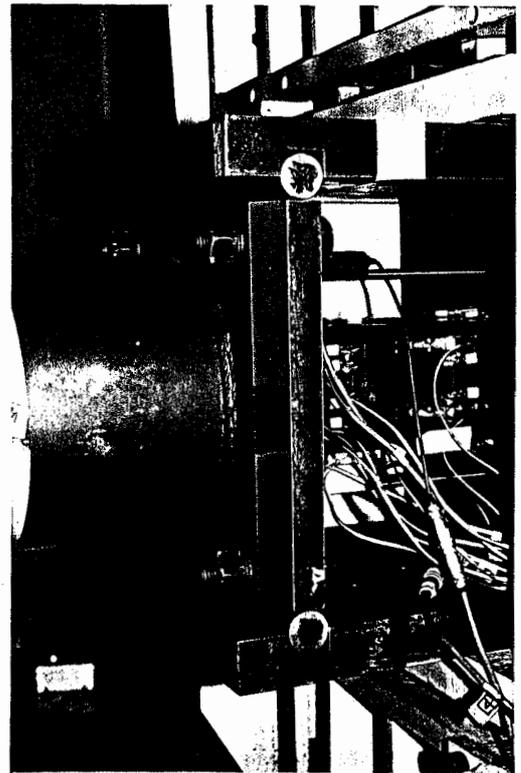
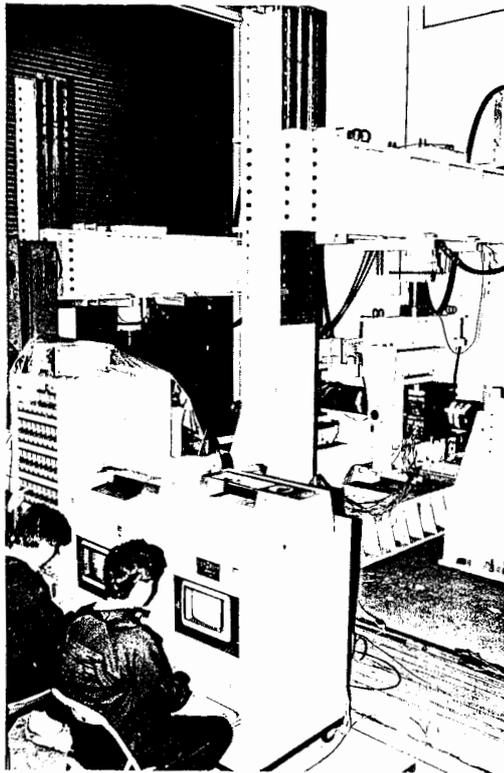
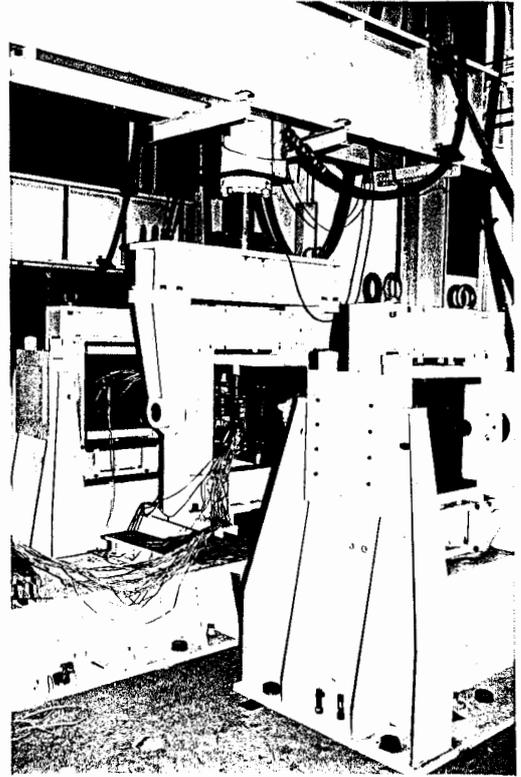
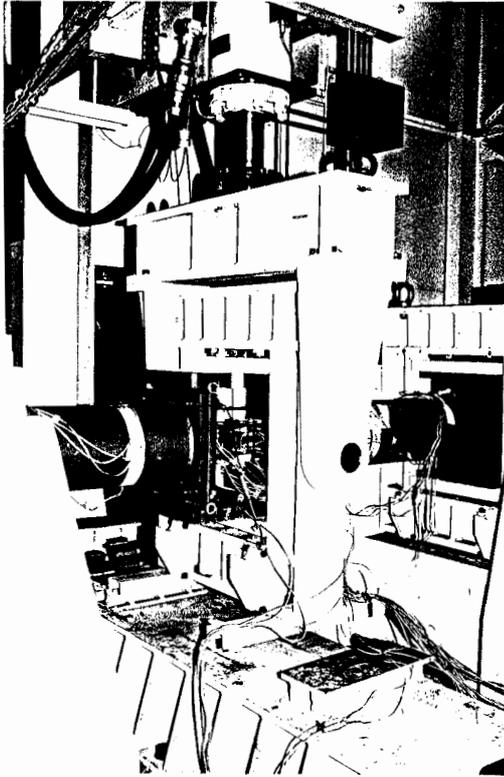
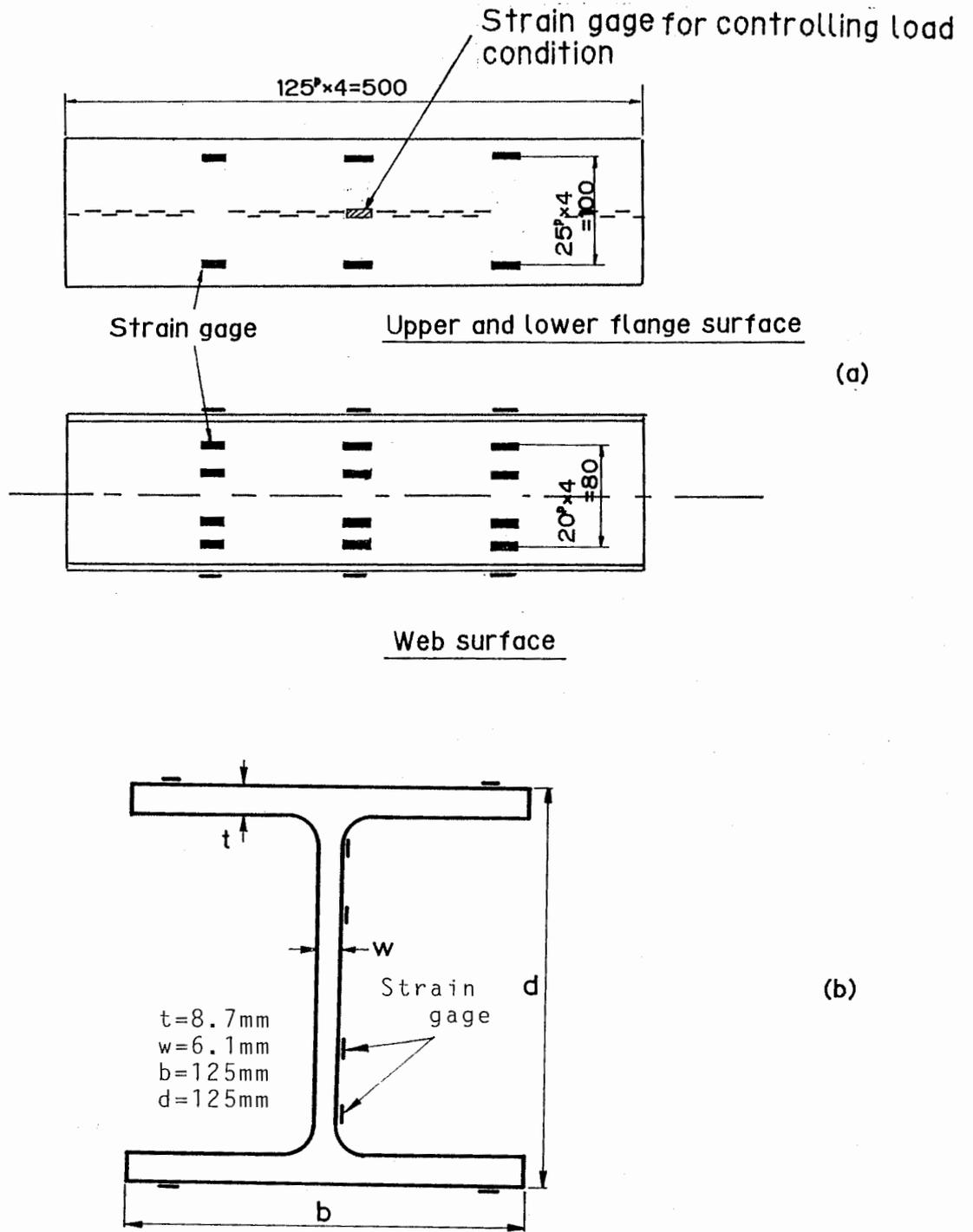
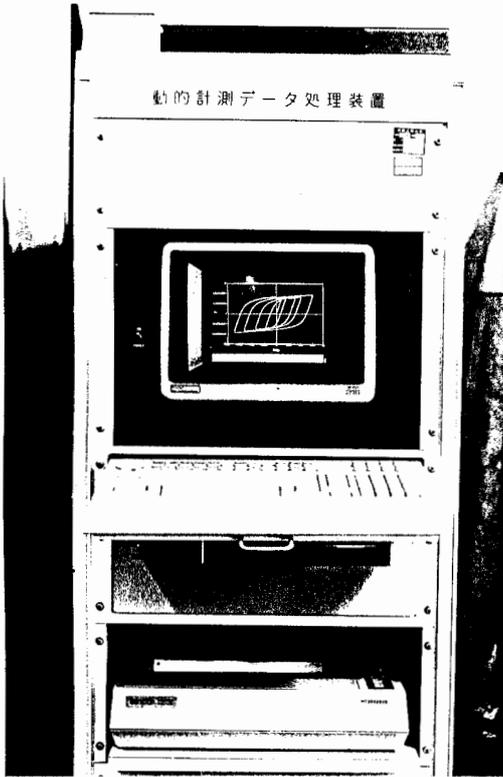


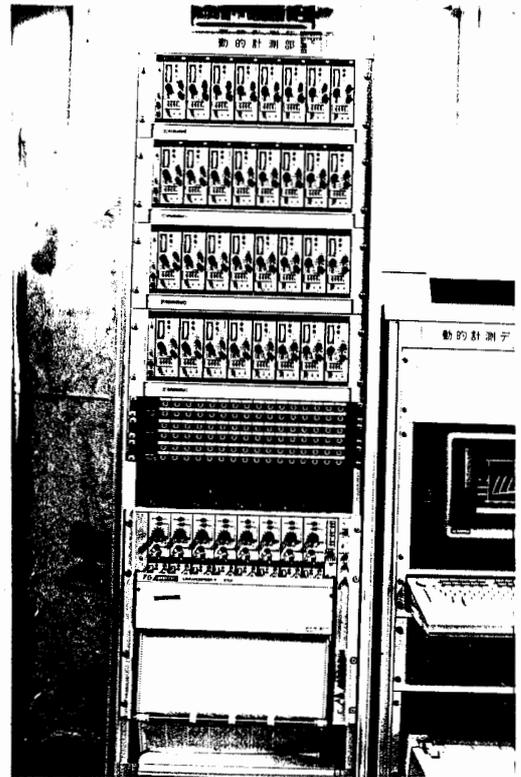
Figure 5.4.2 Set up of loading system and specimen.



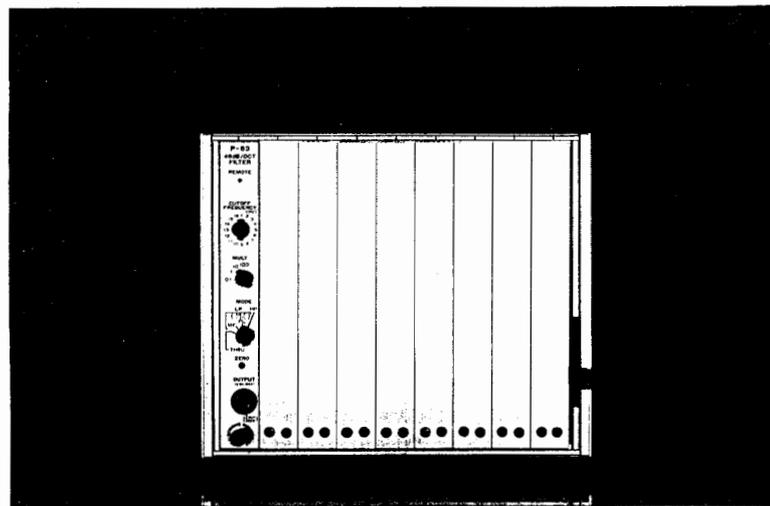
**Figure 5.4.3**  
 Configuration of cross section and curvature measurements by strain gages.



(a) Micro computer system  
PS9000 system H1500

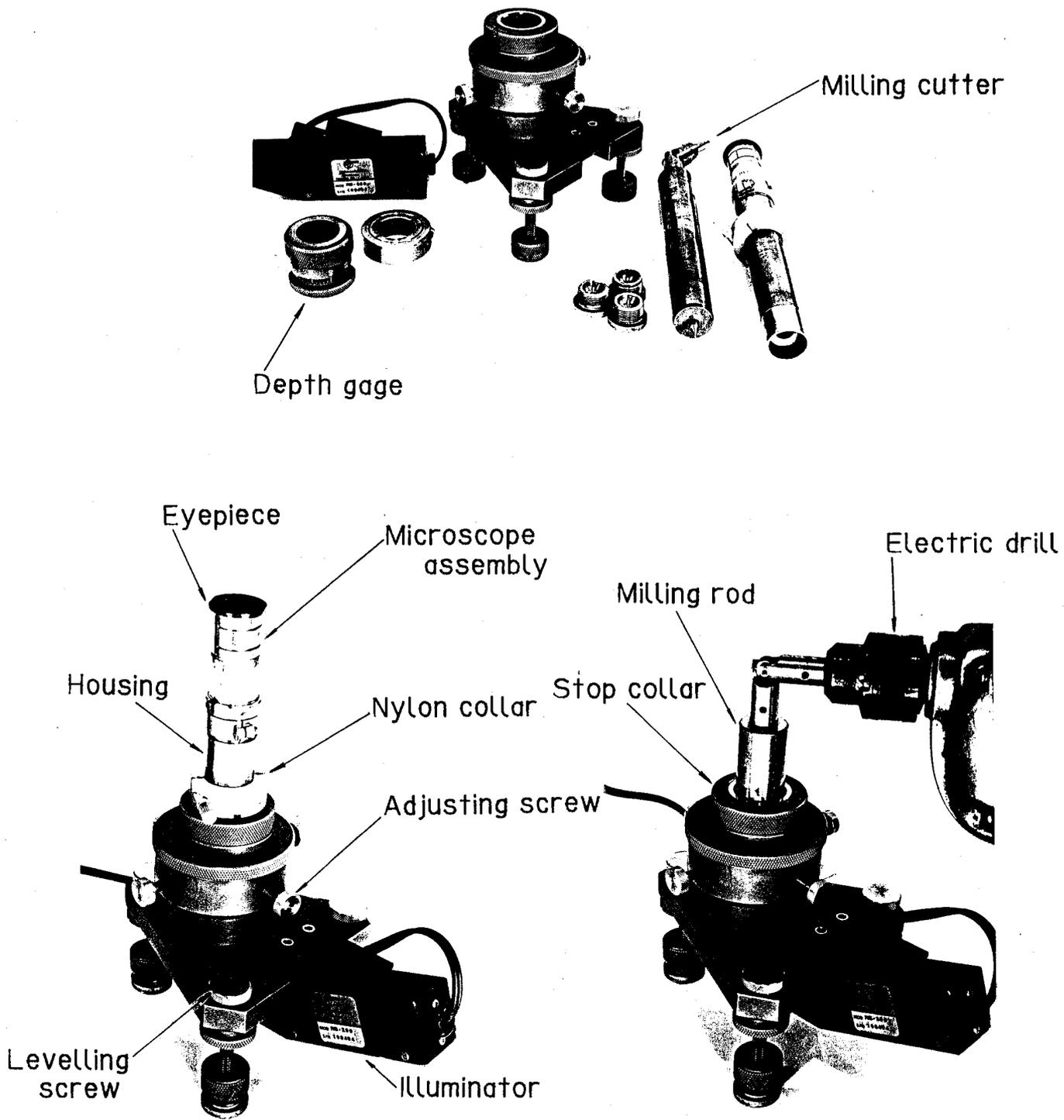


(b) Dynamic strain meter  
DPM-611B



(c) Filter P-83

Figure 5.4.4 Photographs of measurement equipments.



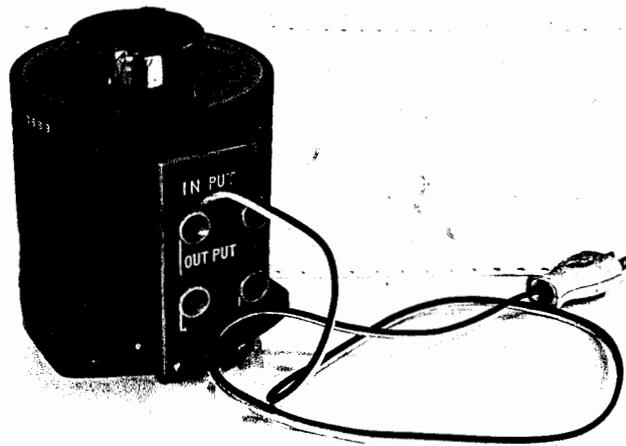
(a) RS-200 Milling guide

Figure 5.5.1

Measurement equipments of residual stress  
(to be continued).



(b) Electric drill and milling rod



(c) Slidac

Figure 5.5.1

Measurement equipments of residual stress.

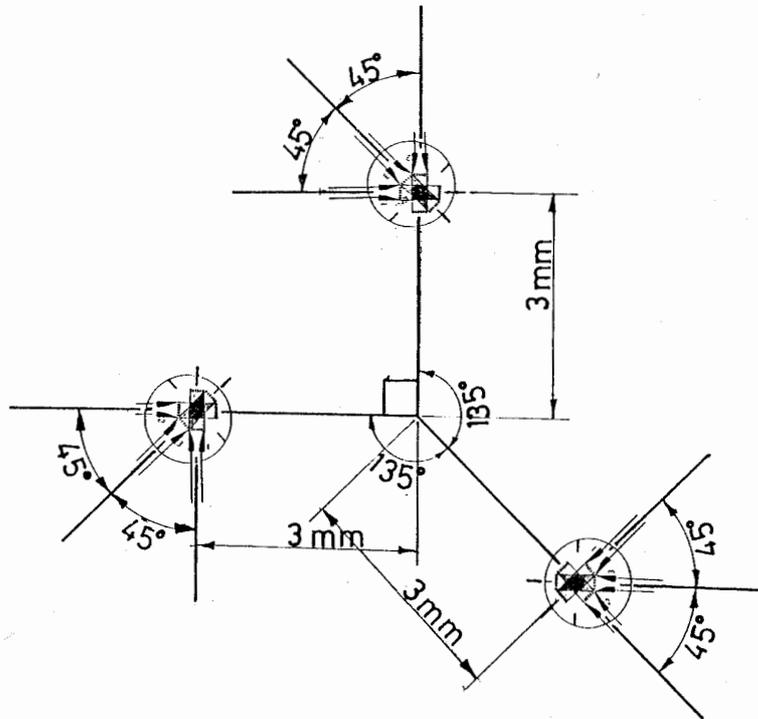
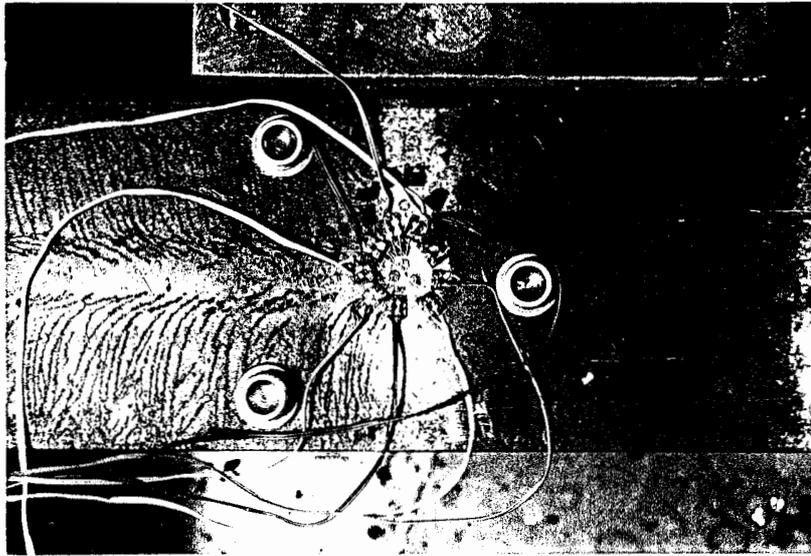
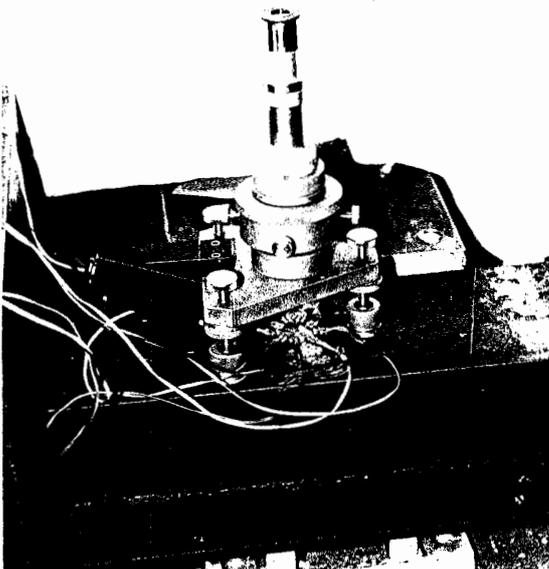


Figure 5.5.2  
Arrangement of strain gages.



