

# 面外変形を受ける一面吊り斜張橋の解析

Analysis of Single-plane Cable-stayed Bridges  
Subjected to Out-of-plane Deformation

増田陳紀<sup>1)</sup> 西脇威夫<sup>2)</sup> 皆川 勝<sup>3)</sup> ○高橋広幸<sup>4)</sup>

## 1. はじめに

近年、種々の理由により、軟弱地盤のような地盤条件の悪いところにも高次不静定構造物である斜張橋を建設するよう要請されることがある。軟弱地盤上に長大斜張橋を建設しようとするとき、橋梁に面外の変形を与えるような橋脚底部の不等沈下が生じる場合の応力状態を把握しておくことが重要であり、特に、二面吊り形式に比べ一面吊り形式の斜張橋は面外変形に対する剛性が低いため大変形が生じやすく、非線形解析による検討が必要と考えられる。本研究では、例えば橋脚底部の不等沈下などによって一面吊り斜張橋が面外変形する場合を対象に、橋梁各部に生じる応力を解析する比較的簡単な解析方法を提案し、実橋梁を対象に応力解析を行った結果を報告する。

二面吊り斜張橋が面外変形する場合の解析を一平面内の構造として解析しようとするれば種々の問題が生ずるものと考えられるが、一面吊り形式の場合にはそのようにモデル化することに大きな問題はない。ただし、橋軸直角水平方向にある距離をもって配置されている一対のペンデルシュー（概略図を図1(a)に示した）をケーブル面内の要素にモデル化することが必要となる。そこで本研究では、このようなペンデルシュー要素を作成し、著者らが以前より使用している立体骨組の幾何的非線形構造解析システム<sup>(1)</sup>に組み込み、死荷重が載荷した状態で橋脚が橋軸回りの回転を受けた場合のケーブル、主桁、主塔、橋脚およびペンデルシューの断面力を求めその結果をもとに各構造要素に生じる最大応力を評価する。さらに、1987年にバンコクに建設されたラマIX世橋を対象として、橋脚が不等沈下によって橋軸まわりに回転する場合の上部構造の応力解析を行い、実橋梁における各構造要素に生じる断面力ならびに最大応力と橋脚の不等沈下量の関係を検討する。

## 2. 解析方法

本研究での解析は大きく2つに分けられる。一つは橋梁全体の構造解析である。ここでは一面吊り斜張橋を平面骨組構造としてモデル化し、ペンデルシューを除く各構造要素には適当な部材端条件の下で1節点6自由度の通常の棒要素を適用して骨組解析を行う。したがって、この段階では薄肉断面としての影響は考慮されない。もう一つは各構造要素の応力解析である。全体構造解析で各構造要素に通常の棒要素を適用するのに対し、ここでは薄肉断面をもつ棒部材として解析を行う。

### (1) 構造解析手法

先に述べた通り、比較的簡易な解析により一面吊り斜張橋の面外変形特性を検討することを念頭に、橋梁全体を平面骨組構造としてモデル化し、解析には著者らが以前より使用している立体骨組の幾何的非線形解析システム<sup>(1)</sup>を用いる。本方法においては、適当な部材端条件の下で1節点6自由度の通常の棒要素を用い

1) 武蔵工業大学工学部・助教授・工博, 2) 同・教授・工博, 3) 同・助手・工博,  
4) 武蔵工業大学大学院・修士課程学生 〒158 世田谷区玉堤1丁目28番1号

ており、骨組解析の段階では断面のそりなどの薄肉断面としての影響は考慮されない。ここでの「適当な部材端条件の下で」は、例えば「ケーブル要素の両端で3軸回りの回転変位はゼロである」などを示し、この例の場合、1節点6自由度ではなく1節点3自由度になることを示す。