(a) Strain gage wiring



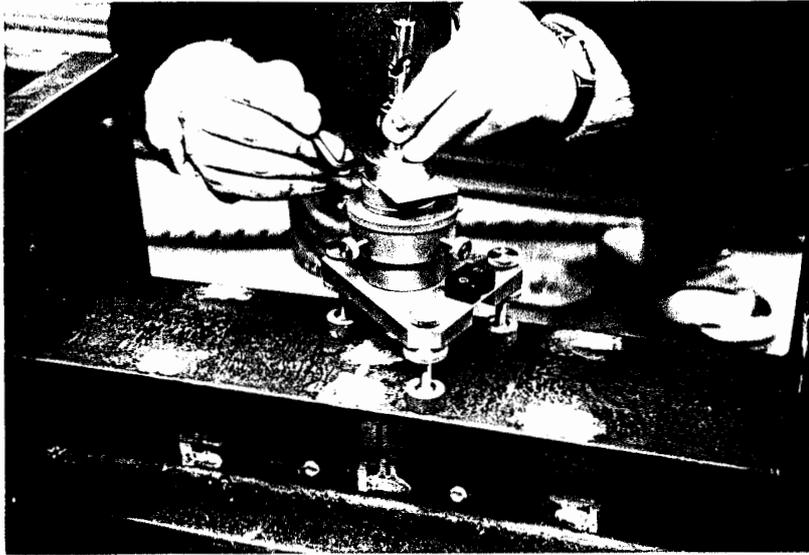
(b) Setup of Milling guide



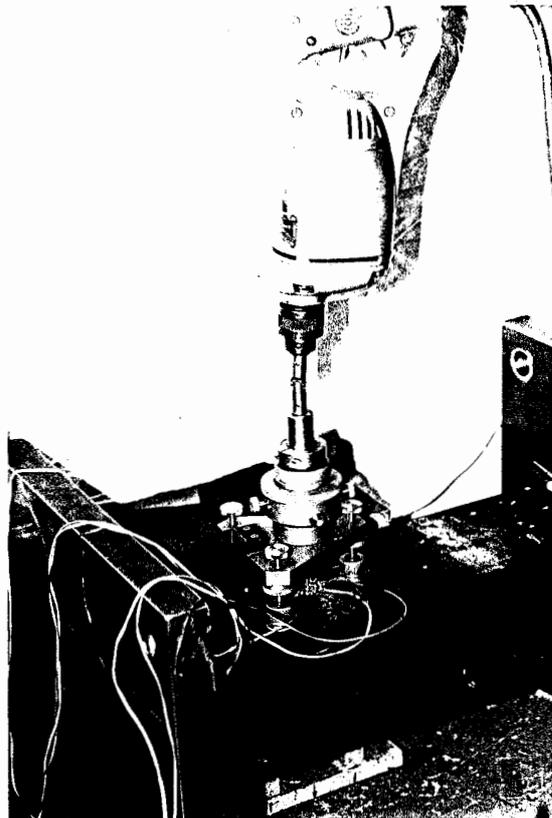
(c) Adjustment of drilling point

Figure 5.5.3

Measurement procedure of residual stress  
(to be continued).



(d) Setting depth gage



(e) Electric drill attached to Milling Guide

Figure 5.5.3

Measurement procedure of residual stress.

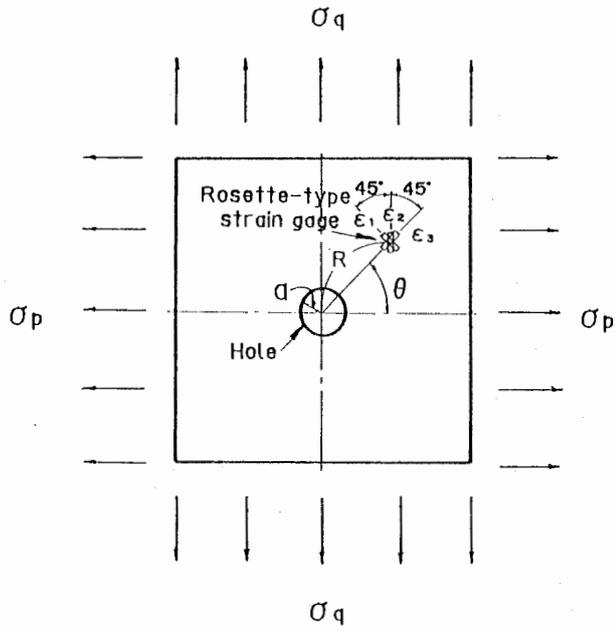


Figure 5.5.4  
Two dimensional uniform stress distribution with a hole.

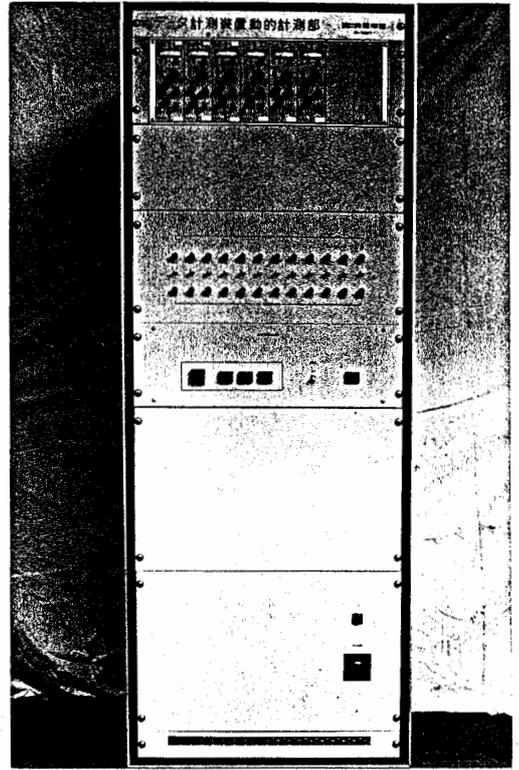
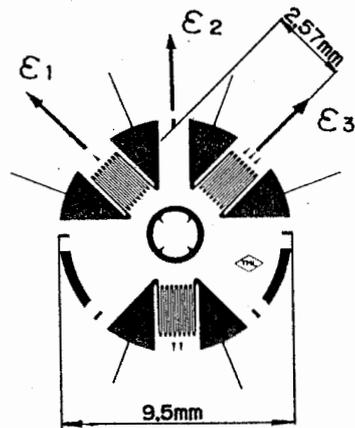


Figure 5.5.5  
Digital strain meter H-1021.



Type : FRS-2  
(Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd)

Gage length : 1.5mm

Gage width : 1.3mm

Figure 5.5.6  
Rosette-type strain gage.

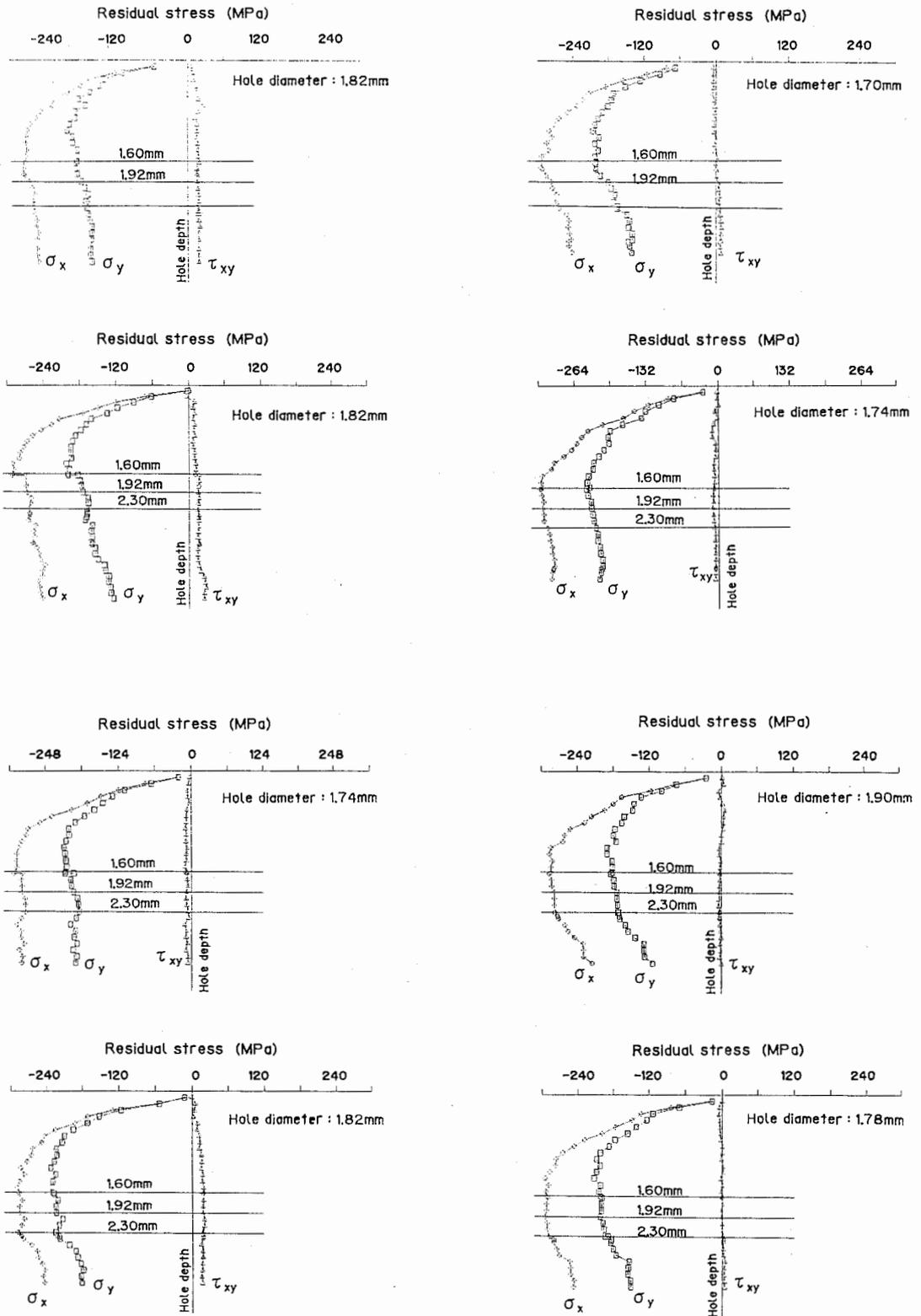


Figure 5.5.7  
Effect of hole depth on residual stress.

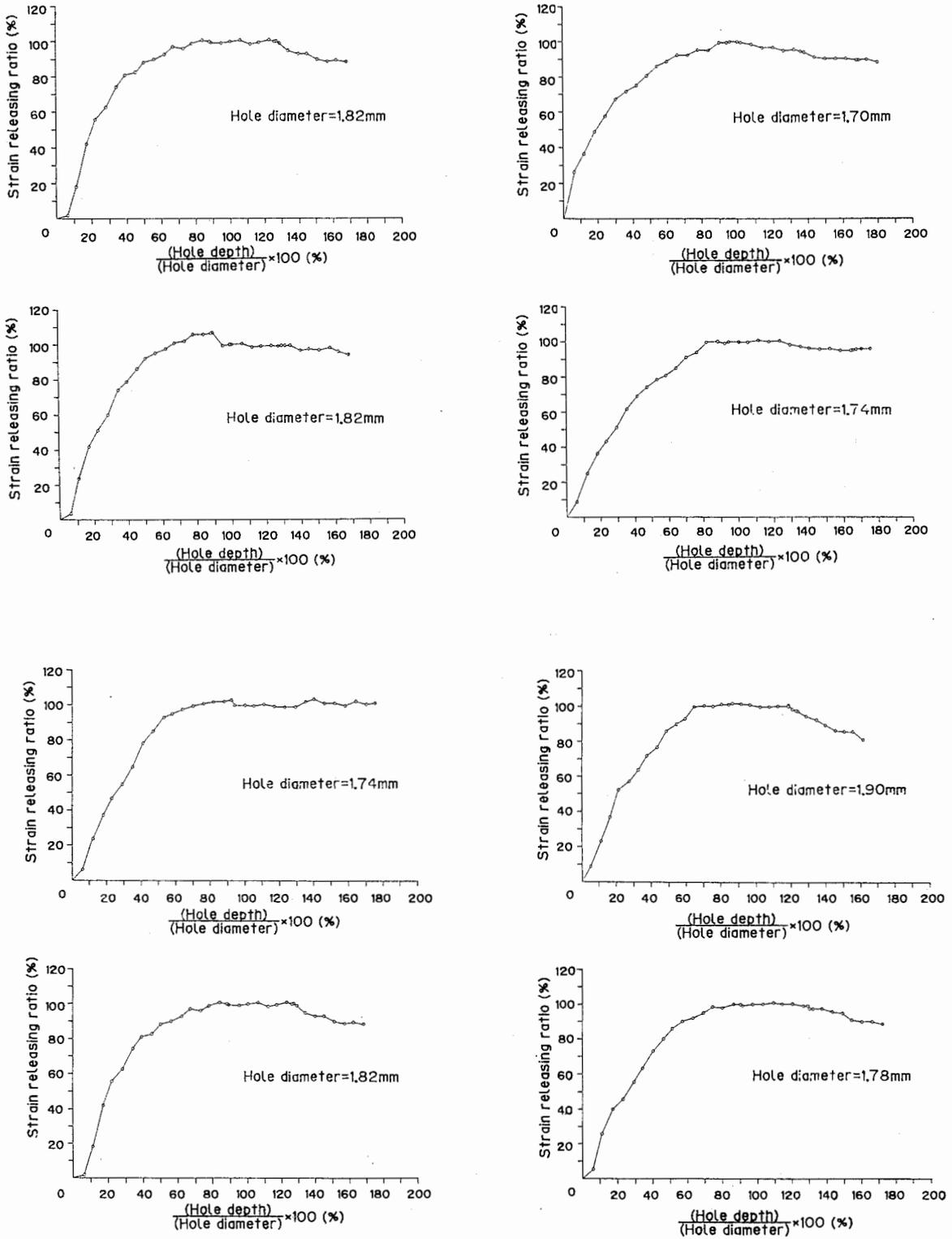


Figure 5.5.8

Strain releasing ratio-nondimensional hole depth relations.

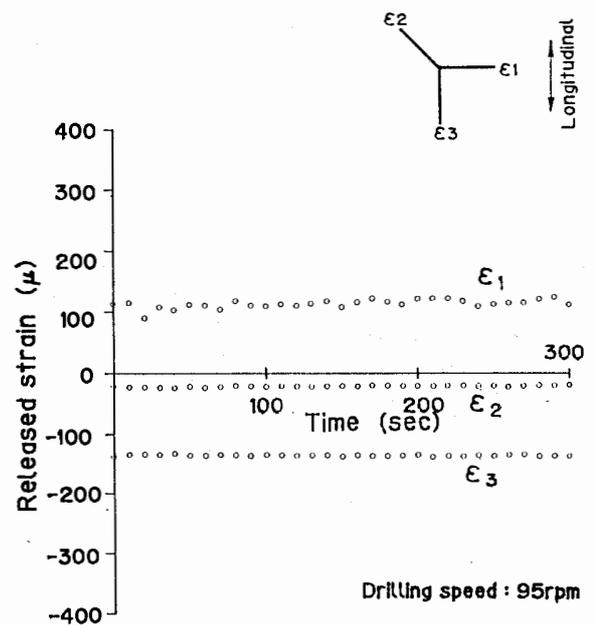
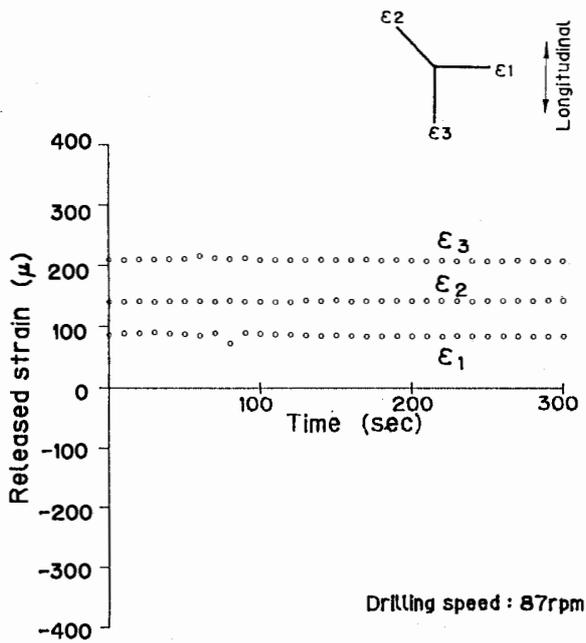
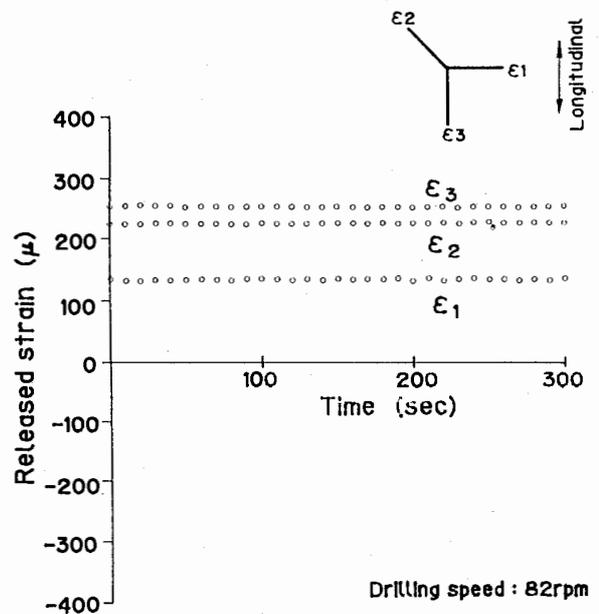
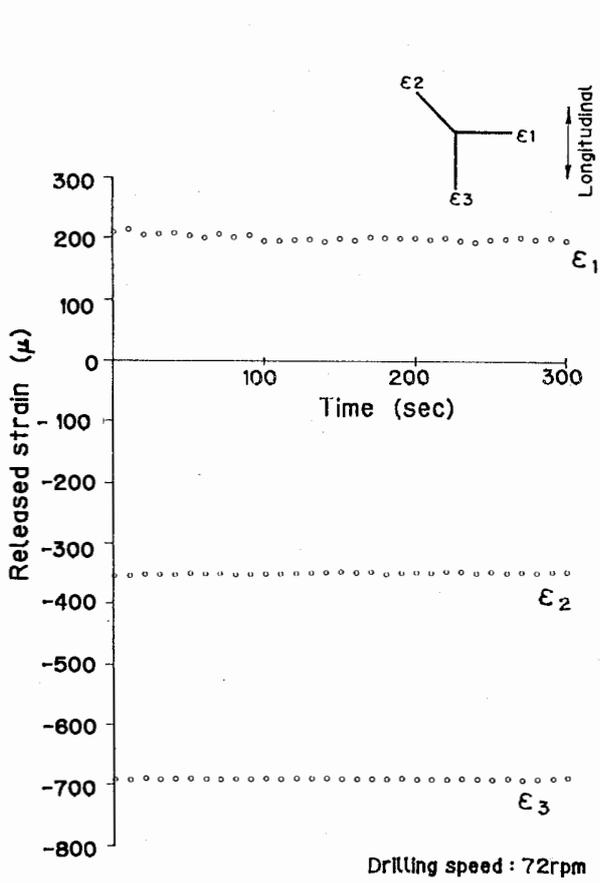
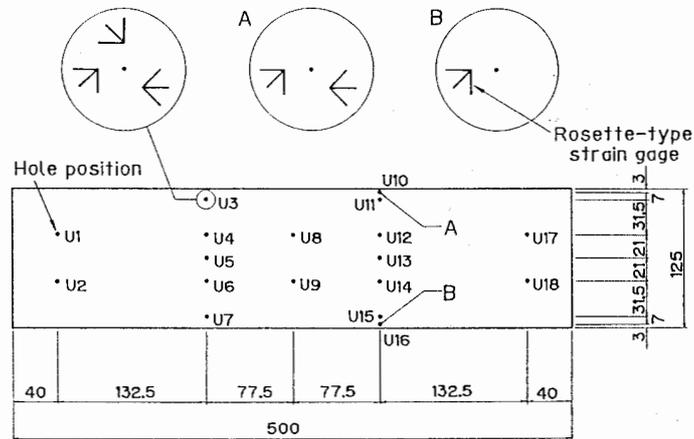


Figure 5.5.9  
Effect of time and drilling speed.

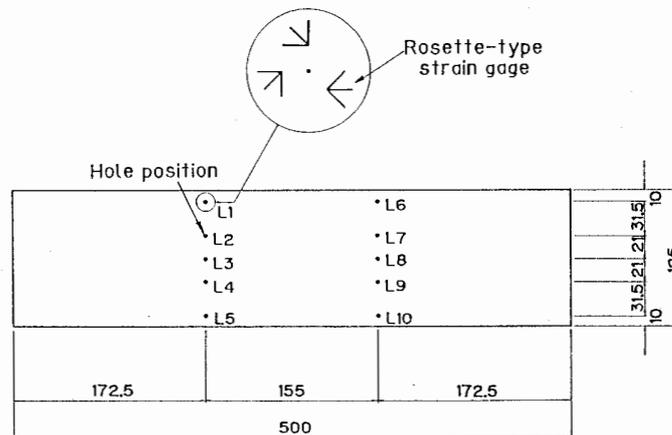
Table 5.5.3  
Effects of a hole distance.

Position	Direction	Interval of strain gages		
		14 mm	20 mm	56 mm
Left side	I	1	0	1
	II	2	1	0
	III	5	2	2
Drilled point	I	30	45	7
	II	189	203	171
	III	340	283	280
Right side	I	0	2	1
	II	2	1	1
	III	8	3	0

( unit :  $\mu$  )



(a) Upper flange



(b) Lower flange

Figure 5.5.10  
Measured points of residual stress.

Table 5.5.4(a)

Measured residual stress (upper flange).

Measurement point No. (Upper flange)	Principal stress (MPa) (deg)			Normal stress (MPa)		Shear stress (MPa) $\tau_{xy}$
	$\sigma_p$	$\sigma_q$	$\theta$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	
U1	-83.	43.	-10	39.	-80.	-21.
	-71.	-1.	27	-7.	-64.	-20.
	-5.	-45.	-16	-8.	-42.	-10.
U2	-102.	-13.	8	-15.	-100.	12.
	9.	-60.	-26	2.	-53.	22.
	6.	-65.	18	-1.	-58.	21.
U3	13.	81.	15	76.	18.	17.
	24.	58.	-16	32.	50.	-14.
	1.	62.	-10	2.	61.	10.
U4	17.	-24.	-37	-9.	2.	19.
	12.	-27.	8	-13.	-2.	19.
	11.	-21.	31	3.	-12.	14.
U5	43.	-2.	-4	-2.	43.	3.
	38.	4.	37	4.	37.	5.
	--	--	--	--	--	--
U6	-3.	-9.	6	-8.	-3.	-1.
	-2.	-4.	-16	-2.	-3.	1.
	-2.	-6.	17	-2.	-6.	1.
U7	-24.	35.	13	32.	-21.	13.
	-2.	18.	16	13.	3.	-8.
	18.	34.	-3	18.	34.	1.
U8	-6.	-33.	-21	-29.	-9.	9.
	11.	-49.	2	-21.	-17.	30.
	-4.	-24.	-16	-6.	-23.	-5.
U9	-182.	167.	-43	4.	-19.	-174.
	13.	-43.	-9	-6.	-23.	26.
	232.	-265.	42	8.	-41.	248.
U10	32.	-47.	-43	-10.	-4.	40.
	--	--	--	--	--	--
	--	--	--	--	--	--

Table 5.5.4(b)

Measured residual stress (upper flange).

Measurement point No. (Upper flange)	Principal stress (MPa) (deg)			Normal stress (MPa)		Shear stress (MPa) $\tau_{xy}$
	$\sigma_p$	$\sigma_q$	$\theta$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	
U11	16.	-9.	-31	-3.	10.	11.
	62.	47.	-42	62.	47.	1.
	-7.	23.	-37	4.	12.	15.
U12	20.	-20.	-36	-6.	6.	19.
	33.	-21.	6	0.	7.	0.
	7.	7.	-45	7.	7.	0.
U13	49.	3.	-5	3.	48.	4.
	46.	4.	36	5.	45.	6.
	4.	37.	-3	5.	37.	2.
U14	9.	16.	30	14.	11.	3.
	19.	3.	4	9.	13.	8.
	-4.	15.	-9	-3.	14.	3.
U15	-23.	15.	19	11.	-19.	11.
	15.	-16.	-23	11.	-12.	11.
	8.	-15.	43	-3.	-4.	12.
U16	-10.	-15.	15	10.	-35.	-12.
	--	--	--	--	--	--
	--	--	--	--	--	--
U17	2.	12.	21	11.	3.	4.
	-6.	-6.	-45	-6.	-6.	0.
	-6.	-6.	-45	-6.	-6.	0.
U18	-40.	-56.	16	-42.	-55.	4.
	33.	-108.	23	-89.	14.	49.
	-52.	-29.	36	-37.	-44.	11.

Table 5.5.4(c)

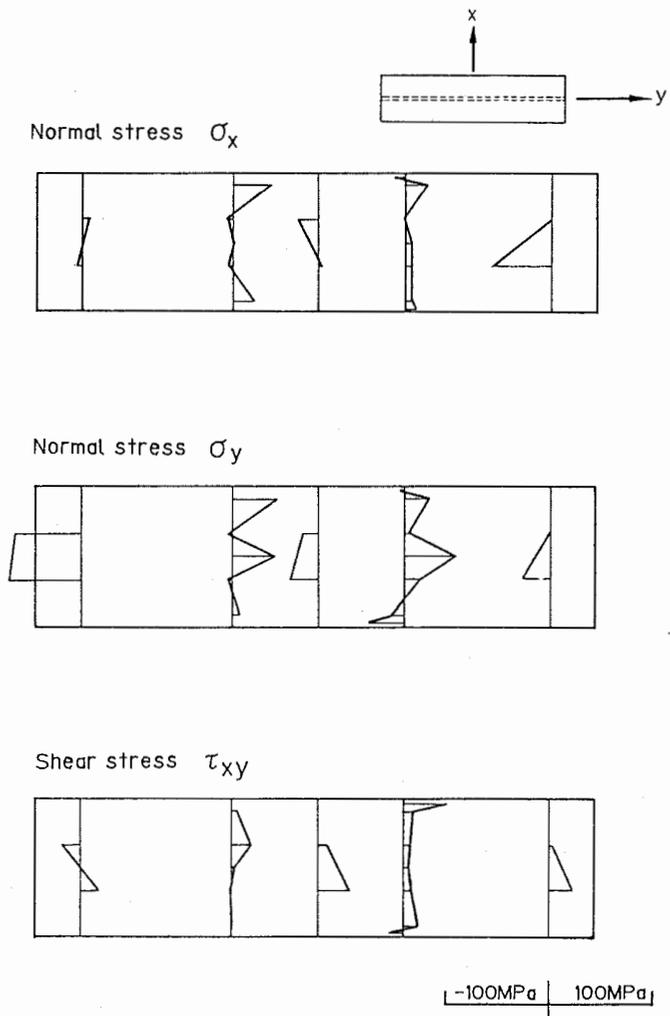
Measured residual stress (lower flange).

Measurement point No. (Lower flange)	Principal stress (MPa) (deg)			Normal stress (MPa)		Shear stress (MPa) $\tau_{xy}$
	$\sigma_p$	$\sigma_q$	$\theta$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	
L1	15.	95.	5	94.	16.	7.
	31.	102.	20	89.	44.	-27.
	42.	26.	19	40.	28.	5.
L2	16.	-39.	21	-32.	9.	-19.
	-59.	126.	10	66.	0.	-86.
	-51.	23.	34	-28.	0.	-34.
L3	-12.	-5.	-36	-7.	-9.	-3.
	-32.	11.	-6	-15.	-6.	-21.
	-46.	-19.	19	-43.	-22.	-9.
L4	--	--	--	--	--	--
	1.	31.	8	20.	12.	-14.
	--	--	--	--	--	--
L5	-36.	55.	-11	52.	-32.	-17.
	-17.	47.	6	22.	8.	-31.
	-27.	4.	25	-21.	-2.	-12.
L6	9.	34.	-20	32.	12.	-8.
	18.	42.	10	34.	26.	-11.
	31.	24.	-36	28.	26.	-3.
L7	71.	19.	28	31.	60.	-22.
	45.	23.	35	23.	44.	4.
	57.	25.	-43	42.	40.	-16.
L8	73.	31.	10	33.	72.	-7.
	38.	69.	-37	39.	68.	-4.
	28.	98.	2	28.	98.	-2.
L9	33.	11.	-16	13.	31.	6.
	17.	-19.	7	-6.	3.	17.
	--	--	--	--	--	--
L10	18.	47.	-17	45.	21.	-8.
	-16.	2.	7	2.	-15.	2.
	-46.	-74.	-6	-46.	-73.	-3.

Table 5.5.5

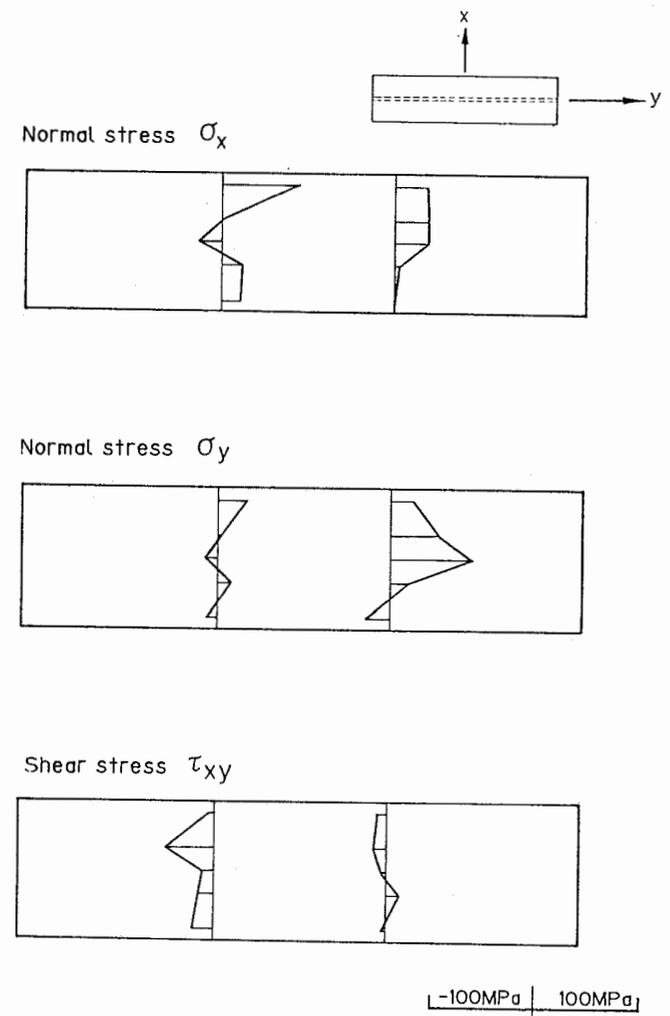
Measured residual stress (mean values).

Measurement point No.	Principal str (MPa)		Normal stress (MPa)		Shear stress (MPa) $\tau_{xy}$
	$\sigma_p$	$\sigma_q$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	
Upper flange					
U1	-53.	-1.	8.	-62.	-17.
U2	-29.	-46.	-5.	-70.	18.
U3	13.	67.	37.	43.	4.
U4	13.	-24.	-6.	-4.	17.
U5	41.	1.	1.	40.	4.
U6	-2.	-6.	-4.	-4.	0.
U7	-3.	29.	21.	5.	2.
U8	0.	-35.	-19.	-16.	11.
U9	21.	-47.	2.	-28.	33.
U10	32.	-47.	-10.	-4.	40.
U11	24.	20.	21.	23.	9.
U12	20.	11.	0.	3.	6.
U13	33.	15.	4.	43.	4.
U14	8.	11.	7.	13.	5.
U15	0.	-5.	6.	-12.	11.
U16	-10.	-15.	10.	-35.	-12.
U17	-3.	0.	0.	-3.	1.
U18	-20.	-64.	-56.	-28.	21.
Lower flange					
L1	29.	74.	74.	29.	-5.
L2	-31.	37.	2.	3.	-46.
L3	-30.	-4.	-22.	-12.	-11.
L4	1.	31.	20.	12.	-14.
L5	-27.	35.	18.	-9.	-20.
L6	19.	33.	31.	21.	-7.
L7	58.	22.	32.	48.	-11.
L8	46.	66.	32.	79.	-4.
L9	25.	-4.	4.	17.	12.
L10	-15.	-8.	0.	-22.	-3.



(a) Upper flange

Figure 5.5.11(a)  
Residual stress distributions on upper flange.



(b) Lower flange

Figure 5.5.11(b)  
Residual stress distributions on lower flange.



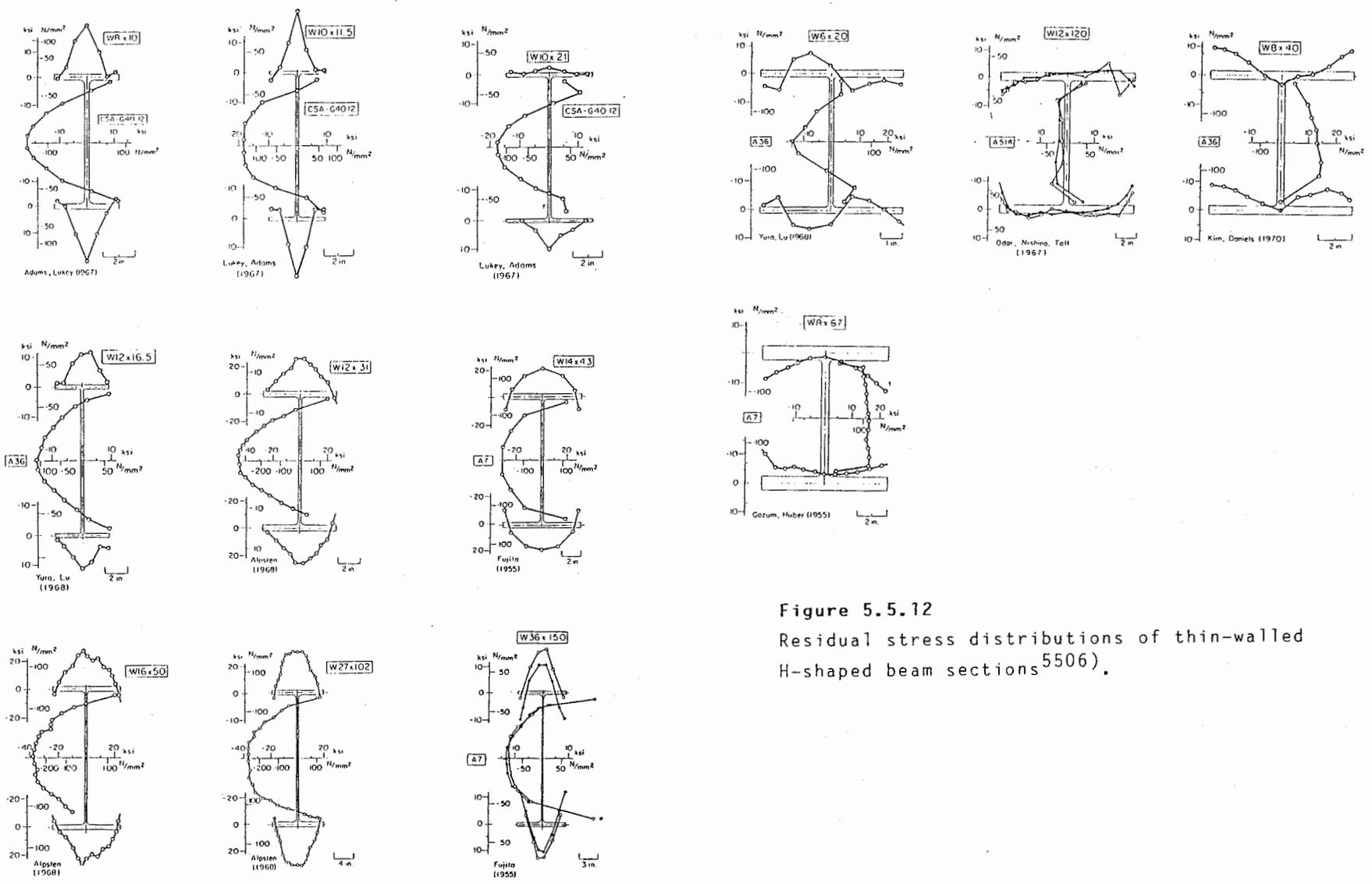
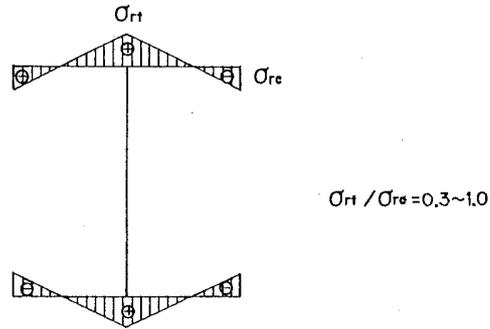
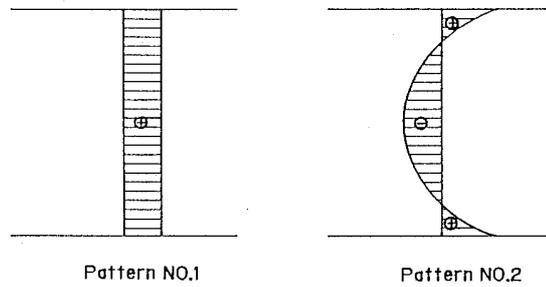


Figure 5.5.12  
Residual stress distributions of thin-walled H-shaped beam sections<sup>5506</sup>).



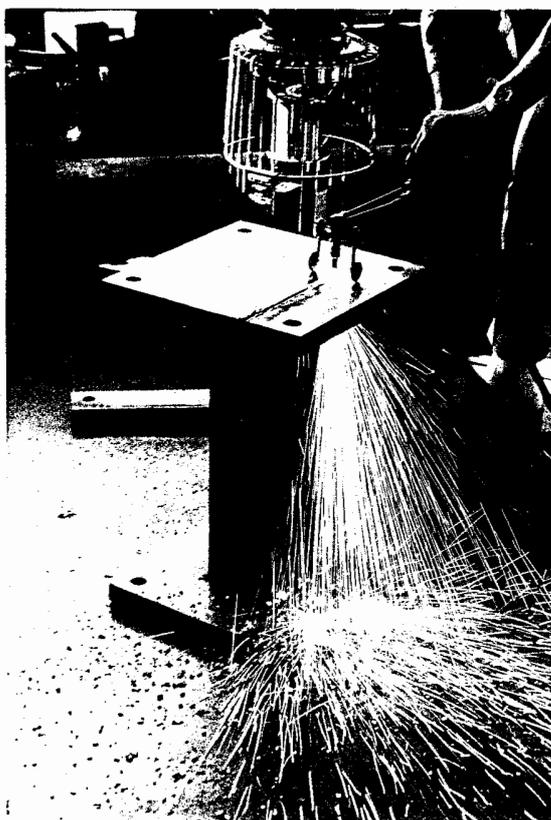
(a) Flange



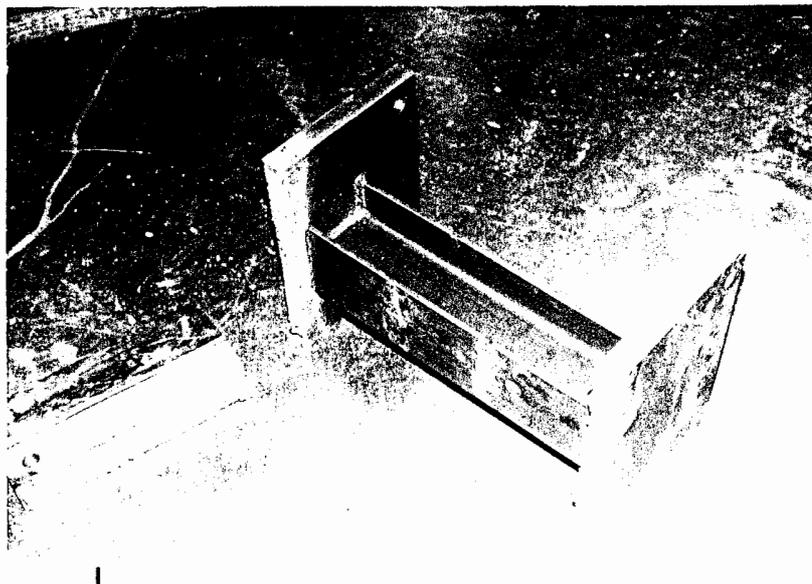
(b) Web

Figure 5.5.13

Typical modelling of residual stress distribution of heat rolled H-shaped beam.



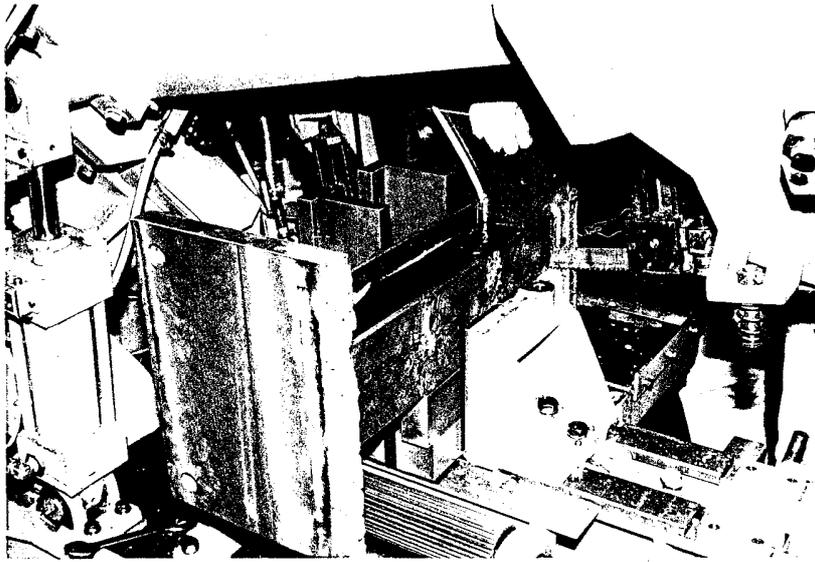
(a)



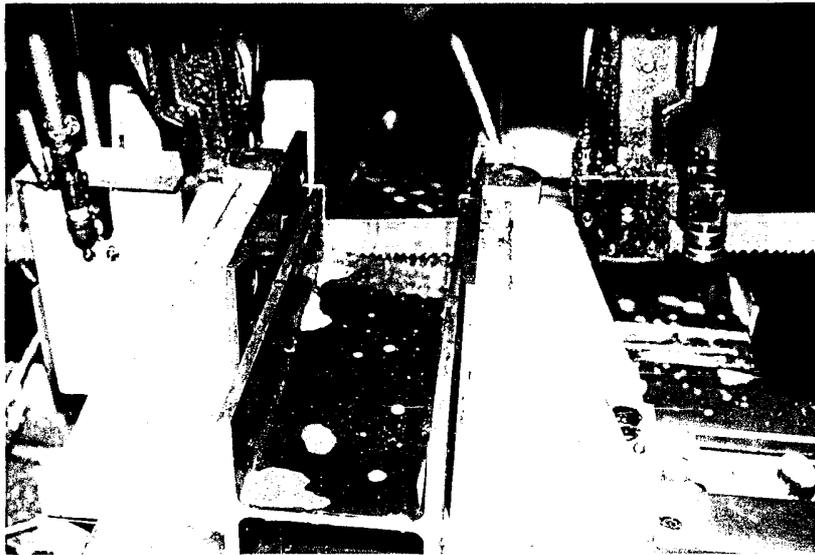
(b)

**Figure 5.5.14**

Cutting of material test specimens  
from H-shaped beam specimen (to be continued).