対象橋梁を平面骨組構造にモデル化するために、橋軸直角水平方向にある距離をもって配置される一対のペンデルシューをケーブル面内の要素にモデル化することが必要であることは先にも述べた。そこで、有限要素の定式化に基づいてペンデルシューに対して専用の要素を構成することにする。本研究では以下のようにペンデルシュー要素の要素剛性行列を作成する。まず、主桁下フランジおよび橋脚頂部は変形しないものと仮定してペンデルシュー要素の節点変位(図1(b)における節点1,2の変位)と個々のペンデルシューの両端の変位(図1(b)における節点a,b,c,dの変位)との関係を変換す。次に、個々のペンデルシューについては通常の棒要素を適用し、その結果をもとに先のペンデルシュー要素の節点変位と個々のペンデルシューの両端の変位との関係を介してペンデルシュー要素としての節点変位と節点力の関係を求める。結果を図2に示した。ただし、部材座標系および構造諸元を示す記号は図1に対応している。ペンデルシュー要素の剛性は、面外曲げ剛性に関する部分を除いて、1本のペンデルシューの剛性の2倍となる。面外の曲げ剛性に

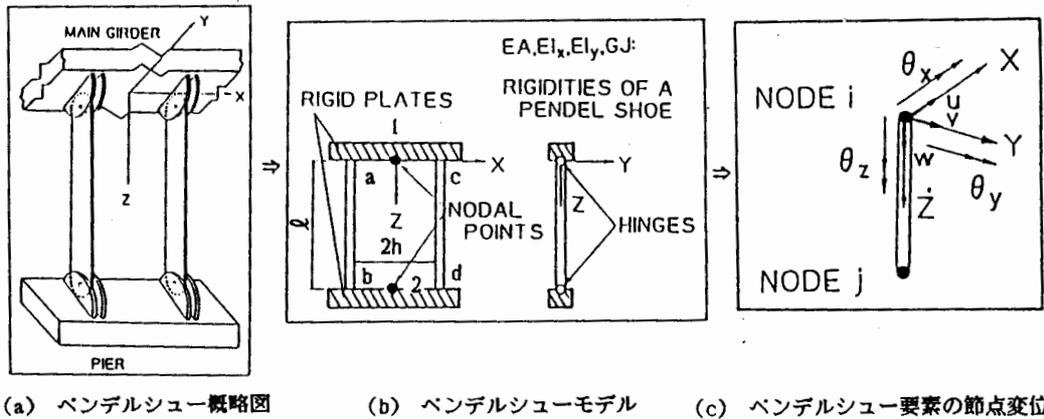


図1 ペンデルシュー要素<sup>[2]</sup>

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \\ X_j \\ Y_j \\ Z_j \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{24EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{24EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^2} & 0 \\ 0 & \frac{24EI_x}{l^3} & 0 & -\frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{24EI_x}{l^3} & 0 & -\frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2EA}{l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^2} & 0 & \frac{6EI_z}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^2} & 0 & \frac{6EI_z}{l} & 0 & 0 \\ \frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 2h^2EA + 6EI_x & 0 & -\frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 2h^2EA + 6EI_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2GJ}{l} \\ \frac{24EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_z}{l^2} & 0 & \frac{24EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_z}{l^2} & 0 \\ 0 & -\frac{24EI_x}{l^3} & 0 & \frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{24EI_x}{l^3} & 0 & \frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EA}{l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^2} & 0 & \frac{6EI_z}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^2} & 0 & \frac{6EI_z}{l} & 0 & 0 \\ -\frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & -2h^2EA + 6EI_x & 0 & -\frac{12EI_x}{l^2} & 0 & 0 & 0 & 2h^2EA + 6EI_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2GJ}{l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix}$$

column

$= 2[K_p] + \frac{2h^2EA}{l} \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$  ;  $[K_p]$  : ペンデルシュー 1本の剛性行列  
 $Y_i, M_{xi}, Y_j, M_{xj} = 0$  : 部材端条件