(c)



(d)

Figure 5.5.14

Cutting of material test specimens  
from H-shaped beam specimen.

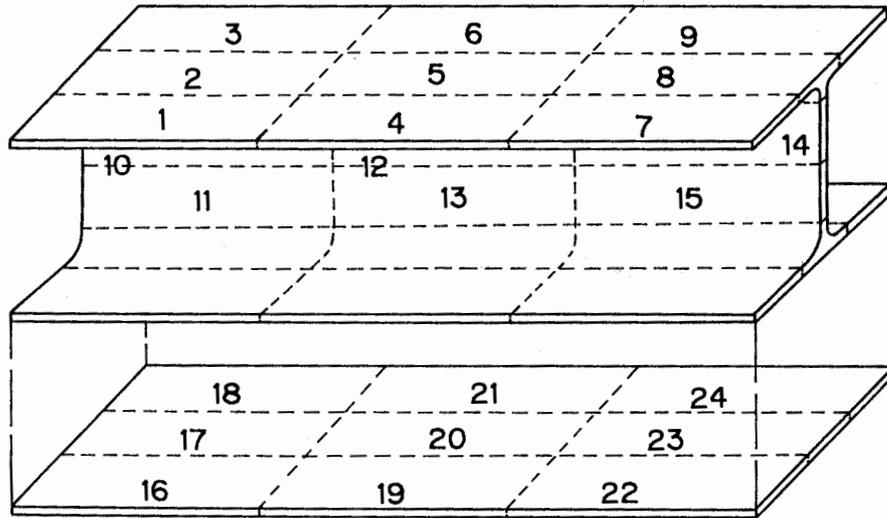


Figure 5.5.15  
Test specimen number.

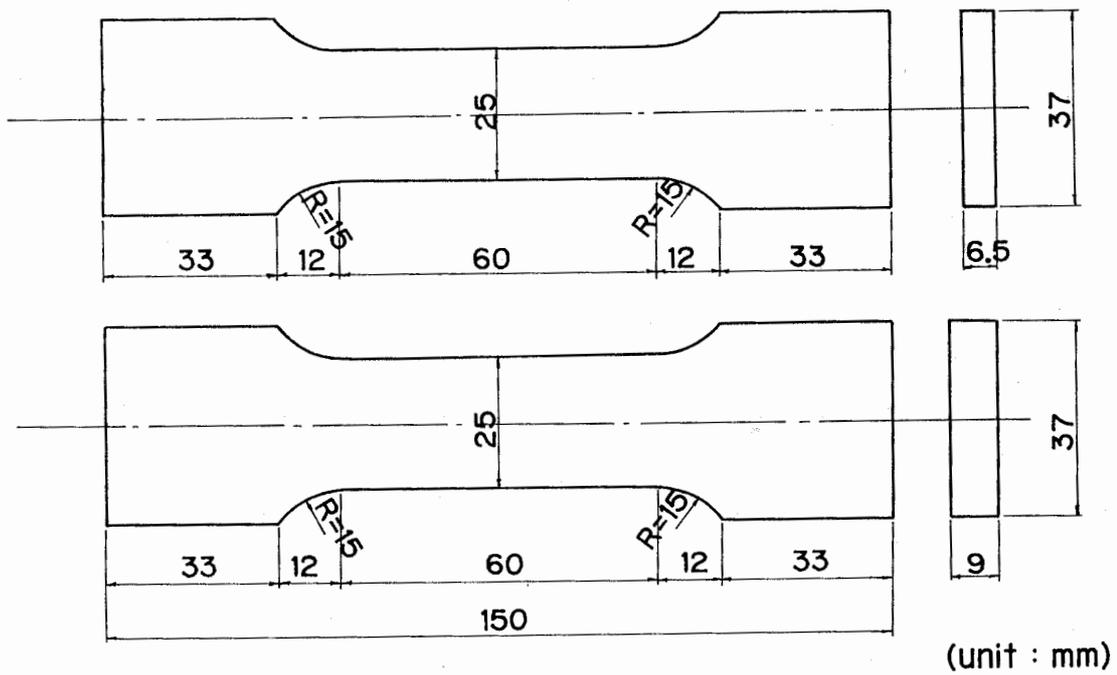


Figure 5.5.16  
Configuration of specimens.

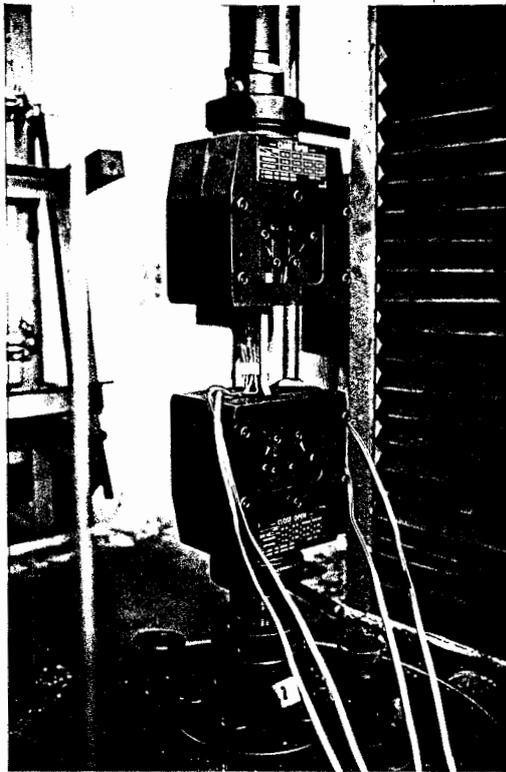
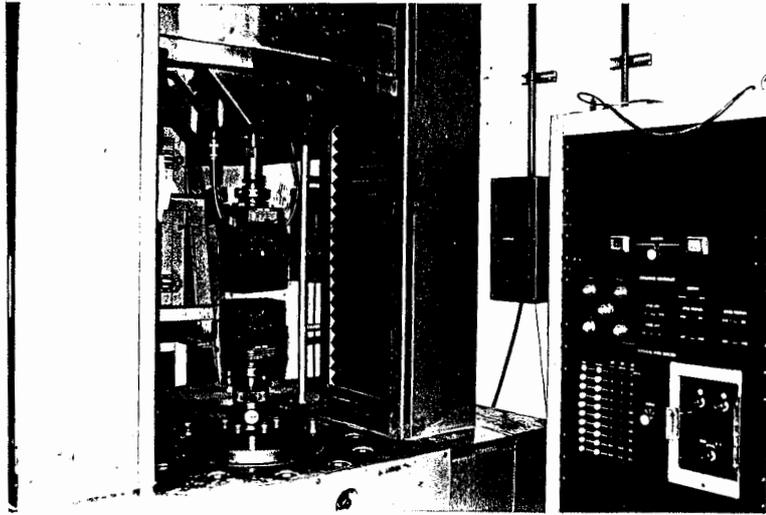


Figure 5.5.17 Testing machine for tension tests.

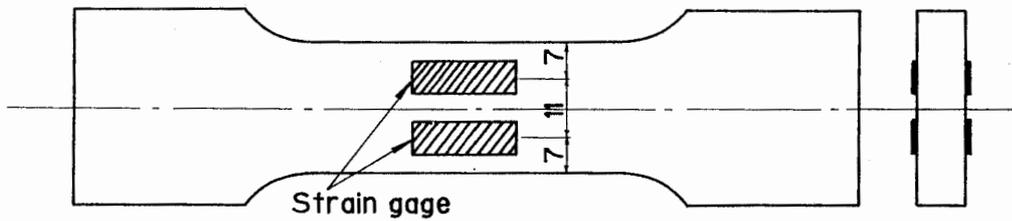


Figure 5.5.18 Strain measurements by strain gages.

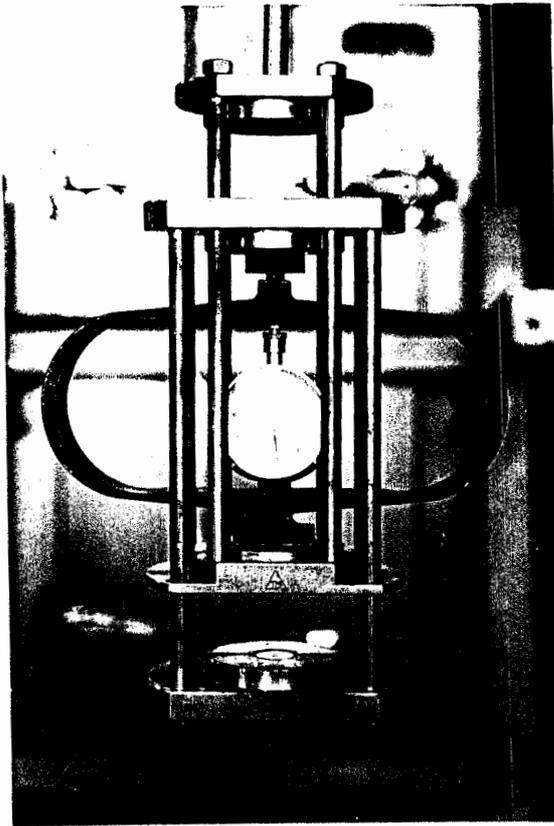


Figure 5.5.19 Calibrator for load cell.

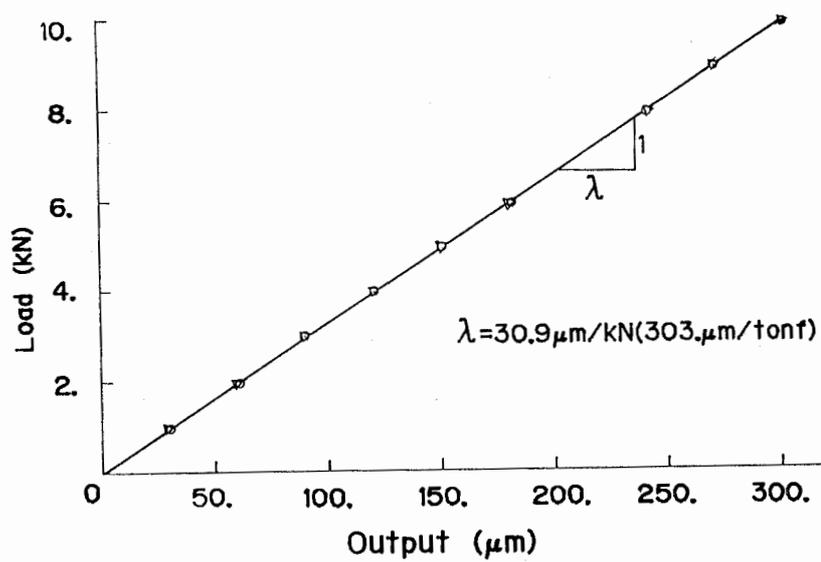


Figure 5.5.20 Calibration of load cell

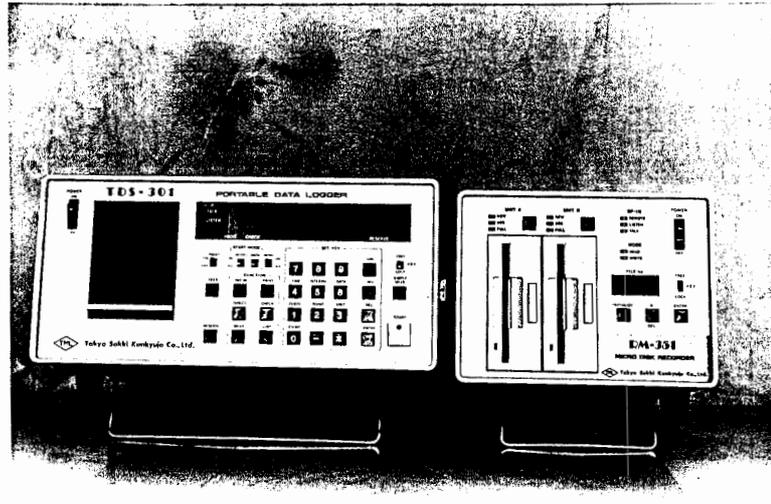


Figure 5.5.21  
 Photograph of compact disk recorder and static strain meter.

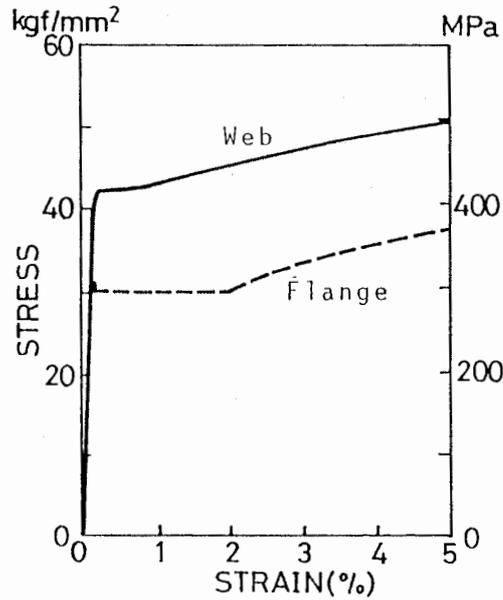


Figure 5.5.22  
 Typical tensile stress-strain relations.

Table 5.5.6

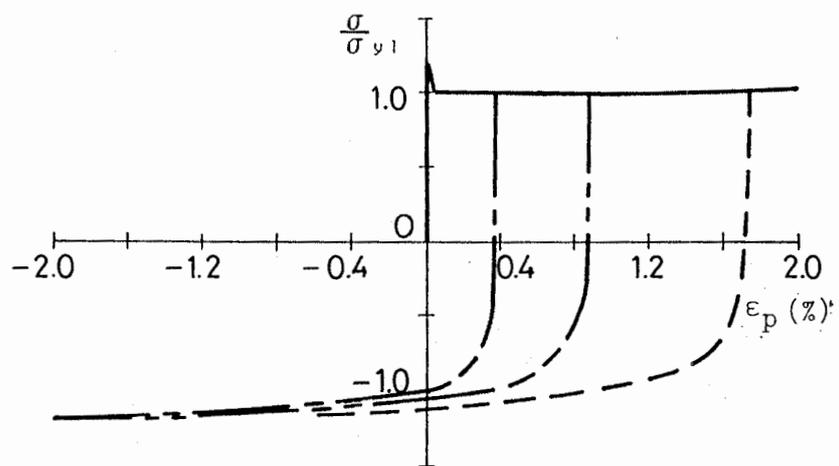
Mechanical properties obtained from tension tests.

Specimen No.	Young's modulus ( $\times 10^5$ MPa)	Lower yield point (Mpa)	tensile strength (MPa)	Fracture stress (MPa)
Flange				
1	2.09	323.	445.	362.
2	2.11	294.	435.	339.
3	2.06	312.	451.	355.
7	2.09	292.	436.	345.
8	2.13	286.	433.	334.
9	2.06	294.	438.	336.
16	2.09	304.	448.	361.
17	2.14	288.	435.	342.
18	2.15	316.	--	--
mean	2.10	301.	440.	347.
Web				
10	2.10	415.	503.	411.
11	--	397.	493.	399.
12	2.10	406.	500.	390.
13	2.09	394.	496.	408.
mean	2.10	403.	498.	402.

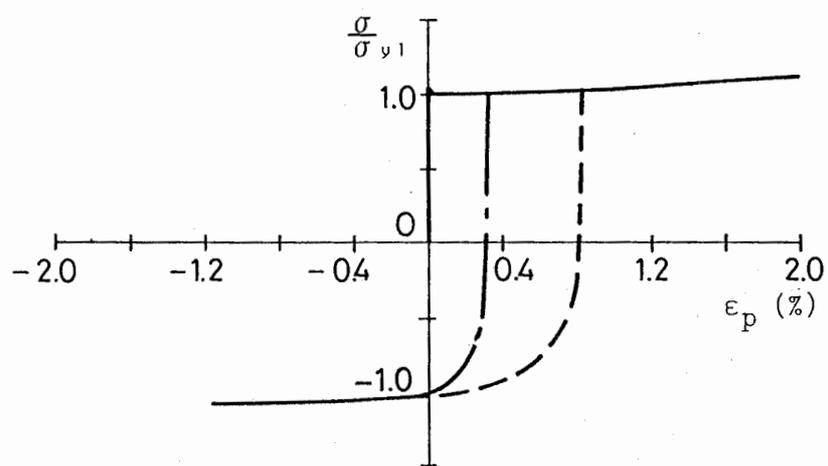
Table 5.5.7

Lower and upper yield point obtained from strain control tests.

Specimen No.	Upper yield point (MPa)	Lower yield point (Mpa)	Upper yield point Lower yield point
Flange			
4	332.	305.	1.09
5	337.	292.	1.15
6	358.	303.	1.18
19	350.	310.	1.13
20	337.	287.	1.17
21	350.	310.	1.13
22	350.	305.	1.15
23	355.	295.	1.20
24	330.	295.	1.12
mean	344.	300.	1.15
Web			
14	---	398.	---
15	---	403.	---
mean	---	401.	---



(a) Flange



(b) Web

**Figure 5.5.23**

Experimental stress-plastic strain curves for estimating surface size functions.

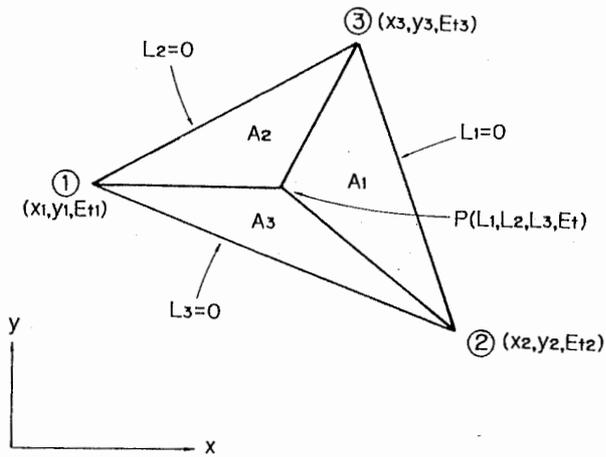


Figure 5.6.1  
Area coordinates system for triangular element<sup>5602</sup>).