図2 ペンデルシュー要素の剛性方程式<sup>[2]</sup>

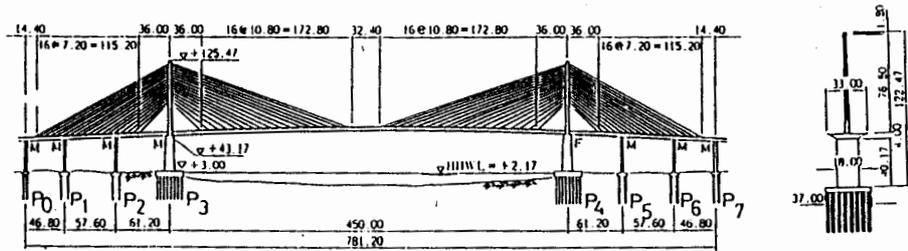


図3(a) ラマIX世橋諸元<sup>[3]</sup>

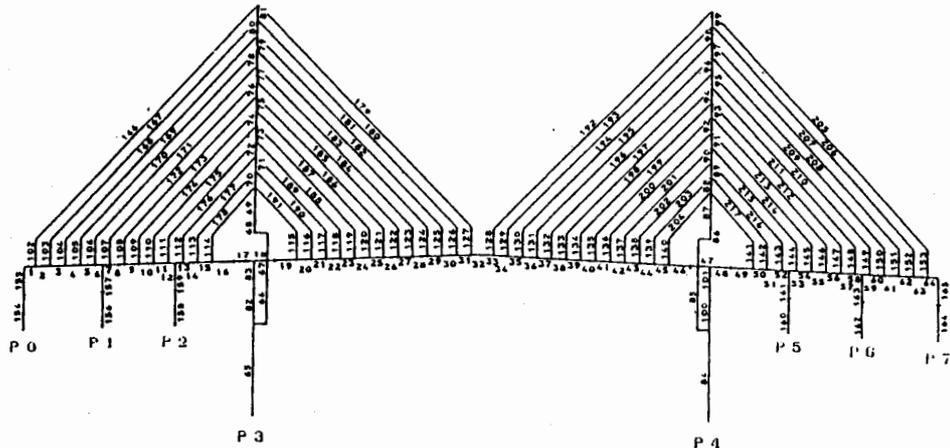


図3(h) 平面骨組構造モデル(要素分割図)

しては、ケーブル面からペンデルシューまでの偏心を考慮し、主桁の橋軸まわりの回転に対してペンデルシューが軸力で抵抗するような新たな項が付加されることになる。

対象橋梁ラマIX世橋の諸元を図3(a)に示した。この橋梁を平面骨組構造としてそのままモデル化すると、主桁も軸方向のみの大きさをもった棒部材として扱わなければならないために、主桁の桁高が無視される。したがって、ここでは主桁とケーブルおよび主桁とペンデルシューそれぞれの間に主桁の桁高に相当する相対的に非常に剛な棒要素を考える。

(2) 応力解析手法

応力解析では、各部材(ケーブル、主桁、主塔、橋脚、ペンデルシュー)の断面について、最大応力の発生する場所を選び出し、それらの位置における直応力およびせん断応力を計算する。さらに、各部材カテゴリごとの応力の最大値まで算出する。全体解析では各構造要素を通常の棒要素として扱ったのに対して、応力評価の段階では薄肉断面はりの理論を用いるため、ここでの応力計算は断面形状の異なる各部材カテゴリごと(橋脚を除く)に行うことになる。そして、ペンデルシューの応力算定にはモデル化に対応した方法をとる。すなわち、ペンデルシュー要素の節点変位からペンデルシュー両端の変位を各々のペンデルシューについて計算し、その変位に一般的な棒要素の剛性行列を乗ずることによって個々のペンデルシュー両端の節点力を求める。このようにして