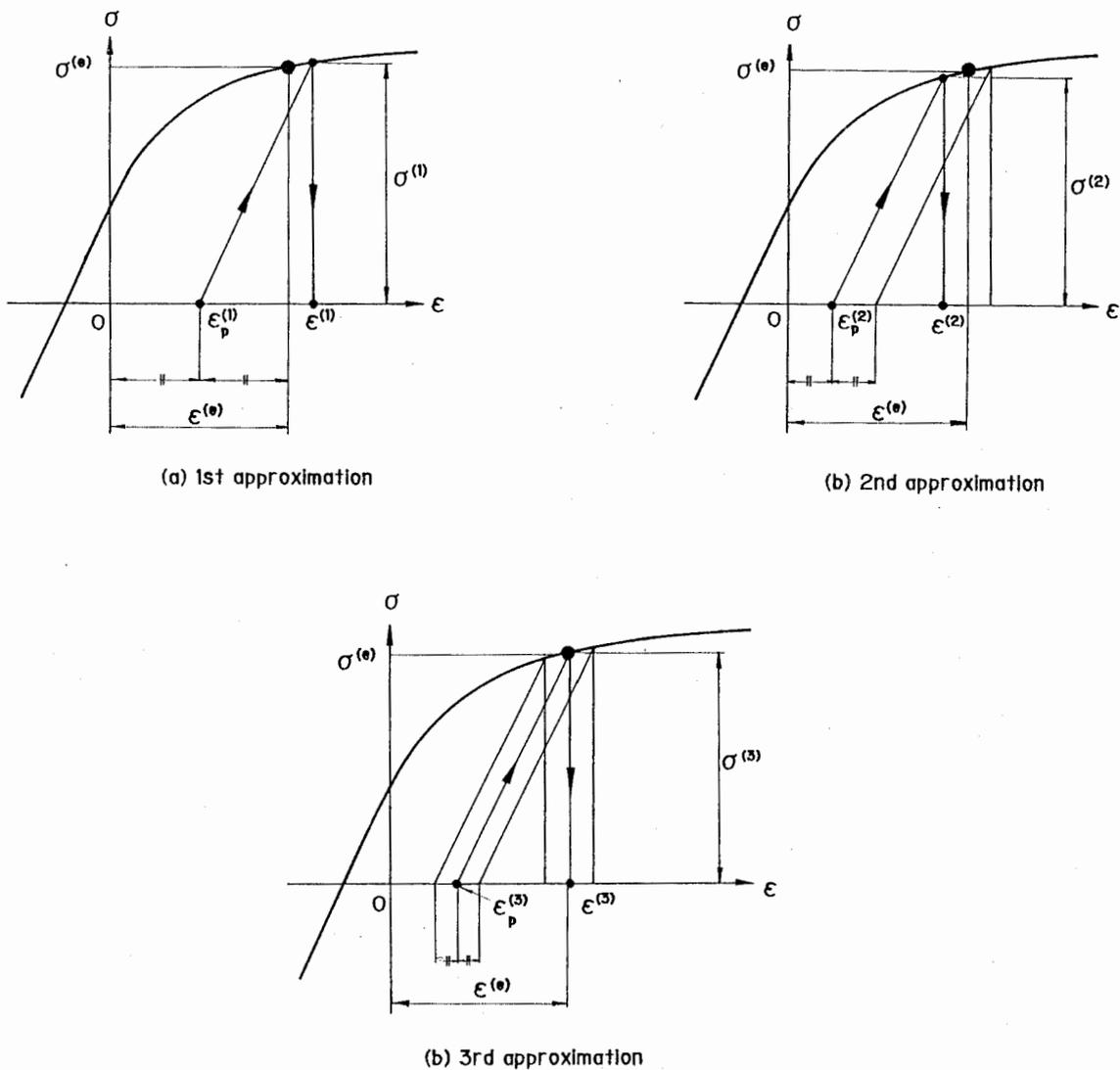
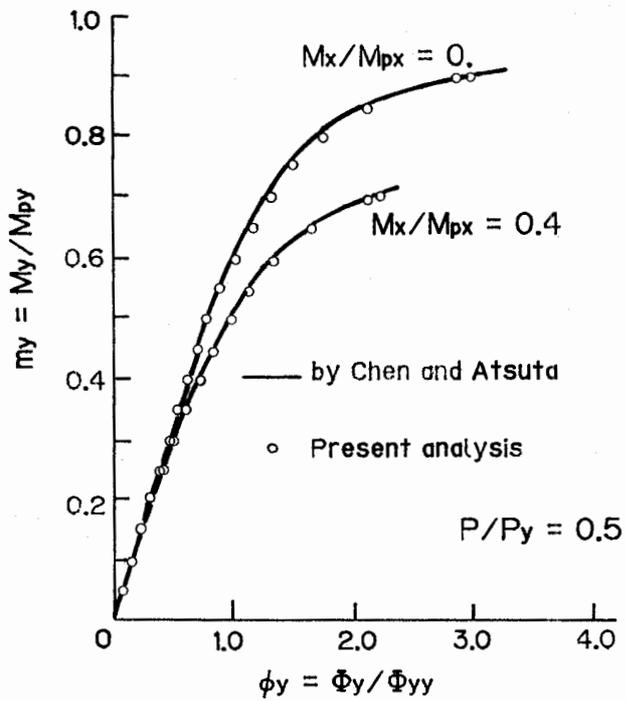
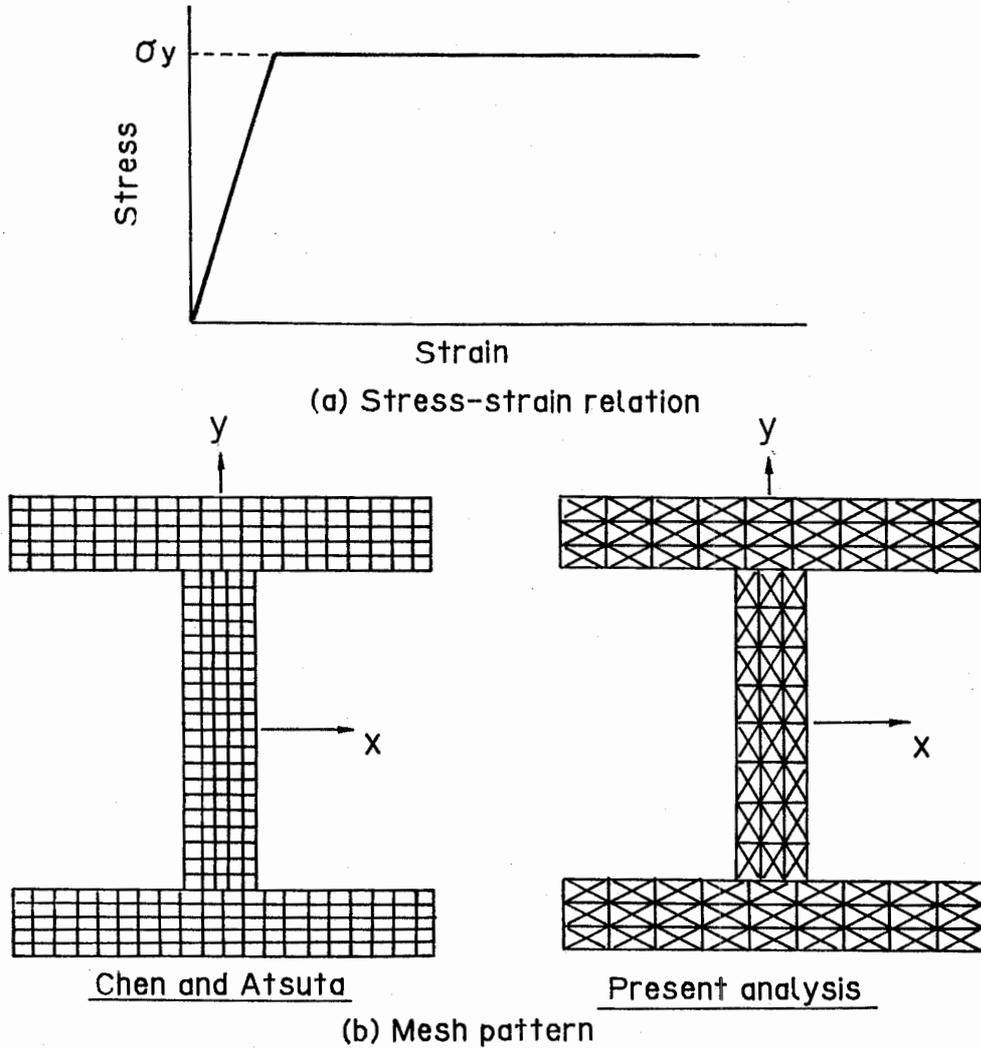


Figure 5.6.2  
Evaluation of plastic strain values and stress values using fundamental surface size functions and strain values.



(c) Analytical results

Figure 5.6.3

Appropriateness of the proposed calculation procedure.

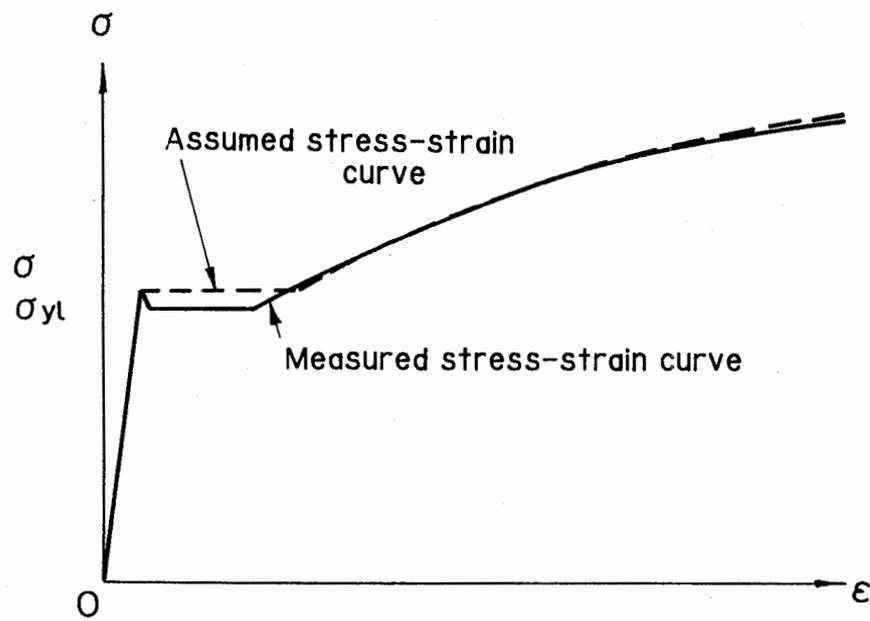
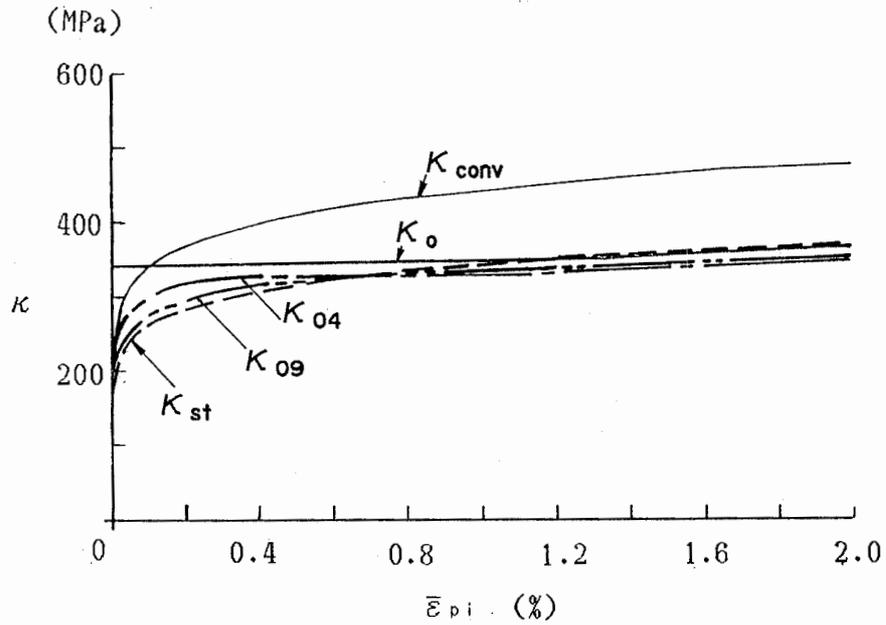


Figure 5.7.1

Assumption of tensile stress-strain curve for flange.

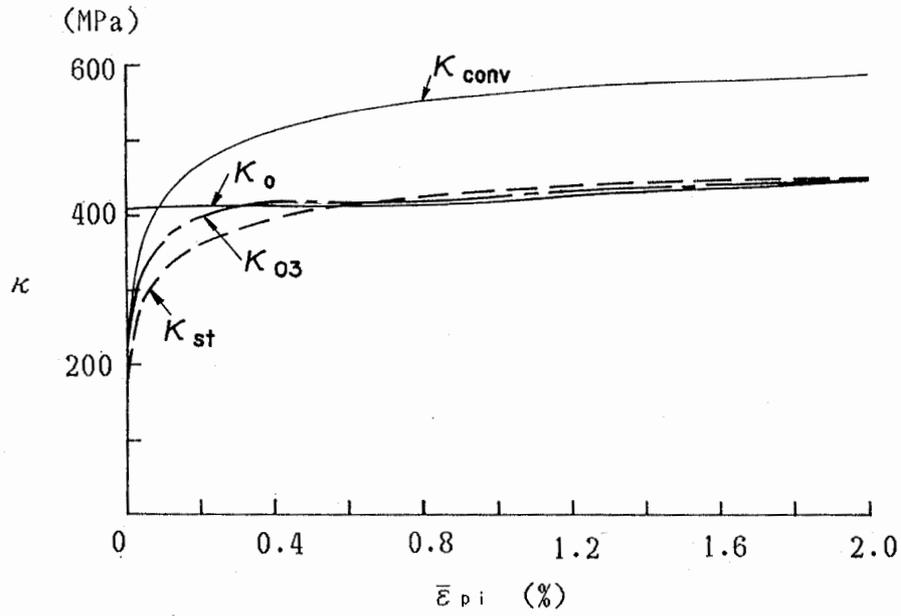


$\bar{\epsilon}_{p\iota}(\%)$	0.0	0.04	0.16	0.40	0.80	3.00
$\kappa_o$	344.	344.	345.	346.	348.	402.
$d\kappa_o/d\bar{\epsilon}_{p\iota}$	564.	564.	564.	564.	564.	3380.
$\kappa_{04}$	214.	270.	313.	327.	329.	380.
$d\kappa_{04}/d\bar{\epsilon}_{p\iota}$	294000.	68600.	14700.	490.	490.	2940.
$\kappa_{09}$	190.	253.	292.	319.	330.	384.
$d\kappa_{09}/d\bar{\epsilon}_{p\iota}$	294000.	68600.	19600.	7840.	1960.	2940.
$\kappa_{st}$	157.	235.	277.	307.	333.	382.
$d\kappa_{st}/d\bar{\epsilon}_{p\iota}$	343000.	78400.	19600.	11800.	4900.	1470.
$\kappa_{conv}$	204.	306.	361.	399.	433.	497.
$d\kappa_{conv}/d\bar{\epsilon}_{p\iota}$	446000.	102000.	25500.	15300.	6370.	1910.

unit : MPa

## (a) Flange

Figure 5.7.2 Surface size functions (to be continued).

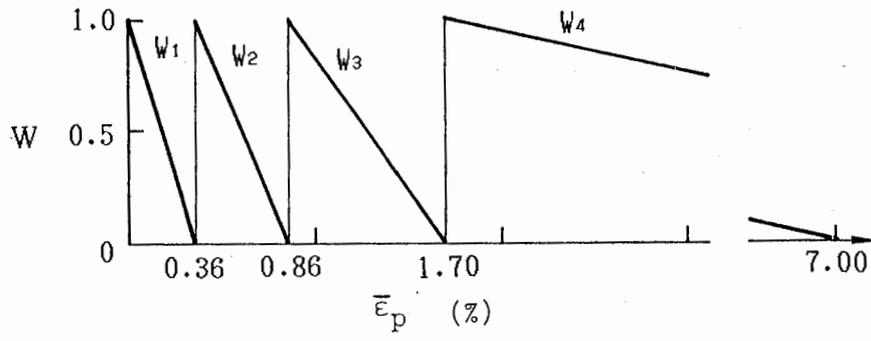


$\bar{\epsilon}_{pi}(\%)$	0.0	0.04	0.16	0.40	0.80	3.00
$\kappa_o$	408.	408.	410.	412.	416.	432.
$d\kappa_o/d\bar{\epsilon}_{pi}$	490.	490.	490.	490.	1960.	2450.
$\kappa_{o3}$	204.	326.	390.	419.	420.	438.
$d\kappa_{o3}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	490000.	88200.	19600.	490.	1960.	1470.
$\kappa_{st}$	163.	281.	351.	395.	425.	444.
$d\kappa_{st}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	490000.	88200.	27000.	11800.	4900.	1470.
$\kappa_{conv}$	212.	366.	456.	514.	553.	577.
$d\kappa_{conv}/d\bar{\epsilon}_{pi}$	637000.	115000.	35100.	15300.	6370.	1910.

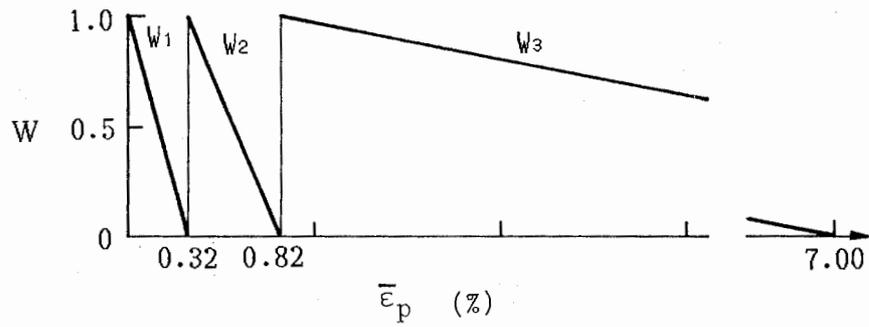
unit : MPa

(b) Web

Figure 5.7.2 Surface size functions.



(a) Flange



(b) Web

Figure 5.7.3 Linear weighting functions.

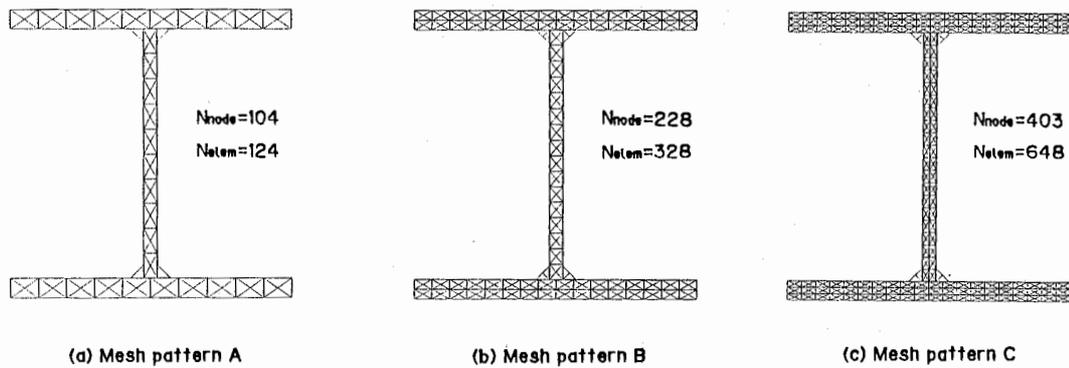


Figure 5.7.4

Comparisons of calculated monotonous moment-curvature relations; mesh patterns.

Table 5.7.3

Comparisons of calculated monotonous moment-curvature relations; effects of mesh patterns.

Moment(kN-m)	Curvature (1/m)		
	Mesh-A	Mesh-B	Mesh-C
9.8	0.00571	0.00571	0.00571
19.6	0.0114	0.0114	0.0114
29.4	0.0171	0.0171	0.0171
39.2	0.0228	0.0228	0.0228
41.2	0.0240	0.0240	0.0240
43.1	0.0251	0.0251	0.0251
45.1	0.0263	0.0263	0.0263
47.0	0.0280	0.0278	0.0277
49.0	0.0321	0.0321	0.0321
50.0	0.0384	0.0381	0.0381
51.0	0.0504	0.0500	0.0500
51.9	0.0846	0.0839	0.0837
52.9	0.219	0.218	0.217
53.9	0.428	0.423	0.422
54.9	0.644	0.637	0.636
55.9	0.860	0.853	0.852
$N_{node}$	104	228	403
$N_{elem}$	124	328	648
CPU(sec)	24.7	48.7	85.2
$N_{step}$	166	167	167
CPU/ $N_{step}$ (sec)	0.149	0.292	0.510

$N_{node}$  is number of nodes.  
 $N_{elem}$  is number of elements.  
 $N_{step}$  is number of calculation steps.

Computations were carried out on HITAC M682H.

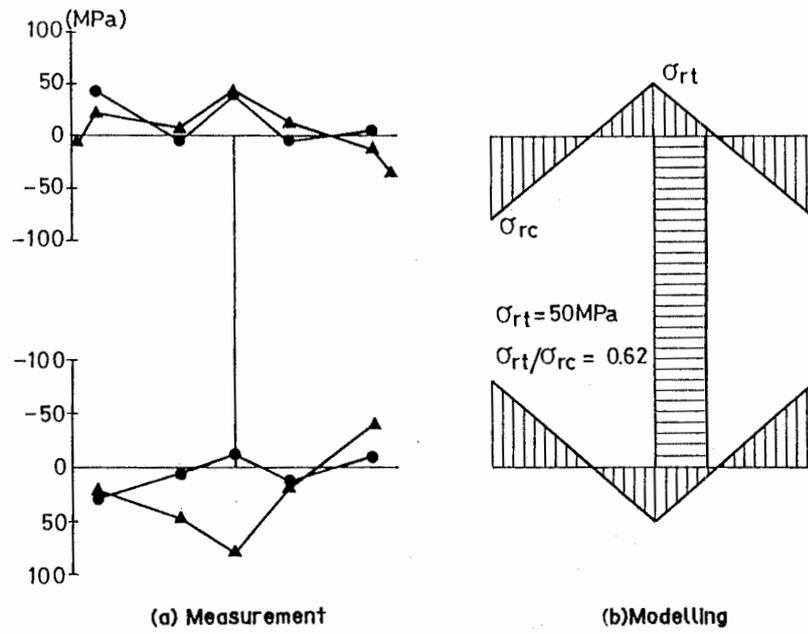


Figure 5.7.5  
 Distribution of longitudinal residual stress ;  
 (a) measurements and (b) modelling.

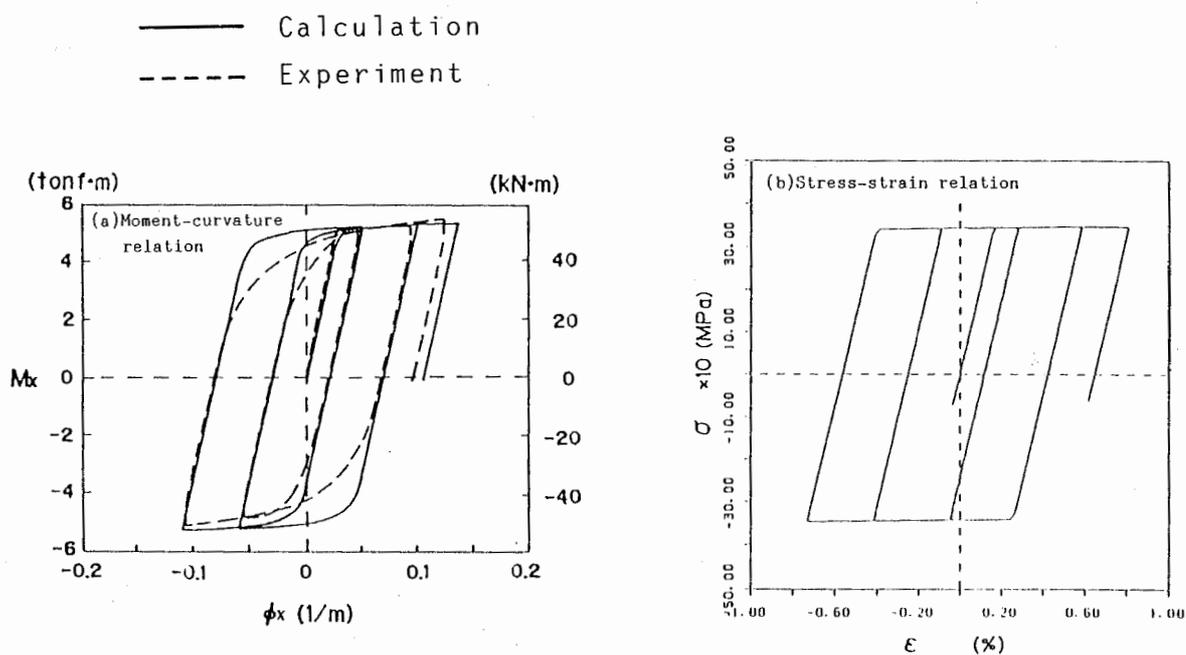


Figure 5.7.6

Comparison of measured moment-curvature relation and calculated moment-curvature relation by using bilinear stress-strain relation.