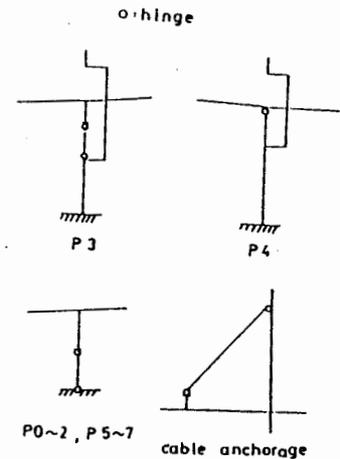


図3(c) 境界条件および部材端条件

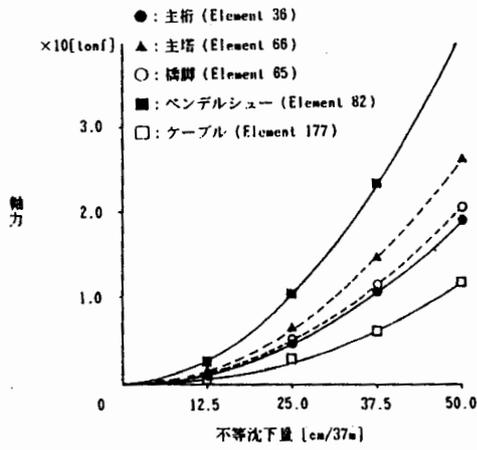


図 4 (a) 軸力と不等沈下量の関係

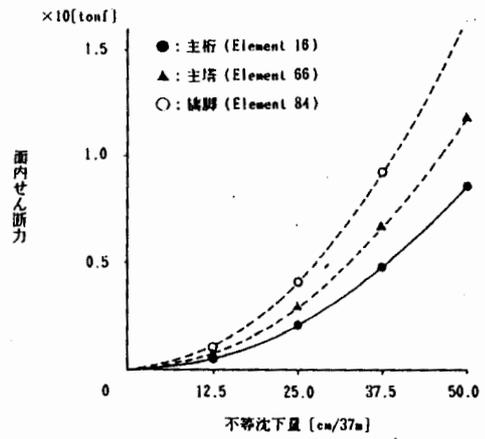


図 4 (b) 面内せん断力と不等沈下量の関係

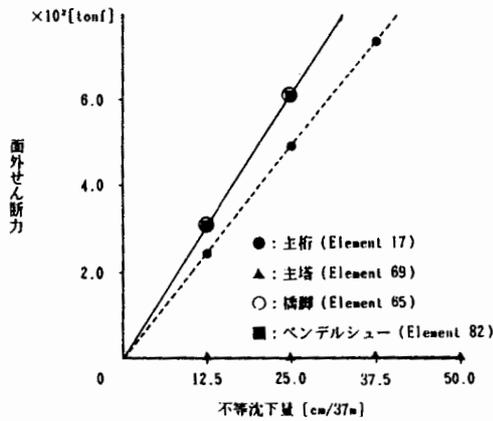


図 4 (c) 面外せん断力と不等沈下量の関係

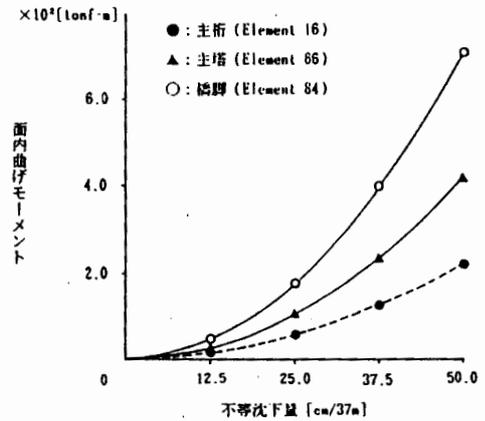


図 4 (d) 面内曲げモーメントと不等沈下量の関係

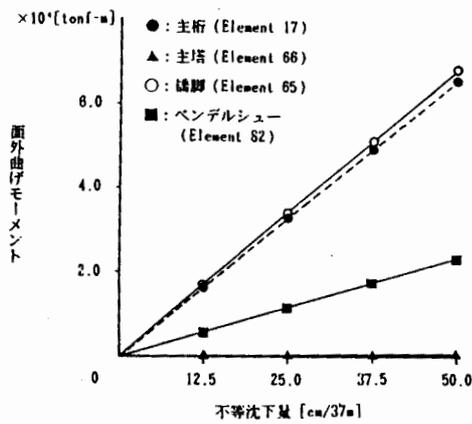


図 4 (e) 面外曲げモーメントと不等沈下量の関係

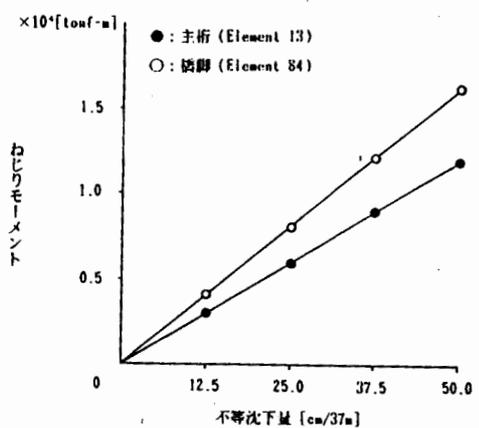


図 4 (f) ねじりモーメントと不等沈下量の関係

求めたペンデルシューの節点力から、ペンデルシューの断面に発生する応力を計算する。

### 3. 解析結果

#### (1) 全体構造解析結果

対象橋梁を図3(b)に示すようにモデル化した。この際の境界条件および部材端条件を図3(c)に示す。また、荷重条件として面外変位を生じさせる不等沈下を想定し、図3(a)に示すP3橋脚の底部に0.5m/37mの強制支点変位(面外回転)を与えた。ここでの荷重条件は非線形挙動を追跡するためのものであり、応力解析ではこれよりも小さい強制変位に対する解析値を用いている。

橋脚底部の不等沈下の増加に対する各部材カテゴリーごとの最大節点力の増加を図4(軸力を(a)、面内せん断力を(b)、面外せん断力を(c)、面内曲げモーメントを(d)、面外曲げモーメントを(e)、ねじりモーメントを(f))に示す。本問題の場合、図4より、面内の挙動に関して非線形性があらわれ、面外の挙動に関してはほとんどそれが生じないことがわかる。