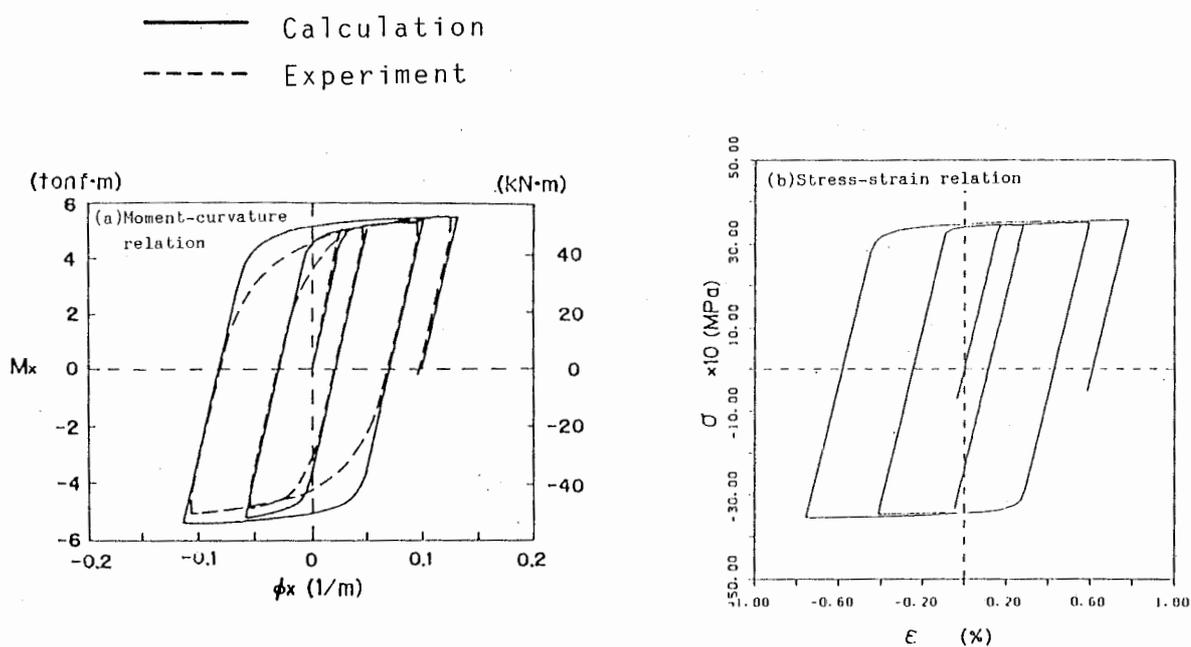
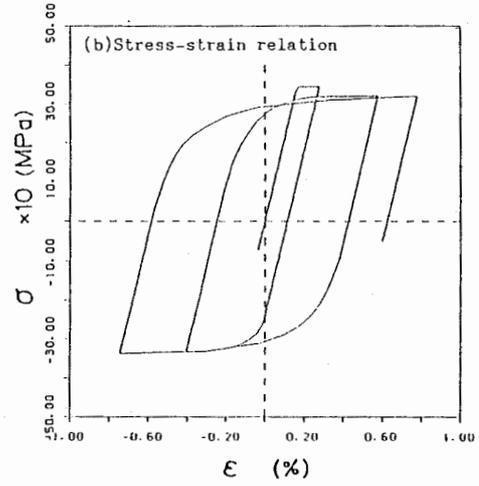
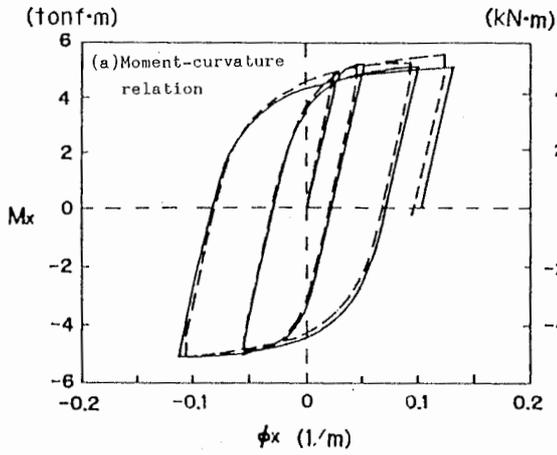


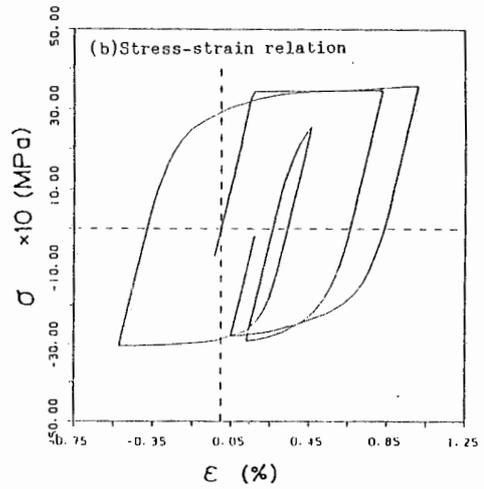
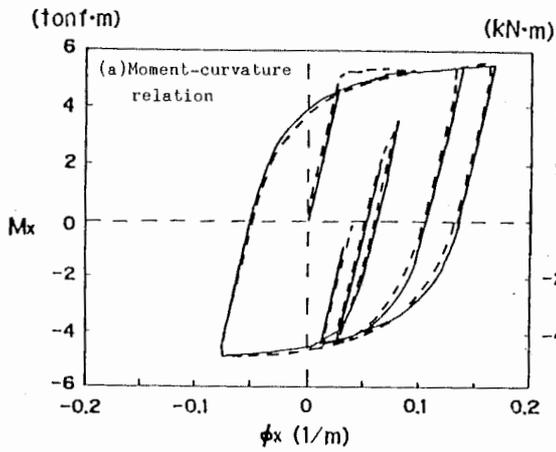
Figure 5.7.7

Comparison of measured moment-curvature relation and calculated moment-curvature relation by using Petersson-Popov Model with two fundamental surface size functions.

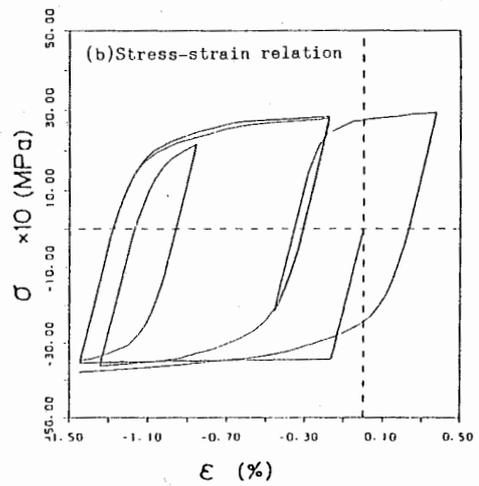
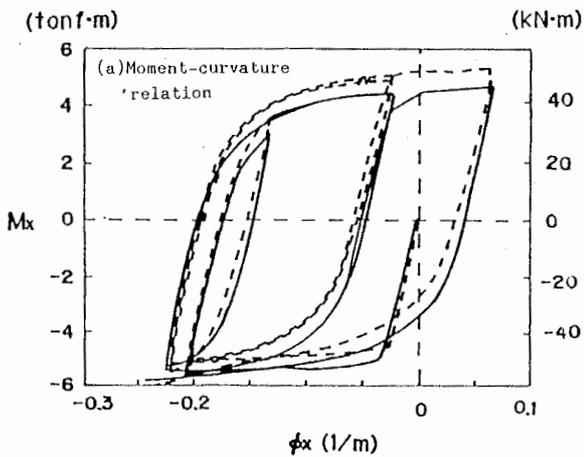
— Calculation  
 - - - Experiment



(i) Loading pattern No.1



(ii) Loading pattern No.2



(iii) Loading pattern No.3

Figure 5.7.8

Comparisons of moment-curvature relations ;  
 experiments and calculations by the proposed model.

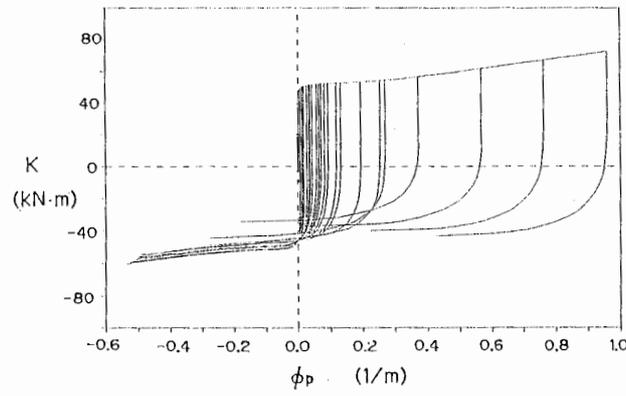
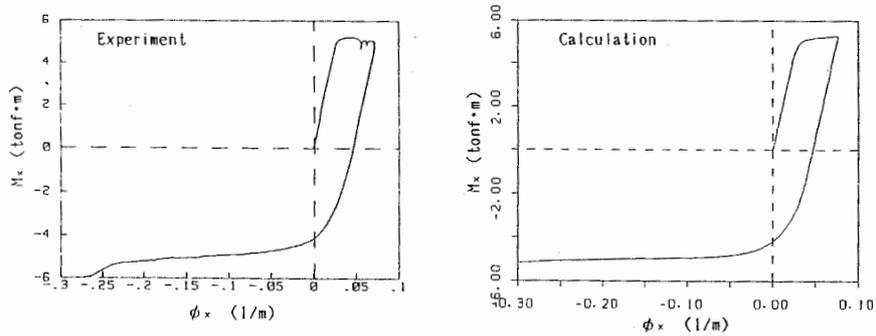
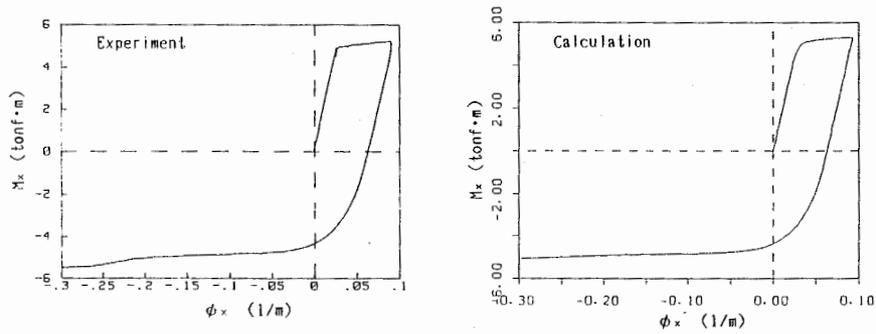


Figure 5.9.1  
Calculated moment-curvature relations.

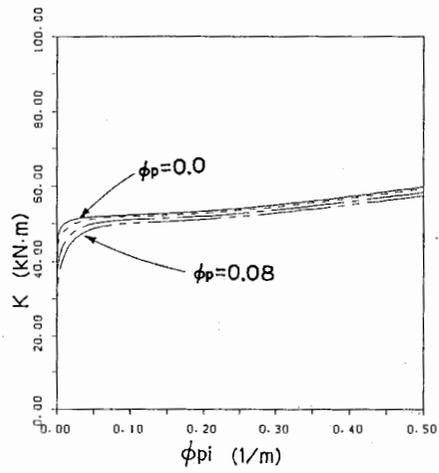


(a) Example 1

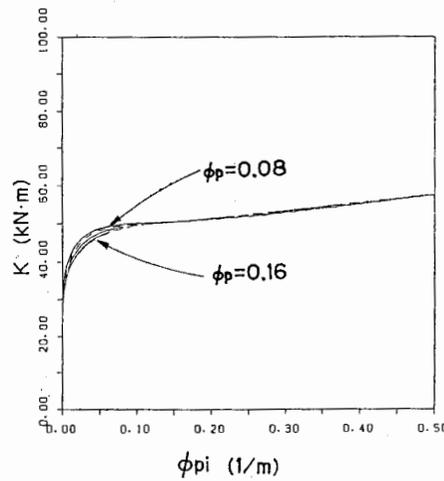


(b) Example 2

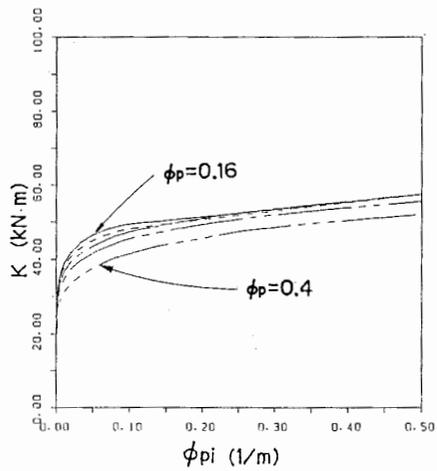
Figure 5.9.2  
Comparisons of moment-curvature relations;  
experiments and calculations.



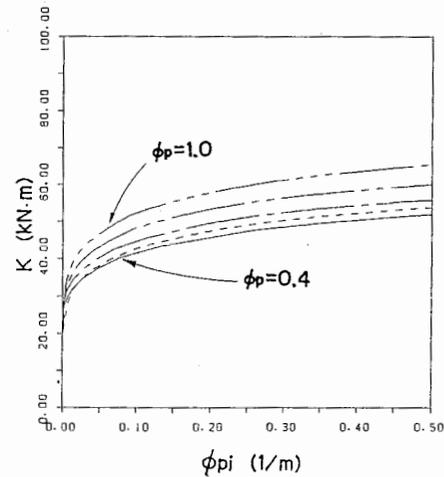
(a)  $0 \leq \phi_p < 0.08$



(b)  $0.08 \leq \phi_p < 0.16$



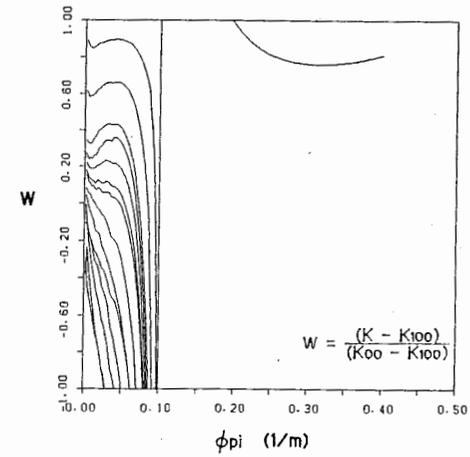
(c)  $0.16 \leq \phi_p < 0.40$



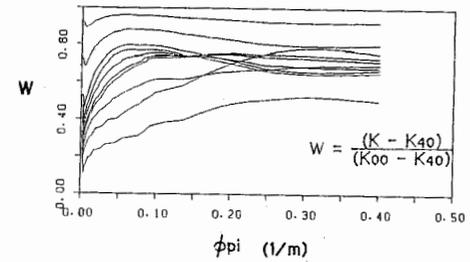
(d)  $0.40 \leq \phi_p < 1.00$

Figure 5.9.3

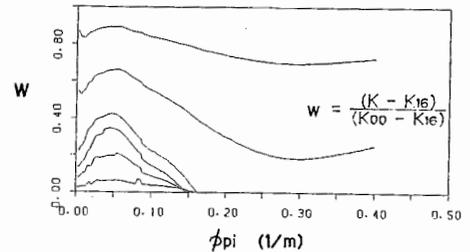
Surface size function for H-shaped cross sections.



(a)  $K_{00}$  and  $K_{100}$  were used as fundamental surface size functions



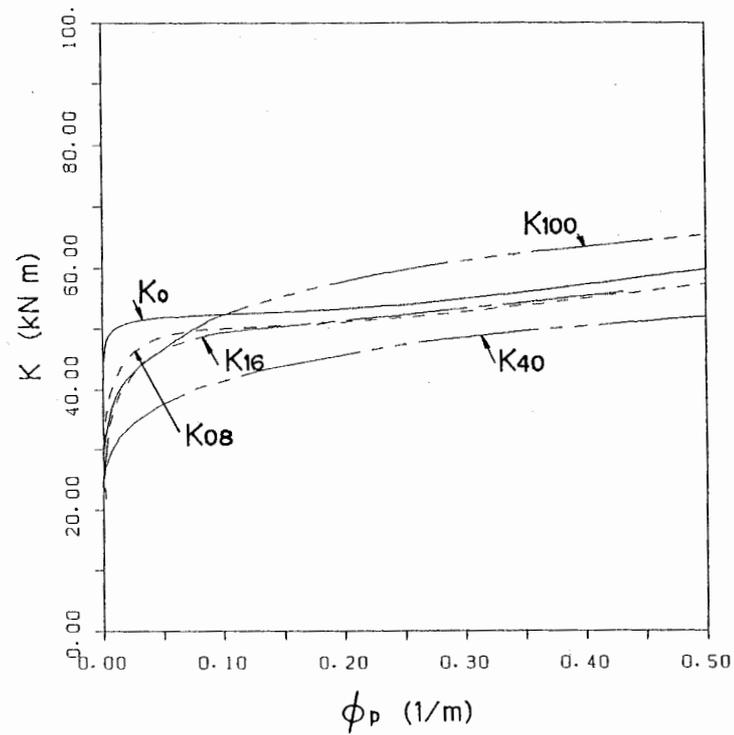
(b)  $K_{00}$  and  $K_{40}$  were used as fundamental surface size functions



(c)  $K_{00}$  and  $K_{16}$  were used as fundamental surface size functions

Figure 5.9.4

Weighting function values for a set of fundamental surface size functions.



$\phi_{pi}$ (1/m)	0.0	0.002	0.008	0.04	0.08	0.30
$K_0$	34.3	46.9	49.6	51.6	52.2	55.0
$dK_0/d\phi_{pi}$	10000.0	1500.0	200.0	20.0	15.0	25.0
$K_{08}$	27.0	35.0	40.3	48.0	49.7	52.8
$dK_{08}/d\phi_{pi}$	10000.0	1300.0	500.0	100.0	35.0	23.0
$K_{16}$	24.5	31.5	37.3	45.4	48.6	53.3
$dK_{16}/d\phi_{pi}$	10000.0	1300.0	500.0	100.0	35.0	23.0
$K_{40}$	19.6	26.9	30.1	36.4	40.3	48.6
$dK_{40}/d\phi_{pi}$	10000.0	1000.0	400.0	130.0	65.0	18.0
$K_{100}$	24.5	28.7	35.8	45.2	50.4	61.2
$dK_{100}/d\phi_{pi}$	10000.0	1400.0	550.0	150.0	90.0	22.0

unit  $K$  :  $\text{kN}\cdot\text{m}$   
 $dK/d\phi_{pi}$  :  $\text{kN}\cdot\text{m}^2$

**Figure 5.9.5**

Fundamental surface size functions for H-shaped cross section.

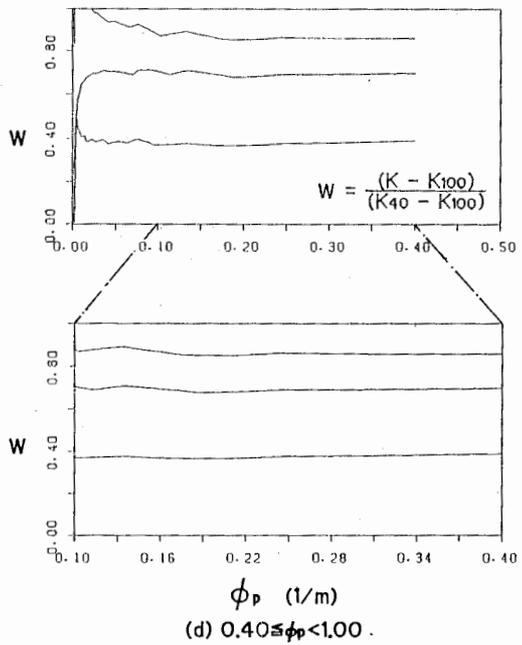
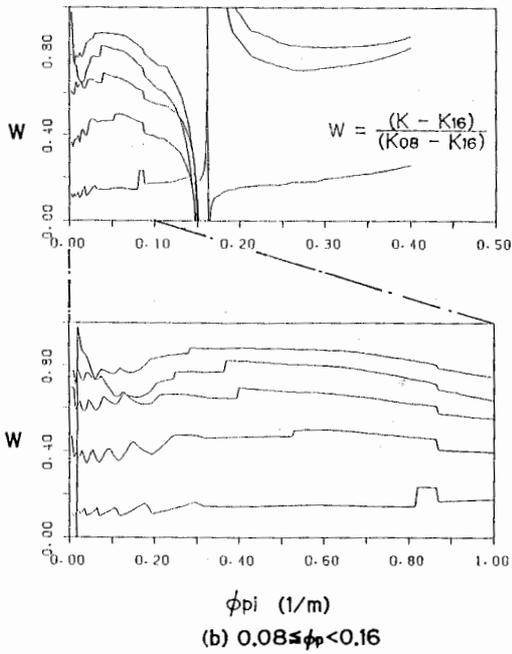
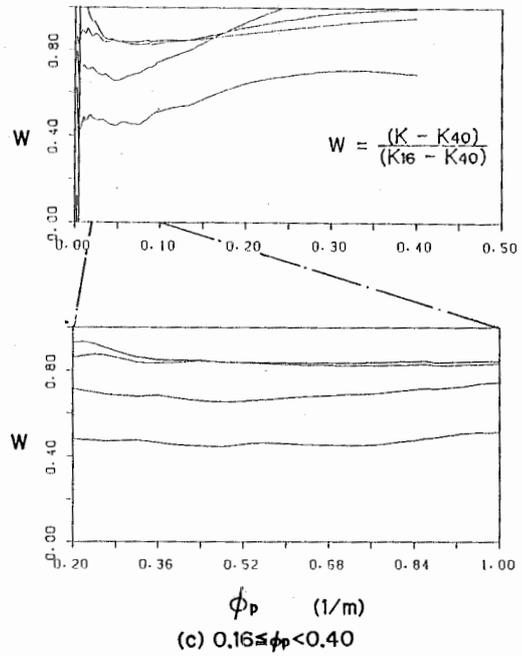
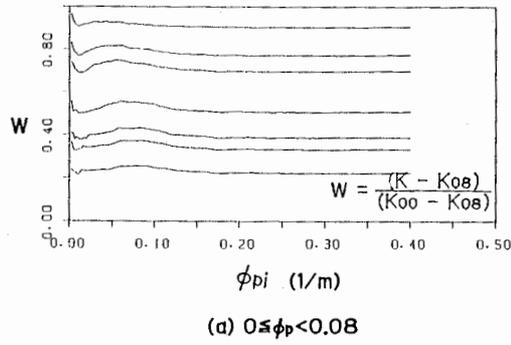


Figure 5.9.6  
Weighting functions for five fundamental surface size functions.

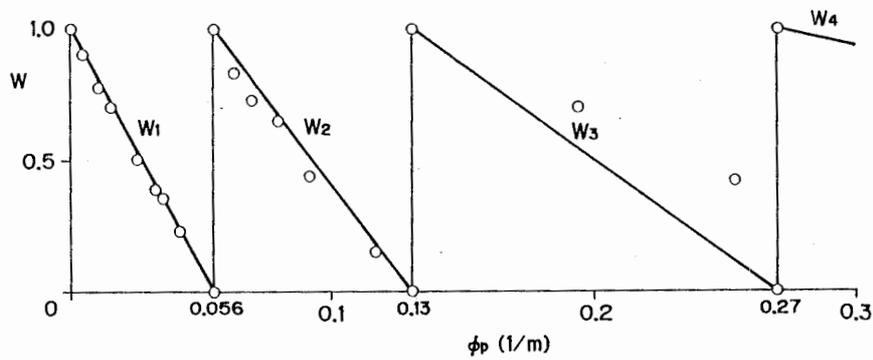


Figure 5.9.7  
Relations between weighting function values and cumulative plastic curvature.

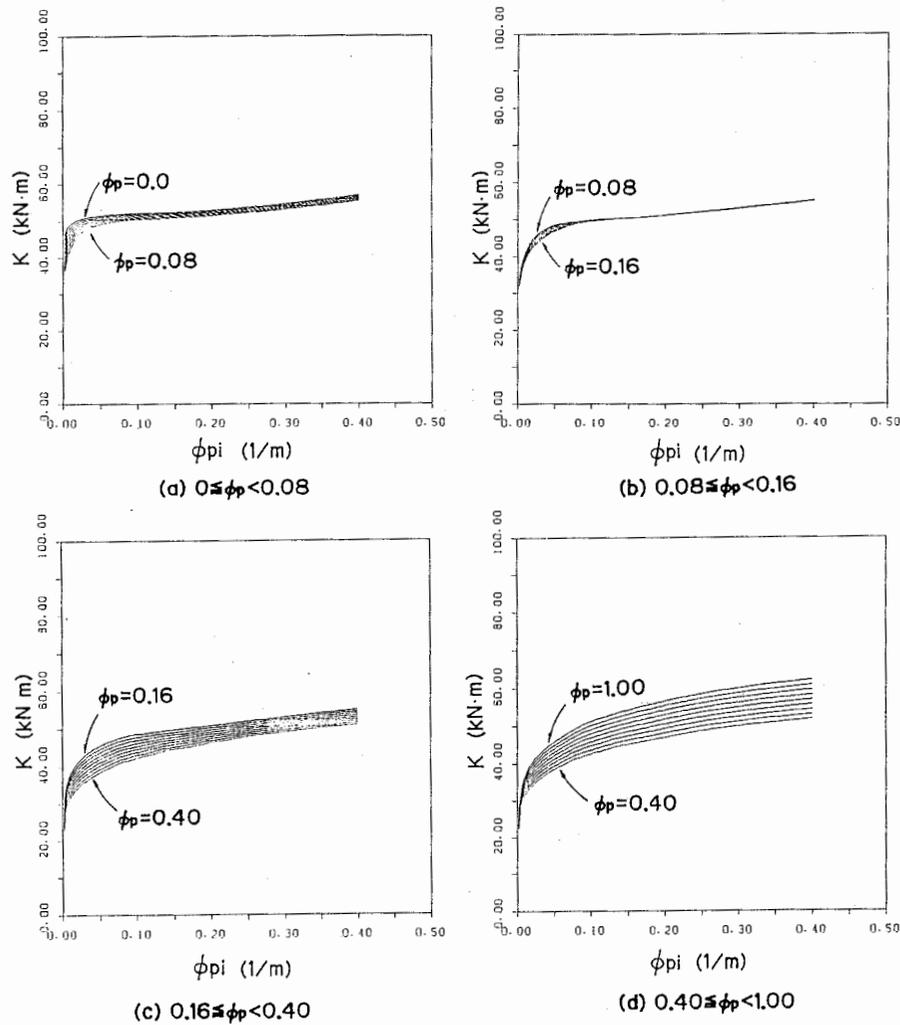


Figure 5.9.8  
 Reproduced surface size function by means of weighting functions and fundamental surface size functions for cross section.

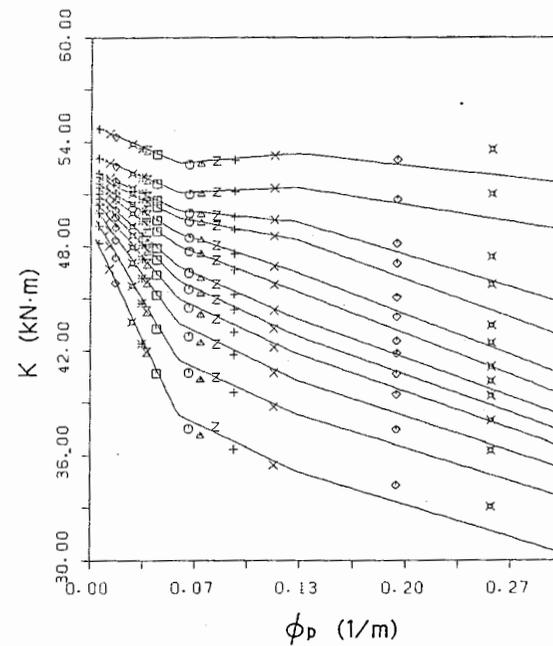


Figure 5.9.9  
 Relations between surface size function values and cumulative plastic curvature.

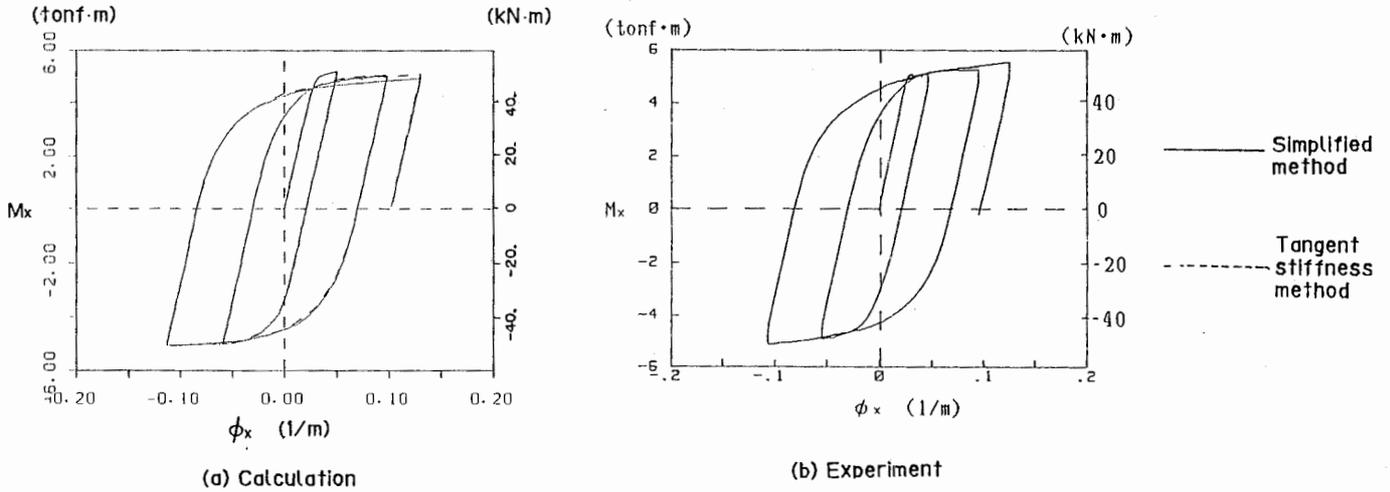


Figure 5.9.10

Comparisons of moment-curvature relations; experiments, tangent stiffness method and proposed method (loading pattern No.1).

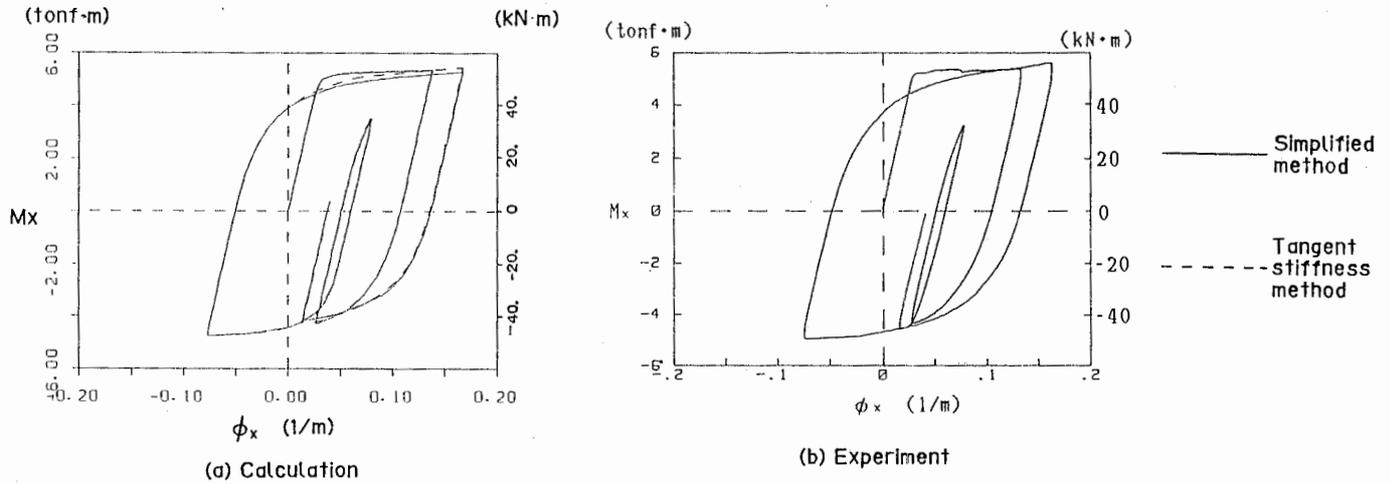


Figure 5.9.11

Comparisons of moment-curvature relations; experiments, tangent stiffness method and proposed method (loading pattern No.2).

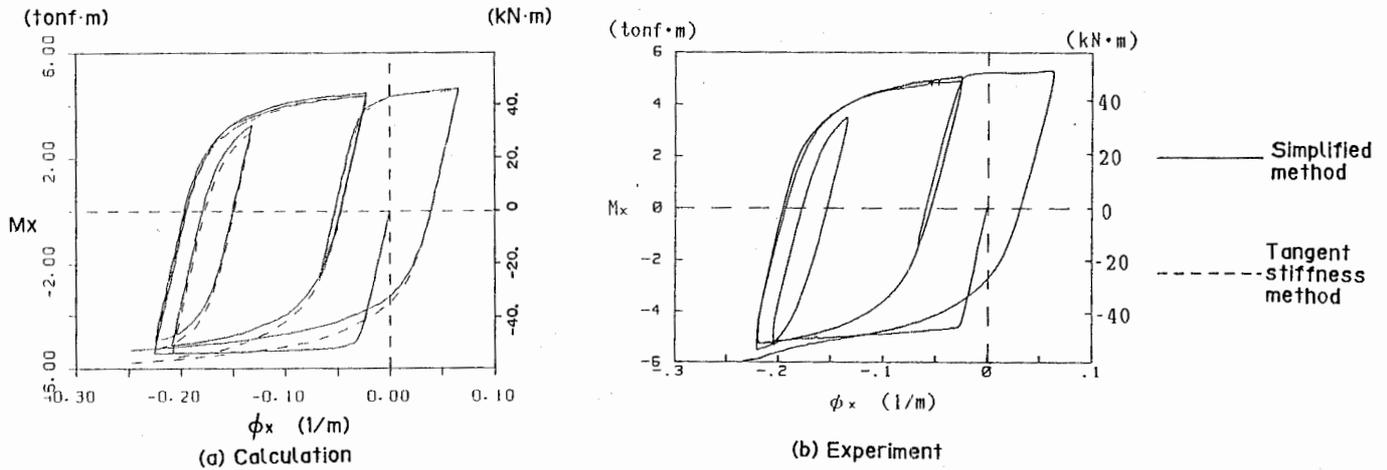


Figure 5.9.12

Comparisons of moment-curvature relations; experiments, tangent stiffness method and proposed method (loading pattern No.3).

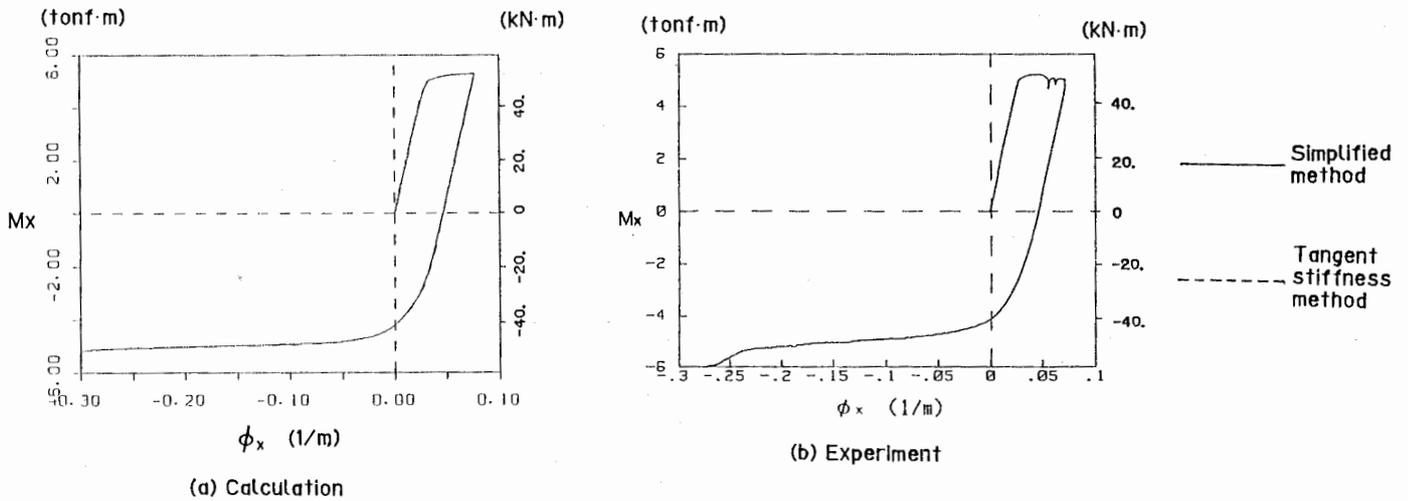


Figure 5.9.13  
Comparisons of moment-curvature relations;  
experiments, tangent stiffness method and proposed method  
(loading pattern No.4).

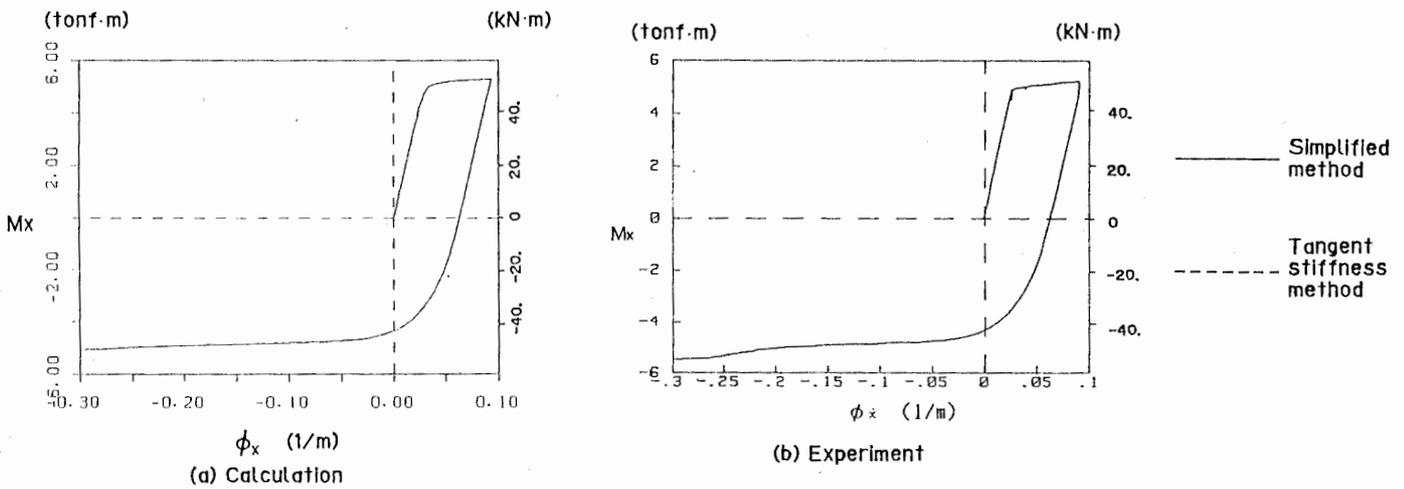


Figure 5.9.14  
Comparisons of moment-curvature relations;  
experiments, tangent stiffness method and proposed method  
(loading pattern No.5).

Table 5.9.1  
Comparisons of calculation time;  
tangent stiffness method and proposed method.

Load pattern	Tangent stiffness method			Proposed simplified method		
	CPU(sec)	N <sub>step</sub>	CPU/N <sub>step</sub> (sec)	CPU(sec)	N <sub>step</sub>	CPU/N <sub>step</sub> (sec)
No.1	74.7	558	0.134	0.979	550	0.00178
No.2	199.0	1193	0.167	1.56	850	0.00184
No.3	153.0	956	0.160	1.13	650	0.00174
No.4	39.6	215	0.184	0.365	200	0.00183
No.5	55.6	246	0.226	0.372	200	0.00186
Mean value			0.174			0.00181

Computations were carried out on HITAC M682H.  
N<sub>step</sub> is number of calculation steps.

## 参 考 文 献 (\* )

## 第 1 章

1101. 太田俊昭：構造物の非弾性解析（土木学会編，新体系土木工学第8巻），序，技報堂出版，1980年
1102. 藤本盛久・中込忠男・山田丈富：繰り返し力を受ける鋼構造接合部の力学的挙動に関する非線形破壊力学的研究，日本鋼構造協会第15回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集，pp.161-166，1981年7月
1103. 藤本盛久：構造用鋼材と鉄骨構造，鉄と鋼，第9号，pp.1059-1069，1985年
1104. 藤本盛久・松下真治：鋼構造骨組におけるはり端のひずみ度と層変形量の関係について，日本建築学会論文報告集，第301号，pp.53-64，1981年3月
1105. 藤本盛久・松下真治：鋼構造柱はり接合部における柱フランジの板厚方向歪度とその分布に関する研究，日本建築学会論文報告集，第309号，pp.41-52，1981年11月
1106. ギャランボス，T.V.（福本 啓士・西野文雄共訳）：鋼構造部材と骨組 - 強度と設計 - ，丸善，pp.251，1970年
1107. 日本鋼構造協会・成岡昌夫・中村恒善共編：骨組構造解析要覧，第6章 - 鋼材の単軸履歴応力 - ひずみ関係と曲げモーメント - 曲率関係式（中村恒善著），培風館，pp.118-136，1976年
1108. 三好俊郎・白鳥正樹・座古勝・坂田信二：有限要素法 - 構造要素の変形・破壊挙動の解析，実教出版，p.144，1976年
1109. 八高隆雄・長谷川正：パウシンガー効果に関する研究の現状と展望，鉄と鋼，第70年，第11号，pp.1551-1558，1984年
1110. 松井保・阿部信晴：土の構成式入門 5.弾塑性理論と適用（その1），土と基礎，Vol.31，No.11，pp.97-105，1983年11月
1111. 岡村甫・前川宏一：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析，土木学会論文集，第360号/V-3，pp.1-10，1985年8月
1112. 北川浩：弾・塑性力学 - 非線形解析のための基礎理論 - ，裳華房，1987年3月
1201. Westergaard, H.M. : On the resistance of ductile materials to combined stresses in two or three directions perpendicular to one another, Journal of the Franklin Institute, Vol.189, pp.627-640, 1920
1202. Haigh, B.R.: The strain energy function and the elastic limit, Engineering, Vol.109, pp.158-160, 1920
1203. von Mises, R. : Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand, Gottinger Nachrichten, math. phys. Kl. 1913, Vol.582, p.92, 1913.
1204. Hill, R.: Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, Oxford, England, 1950.（鷺津久一郎・山田嘉昭・工藤英明共訳，培風館，1954年）
1205. Bauschinger, J.: Mitt. Mech-techn. Lab. Kgl. Techn. Hochschule. Munchen, Vol.13, p.1, 1886
1206. Prager, W. : The theory of plasticity : A survey of recent achievements, Proc. of the Institute of Mechanical Engineering,

\* 参考文献の番号は4桁の整数で表した。4桁目および3桁目はそれぞれ章および節を示す。2桁目と1桁目は節中での通し番号を示す。

- Vol.169, pp.41-57, 1955.
1207. Prandtl, L. : Proc. 1st Int. Cong. App. Mech., Delft, p.43, 1924, and  
Reuss, A. : Zeits. ang. Math. Mech. Vol.10, p.266, 1930
1208. Ziegler, H.: A Modification of Prager's hardening rule, Quart. of Appl. Mech., Vol.17, pp.55-65, 1959.
1209. Hodge, P. G. Jr.: Discussion of Prager, Journal of applied mechanics, Vol.23, Trans. ASME, Vol.79, pp.482-483, 1957
1210. Prager, W. : New method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids, Trans. ASME, Journal of applied mechanics, Vol.78, pp.493-496, 1956.
1211. Lubahn, J.D.: Bauschinger effect in creep and tensile tests on copper, Journal of Metals, Vol.7, No.9, pp.1031-1033, Sept. 1955.
1212. Phillips, A. and Sierakowski, R.L.: On the concept of the yield surface, Acta Mechanica, Vol.1, pp.29-35, 1965.
1213. Eisengerg, M.A. and Phillips, A. : A theory of plasticity with non-coincident yield and loading surfaces, Acta Mechanica, Vol.11, pp.247-260, 1971.
1214. Greenstreet, W.L., Smith, J.E., Yahr, G.T. and Valachovic, R.S. : The mechanical behavior of graphites as portrayed by uniaxial tests, Carbon, Vol.8, pp.649-663, 1970
1215. Greenstreet, W. L. and Phillips, A. : A theory of an elastic-plastic continuum with special emphasis to artificial graphite, Acta Mechanica, Vol.16, pp.143-156, 1973.
1216. Iwan, W.D. : On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite system, Trans. ASME J. Appl. Mech., pp.612-617, Sep. 1967.
1217. Masing, G. : Wissenschaftliche veroffentlichungen aus dem Siemens-Konzern 5, 135, 1926.
1218. Mroz, Z. : On the description of anisotropic workhardening, J. Mech. Phys. Solids, Vol.15, pp.163-175, 1967.
1219. Mroz, Z. : An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loads using a more general workhardening model, Acta Mechanica, Vol.7, pp.199-212, 1969.
1220. 守時一: 加工硬化係数の場について(第1報, 取扱い手法), 日本機械学会論文集, 42巻, 363号, pp.3398-3409, 1976年11月
1221. 守時一: 加工硬化係数の場について(第2報, 材料試験への適用), 日本機械学会論文集, 43巻, 370号, pp.2081-2090, 1977年6月
1222. Mroz, Z. and Lind, N.C. : Simplified theories of cyclic plasticity, Acta Mechanica, Vol.22, pp.131-152, 1975.
1223. Kalev, I.: Cyclic plasticity models and application in fatigue analysis, Computers & Structures, Vol.13, pp.709-716, 1981
1224. Dafalias, Y.F. and Popov, E. P.: A model of nonlinear hardening materials for complex loading, Acta Mechanica, 21, pp.173-192, 1975.
1225. Dafalias, Y. F. and Popov, E. P. : Rate-independent cyclic plasticity in a plastic internal variables formalism, Mechanical Research Communication, Pergamon Press., Vol.3, pp.33-38, 1976.
1226. Dafalias, Y. F. and Popov, E. P. : Plastic internal variables formalism, Trans. ASME J. Appl. Mech., pp.645-651, Dec. 1975.