#### (2) 応力解析結果

P3橋脚底部の不等沈下量が0.05m/37m(面外回転)の場合について、各部材の最大応力の比較を表1に示す。各部材の最大直応力は、この程度の支点変位(実際に生じる不等沈下量はこれよりもかなり小さいと推測される)に対しては、ペンデルシューを除いて非常に小さい。しかし、ペンデルシューの直応力が他の部材のそれと比べて非常に大きくなっており、我国の道路橋示方書に規定されて

いるSS41材に対する許容応力(1400 kgf/cm<sup>2</sup>)に近い値が生じている。ペンデルシューの直応力のうち、曲げ応力が65.6%と大きく、個々のペンデルシューに作用する軸力により生ずる垂直応力は34.4%と小さい。

P3橋脚底部の不等沈下量が0.5m/37m(面外回転)の場合について、不等沈下量の増加に対する各部材カテゴリーごとの最大直応力の増加を図5に示す。

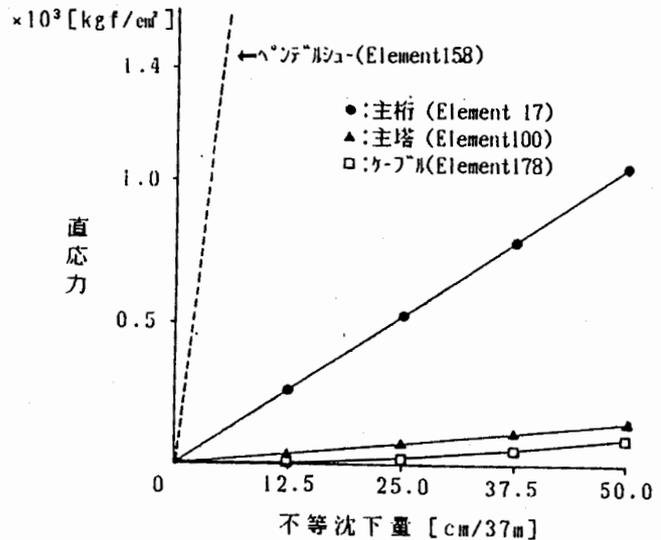


図5 直応力と不等沈下量の関係  
(P3橋脚面外回転)

表1 各部材断面の最大応力の比較  
(P3橋脚面外回転 0.05m/37m)

STRUCTURAL MEMBER CATEGORY	CABLE		MAIN GIRDER		TOWER		PENDEL SHOE
	LARGEST STRESS						
NORMAL STRESS (kgf/cm <sup>2</sup> )	1	-104			16		1389
SHEAR STRESS (kgf/cm <sup>2</sup> )	-		-77			-38	-
ELEMENT (Ref. Fig.2)	178	17	15	100	100		158
LOCATION OF THE LARGEST NORMAL STRESS : ● AND SHEAR STRESS : ▲	⊙						