1227. Krieg, R.D. : A Practical Two Surface Plasticity Theory, Trans. ASME J. Appl. Mech., pp.641-646, Sep. 1975.
1228. Lipkin, J. and Swearengen, J.C. : On the subsequent yielding of a aluminium alloy following cyclic prestraining, Metallurgical Transactions, 1975.
1229. 1102)に同じ
1230. 藤本盛久・橋本篤秀・中込忠男・山田丈富 : 構造用鋼材の多軸応力状態における繰り返し応力-ひずみ関係 (繰り返し力を受ける鋼構造接合部の破壊挙動に関する研究-第1報, 日本建築学会論文報告集, 第356号, 1985年10月)
1231. Cofie, N.G. and Krawinkler, H. : Uniaxial cyclic stress-strain behavior of structural steel, Proc. ASCE, Jour. Eng. Mech., Vol. 111, No. 9, pp. 1105-1120, September 1986.
1232. 金子堅司 : 二曲面塑性構成式の提案 (第1報, 構成式の概要), 日本機械学会論文集 (A編), 50巻452号, pp. 784-790, 1984年4月
1233. Hashiguchi, K. : Constitutive equations of elastoplastic materials with anisotropic hardening and elastic-plastic transition, Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 48, pp. 297-301, June 1981.
1234. 橋口公一 : 二曲面塑性モデルの数学的再構成, 土木学会論文集, 第362号/I-4, pp. 259-265, 1985年10月
1235. Hashiguchi, K. : Elastoplastic constitutive model with a subloading surface, Proc. Int. Conf. Comp. Mech., Vol. 2, pp. IV65-IV70, Tokyo, May 1986.
1236. Tseng, N. T. and Lee, G. C. : Simple plasticity model of two-surface type, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 109, pp. 795-810, June 1983.
1237. Petersson, H. and Popov, E. P. : Constitutive relation for generalized loadings, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. EM4, pp. 611-627, 1977.
1238. Popov, E. P. and Petersson, H. : Cyclic metal plasticity : Experiments and theory, Proc. of ASCE, Vol. 104, No. EM6, pp. 1371-1388, 1978.
1239. 大野信忠 : 非硬化ひずみ領域を考慮した繰返し塑性構成式, 日本機械学会論文集 (A編), 48巻, 434号, pp. 1342-1350, 1982年10月
1240. Ohno, N. : A Constitutive model of cyclic plasticity with a nonhardening strain region, Trans. ASME J. Appl. Mech., Vol. 49, pp. 721-727, Dec. 1982.
1241. 大野信忠・加智義文・村上澄男 : 非線形硬化材料の繰返し塑性構成式, 日本機械学会論文集 (A編), 51巻, 470号, pp. 2349-2358, 1985年10月
1242. Ohno, N. and Kachi, Y. : A Constitutive model of cyclic plasticity for nonlinear hardening materials, Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 53, pp. 395-403, June 1986.
1243. Satra, M. and Ohno, N. : Finite element analysis of a cyclically loaded notched bar using constitutive models based on the cyclic nonhardening region, Proc. Int. Conf. Comp. Mech., Vol. 2, pp. 395-400, Tokyo, May 1986.
1244. Valanis, K. C. : A theory of viscoplasticity without a yield surface (Part I. General theory), Archives of Mechanics, Vol. 23, No. 4, pp. 517-533, 1971.

1245. Valanis, K. C. and Lee, C. F. : Endochronic plasticity : Physical basis and applications, Mechanics of Engineering Materials, edited by C.S.Desai and R.H.Gallagher, pp.591-609, 1984.
1246. Valanis, K. C. : A theory of viscoplasticity without a yield surface (Part II. Application to mechanical behavior of metals), Archives of Mechanics, Vol.23, No.4, pp.535-551, 1971.
1247. Valanis, K. C. : Fundamental consequences of a new intrinsic time measure -Plasticity as a limit of the endochronic theory, Archives of Mechanics, Vol.32, No.2, pp.171-191, 1980.
1248. 渡辺修・Atluri, S. N.: 繰返し塑性の構成方程式と有限要素法への適用, 第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.151-156, 1985年7月
1249. Watanabe, O. and Atluri, S.N.: A New Endochronic elasto-plastic approach for fatigue crack growth, Proc. Int. Conf. Comp. Mech., Vol.2, pp.387-393, Tokyo, May 1986.
1250. 渡辺修: 内部時間理論を用いた繰返し塑性の新しい積分形構成方程式と材料定数の決定法, 日本機械学会論文集, A編, 52巻, 481号, pp.2285-2293, 1986年9月.
1251. Kato, B., Akiyama, H. and Yamanouchi, Y.: Predictable properties of material under incremental cyclic loading, Theme III, IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures acted on by well Defined Repeat Load, pp.119-124, Lisboa 1973.
1252. Yokoo, Y., Nakamura, T., Komiyama, T. and Kawada, Y.: Nonstationary hysteretic uniaxial stress-strain relations of a wide-flange steel Part 1: Experimental investigation, Trans. AIJ, No.259, pp.53-65, Sept. 1977.
1253. Ramberg, W. and Osgood, W. R. : Description of stress-strain curves by three parameters, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note No.902, pp.1-13, 1943.
1254. Yokoo, Y. and Nakamura, T. : Nonstationary hysteretic uniaxial stress-strain relations of a wide-flange steel Part 2: Empirical formulae, Trans. AIJ, No.260, pp.71-82, Oct. 1977.
1255. 中村恒善・鎌形修一・小坂郁夫: 非定常履歴単軸構成法則とその部材解析への適用-その1, 応力-歪径路のパターン分類と構成法則-, 日本建築学会論文報告集, 第300号, pp.11-17, 1981年2月
1256. 中村恒善・鎌形修一・小坂郁夫: 非定常履歴単軸構成法則とその部材解析への適用-その2, 部材挙動の予測とその検証, 第301号-, pp.9-15, 1981年3月
1257. 栖原二郎・修行稔: 鋼構造部材の弾塑性応力及び変形などに及ぼす荷重履歴の影響, 西部造船会会報, 第51号, pp.53-66, 1976年
1258. 修行稔: 鋼構造部材の弾塑性応力及び変形などに及ぼす荷重履歴の影響-高張力鋼の特性について-, 西部造船会会報, 第52号, pp.119-128, 1977年
1259. 栖原二郎・宮武昌幸・梁井和博・道田亮二: 任意の繰返し変動荷重を受ける鋼構造強度の弾塑性力学的研究, 日本造船学会論文集, 第150号, pp.398-412, 1981年12月
1260. Suhara, J. : Elasto-plastic analysis of steel plate subjected to irregularly varying cyclic loads, Computers & Structures, Vol.19, No.1-2, pp.225-238, 1984.

1261. 福知保長・土井康生・井崎征男：鋼材の繰返し履歴挙動に関する研究，日本建築学会論文報告集，第294号，pp.53-60，1980年8月
1262. Williams, D. P. and Topper, T. H. : A generalized model of structural reversed plasticity, *Experimental Mechanics*, pp. 145-154, April 1981.
1301. 1112)に同じ。
1302. 1237)に同じ。
1303. 1238)に同じ。

## 第 2 章

2101. Mroz, Z. : On the description of anisotropic workhardening , *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.15, pp.163-175, 1967.
2102. Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : A model of nonlinear hardening materials for complex loading, *Acta Mechanica*, 21, pp.173-192, 1975
2103. Dafalias , Y.F. and Popov , E.P. : Rate-independent cyclic plasticity in a plastic internal variables formalism , *Mechanical Research Communication* , Pergamon Press., Vol.3, pp. 33-38, 1976.
2104. Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : Plastic internal variables formalism, *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, pp.645-651, Dec. 1975.
2105. Petersson, H. and Popov, E.P. : Constitutive relation for generalized loadings, *Proc. of ASCE* , Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977.
2106. Popov, E.P. and Petersson, H. : Cyclic metal plasticity ; Experiments and theory , *Proc. of ASCE* , Vol.104, No.EM6, pp. 1371-1388, 1978.
2107. 皆川 勝・西脇威夫・増田陳紀・斎藤哲郎：繰返し荷重に対する構造用鋼材の高精度応力-ひずみモデル，日本鋼構造協会構造工学における数値解析シンポジウム論文集，Vol.9, pp.145-150，1985年7月。
2108. Minagawa, M., Nishiwaki, T. and Masuda, N. : On properties of steel members subjected to repetitive loading histories, *Proc. of the First Asian Conference on Structural Engineering & Construction*, Vol.2, pp.1219-1230, Bangkok, January 1986.
2109. 皆川 勝・西脇威夫・増田陳紀：多曲面塑性モデルによる鋼引張圧縮部材の履歴応力-ひずみ関係の推定，Vol.32A, pp.193-206，1986年3月。
2110. Minagawa, M., Nishiwaki, T. and Masuda, N. : Modelling cyclic plasticity of structural steels, *Proc. of JSCE* (submitted).
2201. Hill, R.: *Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University , England, 1950. ( 鷲津久一郎・山田嘉昭・工藤英明共訳，培風館，pp.22-31, 1954年)
2202. von Mises , R. : *Mechanik der festen Korper im plastisch deformablen Zustand*, *Gottinger Nachrichten, math. -phys. Kl.* 1913, Vol.582, p.92, 1913.
2203. Tresca, H. : *Memoire sur l'ecoulement des corps solides*, *Mem. pres. par div. Savants* 18 Vol.733, p.99, 1868.
2204. 2105)に同じ。
2205. 2106)に同じ。
2301. 2105)に同じ。
2302. 中村恒善・鎌形修一・小坂郁夫：非定常履歴単軸構成法則とその部材

- 解析への適用 その1, 応力-歪径路のパターン分類と構成法則, 日本建築学会論文報告集, 第300号, pp.11-17, 1981年2月
2401. 山田嘉昭: 塑性・粘弾性(有限要素法の基礎と応用シリーズ6), 培風館, pp.84-86, 1980年.
2402. 2201)に同じ。
2403. Prager, W.: The theory of plasticity: A survey of recent achievements, Proc. of the Institute of Mechanical Engineering, Vol.169, pp.41-57, 1955.
2404. Ziegler, H.: A Modification of Prager's hardening rule, Quart. of Appl. Mech., Vol.17, pp.55-65, 1959.
2405. Hodge, P. G. Jr.: Discussion of Prager, Journal of applied mechanics, Vol.23, Trans. ASME, Vol.79, pp.482-483, 1957
2406. 八木順吉: 日本鋼構造協会, 技術委員会, 安全性分科会, 小委員会資料, No.291, 1972年(日本材料学会編: 金属材料強度試験便覧, 養賢堂, 1977年より引用)
2407. 2105)に同じ。
2408. 2106)に同じ。
2409. Yokoo, Y., and Nakamura, T.: Nonstationary hysteretic uniaxial stress-strain relations of a wide-flange steel Part2: Empirical formulae, Trans. AIJ, No.260, pp.71-82, Oct. 1977.
2410. 栖原二郎・修行稔: 鋼構造部材の弾塑性応力及び変形などに及ぼす荷重履歴の影響, 西部造船会会報, 第51号, pp.53-66, 1976年
2501. 2105).に同じ
2502. 2404).に同じ

### 第 3 章

3101. Petersson, H. and Popov, E.P.: Constitutive relation for generalized loadings, Proc. of ASCE, Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977.
3102. Popov, E.P. and Petersson, H.: Cyclic metal plasticity; Experiments and theory, Proc. of ASCE, Vol.104, No.EM6, pp.1371-1388, 1978.
3201. 古元隆生: 残留応力の発生とその対策, 各論4-切削, 研削-, 金属材料, 第4巻, 第1号, pp.39-44, 1964年.
3202. 米谷茂: 残留応力の発生と対策, -機械的作用による残留応力の除去と調整-, pp.289-292, 養賢堂, 1975年
3203. 日本鋼構造協会・成岡昌夫・中村恒善共編: 骨組構造解析要覧-6章 鋼材の単軸履歴応力ひずみ関係式と曲げモーメント曲率関係式(中村恒善)-, 培風館, pp.118-136, 1976年
3204. 3102)に同じ。
3205. 例えば, 山田良之助: 改稿 材料試験, 内田老鶴圃, pp.60-67, 1967年4月
3206. 福知保長・土井康生・井崎征男: 鋼材の繰り返し履歴挙動に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第294号, pp.53-60, 1980年8月
3207. 石川博将: 繰り返し負荷を受ける材料の塑性流れ(第2報, 実験検証), 日本機械学会論文集(A編), 51巻, 461号, pp.72-80, 1985年1月
3208. Moncarz, P.D. and Krawinkler, H.: Theory and Application of Experimental Model Analysis in Earthquake Engineering, A report on a research project sponsored by the National Science Foundation Grants ENV75-20036 and ENV77-14444, Report No.50, June 1981.

3301. Yokoo, Y. and Nakamura, T.: Nonstationary hysteretic uniaxial stress-strain relations of a wide-flange steel (Part 2: Empirical formulae), Trans. AIJ, No. 260, pp. 71-82, Oct. 1977.
3302. 栖原二郎・修行稔: 鋼構造部材の弾塑性応力及び変形などに及ぼす荷重履歴の影響, 西部造船会会報, 第51号, pp. 53-66, 1976年
3401. 八木順吉: 日本鋼構造協会, 技術委員会, 安全性分科会, 材料小委員会資料 No. 291, 1972年 (日本材料学会編: 金属材料強度試験便覧, 養賢堂, 1977年より引用)
3402. 3101)に同じ。
3501. 3101)に同じ。

#### 第 4 章

4101. Popov, E.P. and Petersson, H. : Cyclic metal plasticity ; Experiments and theory, Proc. of ASCE, Vol. 104, No. EM6, pp. 1371-1388, 1978.
4201. 山田嘉昭: 有限要素法の基礎と応用シリーズ 6 - 塑性・粘弾性 -, 培風館, 1980年
4202. 山田嘉昭, 横内康人: 有限要素法による弾塑性解析プログラミング - E P I C IV 解説 -, 培風館, 1981年
4203. 日本材料学会編: 金属材料強度試験便覧, 養賢堂, pp. 108-111, 1977年
4204. 例えば, デサイ C.S. / アーベル J.F.: マトリックス有限要素法 - 基礎理論とその応用 - (山本善之訳), 培風館, p. 143, 1974年
4205. Yamada, Y., Yoshimura, N. and Sakurai, T. : Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of Elastic-plastic problems by the finite element method, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 10, pp. 343-354, 1968.
4501. Petersson, H. and Popov, E.P. : Constitutive relation for generalized loadings , Proc. of ASCE, Vol. 103, No. EM4, pp. 611-627, 1977.
4502. 4101)に同じ。

#### 第 5 章

5101. Chen, W.F. and Atsuta, T. : Theory of Beam-Column ; Volume. 2 Space Behavior and Design, McGraw-Hill Inc., pp. 272-280. 1977.
5102. Petersson, H. and Popov, E.P. : Constitutive relation for generalized loadings, Proc. of ASCE , Vol. 103, No. EM4, pp. 611-627, 1977.
5103. Popov, E.P. and Petersson, H. : Cyclic metal plasticity ; Experiments and theory, Proc. of ASCE , Vol. 104 , No. EM6, pp. 1371-1388, 1978.
5104. 尼子元久・水野英二・福本昉士 : 繰り返し一軸曲げを受ける構造部材断面の  $M-P-\phi$  曲線, 土木学会第40回年次学術講演会講演概要集, I-30, pp. 59-60, 1985年9月
5201. 日本道路協会編: 道路橋示方書・同解説, 1980年2月
5202. 修行稔: 定軸力と繰り返し二軸曲げ荷重を受ける鋼構造部材断面の弾塑性挙動について (その1), 日本建築学会論文報告集, 第323号, pp. 1-11, 1983年1月
5301. 5202)に同じ。
5401. Moncarz, P.D. and Krawinkler, H. : Theory and Application of Experimental Model Analysis in Earthquake Engineering, A report on a research project sponsored by the National

Science Foundation Grants ENV75-20036 and ENV77-14444, Report No.50, June 1981.

- 5501.小堀為雄・吉田博：鋼構造設計理論，森北出版，pp.88-92，1977年5502.5101)に同じ。
- 5503.米谷茂：残留応力の発生と対策，養賢堂，pp.17-114，1975年
- 5504.米谷茂：残留応力の発生とその対策，総論－残留応力の測定法－，金属材料，第4巻，第1号，pp.15-22，1964.
- 5505.ASTM Standard E837 : Determining reesidual stresses by the hole drilling strain gage method.
- 5506.坂野昌弘・竹之内博行・古川正巳・西村俊夫：実橋における溶接残留応力の測定，橋梁と基礎，pp.27-30，1986年3月
- 5507.Measurement Group Inc.: Measurement of residual stresses by the blind hole drilling method, Technical note No.TN-503, 1981.
- 5508.Tebedge, N. and Tall, L. : Contraintes residuelles dans les protils en acier -Synthese des valeurs mesurees, Construction Metallique, No.2, pp.37-48, Paris, June 1974.
- 5509.5202)に同じ。
- 5601.5201)に同じ。
- 5602.例えば，デサイC.S./アーベルJ.F.：マトリックス有限要素法－基礎理論とその応用－，p.97，1974年（山本善之訳）
- 5603.例えば，同上，p.252
- 5701.コットレルA.H.：コットレルの金属学（下巻），アグネ，pp.167-170，1970（木村宏訳）。
- 5702.山田良之助：改稿 材料試験法，p.57，内田老鶴圃新社，1979年
- 5703.5508)に同じ。
- 5704.5104)に同じ。
- 5705.Sidebottom, O.M., and Chang, C.T.: Influence of the Bauschinger effect on inelastic bending of beams, Proc. First U.S. Nat'l. Congr. Appl. Mech., pp.631-639, 1951.（日本鋼構造協会・成岡昌夫・中村恒善：骨組構造解析要覧，培風館，1976年より引用）

## 謝 辞

西脇威夫教授には学部学生の頃より10年以上の長きにわたって不勉強な私を導いていただきました。また、増田陳紀助教授には大学院進学時から今日まで、浅学な私に有益なご助言をいただきました。両先生のあたたかいご指導に心からお礼を申し上げます。

ご多忙のところ本論文を審査していただく本学土木工学科の渡辺隆教授・星谷勝教授・綾日出教教授、同建築学科の望月重教授および埼玉大学工学部建設工学科の田島二郎教授に篤くお礼申し上げます。

神山光男主任教授はじめ本学土木工学科の教職員の方々には、日頃よりご指導をいただき、また研究の遂行にあたっては土木工学科の貴重な特別研究費を使用させていただき、まことにありがとうございました。

元情報処理センター助教授杉本公弘先生および情報処理センターの職員のみなさまには数値計算の実施に当たって、種々のご助言ならびにご便宜をお計りいただき感謝しております。

研究の遂行に当たって、本学経営工学科吉岡靖夫助教授・同機械工学科浅見克敏教授・土井雅博助教授・中沢洋二講師・大谷真一助手他の諸先生には、ご多忙の中いろいろとご相談させていただきました。ここにお礼を申し上げます。

本研究に関わる実験の実施に当たりまして、構造実験棟仲宗根茂技士補にはひとかたならぬご便宜をお計りいただき、また実験を実施する際に生じた種々の問題点を解決するにあたって数々の有益なご助言をいただきました。本当にありがとうございました。

本学機械工場のみなさまには、試験片・試験体の製作あるいは実験用の治具の製作に際して、お世話になりました。篤くお礼を申し上げます。

本研究が処についた昭和54年度から昭和62年度までに本学鋼構造研究室に大学院生あるいは学部学生として在籍された諸氏には研究の遂行および本論文の作成に多大のご助力をいただきました。特に、元大学院生斎藤哲郎氏（現・大日本コンサルタント株式会社勤務）には、多大のご助力をいただきました。本当にありがとうございました。

なお、本論文中の計算結果は、武蔵工業大学情報処理センターの FACOM M-360および東京大学大型計算機センターの HITAC M682H/M680Hを利用した計算によって得られたものである。また、本研究に対して、文部省科学研究費補助金の交付を受けたことを記す。