#### 4. おわりに

本研究では、一面吊り斜張橋が面外変形する場合を対象に、簡単な構造物のモデル化と応力解析システムを提案した。そして、それらを用いて橋梁を面外へ回転させるような橋脚の不等沈下量と各部材断面に生じる最大直応力との関係を検討した。橋脚の面外への変位は、特にペンデルシューについては大きな応力を発生させ得ることが明らかとなった。ペンデルシューの直応力は、特に、ペンデルシューの曲げ応力によるところが大きい。ペンデルシュー両端の面外曲げに関する接合条件をゆるめ、ユニバーサルジョイント的な接合方法をとることも検討すべきかもしれない。

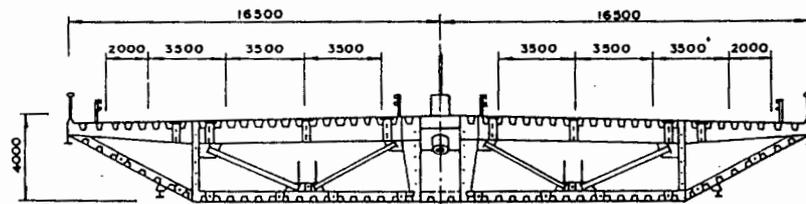
なお、本論文での計算は東京大学大型計算機センターHITAC M-682/M-680Hを用いて行ったことを付記する。

#### ◆ 参考文献 ◆

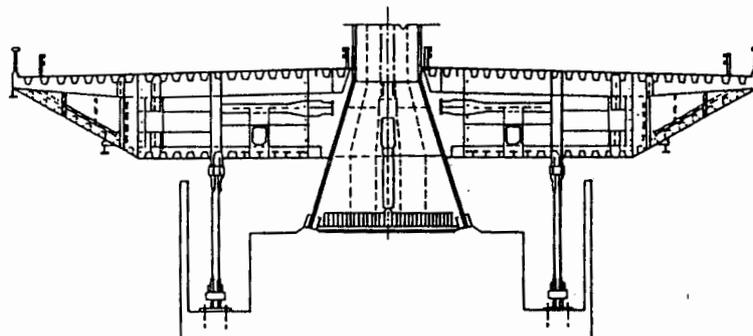
- [1] 吉田 裕・増田陳紀・森本 剛・広沢規行：立体骨組構造の増分つり合い方程式とその解法，土木学会論文報告集，第300号，pp.21-31，1980年8月。
- [2] Masuda, N., Nishiwaki, T., Minagawa, M. and Kamimoto, Y. : Analysis of single-plane fan-type cable-stayed bridges subjected to non-uniform supports settlements, Proc. of the International Conference on Cable-Stayed Bridges, pp.176-187, Bangkok, Nov. 1987.
- [3] 沖野真：メナム川に架ける斜張橋（チャオブラヤ橋），橋梁と基礎，pp.22-26，1985-2。

#### ◆ 付録 ◆

参考のために、対象とした橋梁の横断面図を、「The Expressway and Rapid Transit Authority of Thailand: THE BANGKOK CABLE STAYED BRIDGE」より引用して示す。



メインスパンにおける横断面図



パイロンにおける横断面図

付図 メインスパンおよびパイロンにおける桁の横断面図

ANALYSIS OF SINGLE-PLANE CABLE-STAYED BRIDGE  
SUBJECTED TO OUT-OF-PLANE DEFORMATION

Nobutoshi MASUDA 1, Takeo NISHIWAKI 2, Masaru MINAGAWA 3  
and Hiroyuki TAKAHASHI 4

SUMMARY

Recently, it's not improbable that there is a request to construct a cable-stayed bridge on ill-conditioned ground such as soft clay one. When a single-plane cable-stayed bridge with long span is going to be constructed on soft clay, the study of influences of out-of-plane displacements caused by supports settlements on each members is considered to be especially important. But so far, there is few experimental and analytical results on the effects of out-of-plane displacements.

In this paper, an analysis method is presented for single-plane fan-type cable-stayed bridges which are going to be constructed on soft clay and expected to be subjected to out-of-plane deformation due to non uniform supports settlements. Then, the method is applied to the analysis of a model bridge whose structural dimensions are almost as same as those of Rama bridge in Bangkok constructed in 1987 with as long as 450 meters span length. Examined with emphasis are the effects of out-of-plane rotations of towers on member forces, stresses of deck plates and so on.

The method is composed of two parts. Firstly, the whole structure is modelled as a frame structure within a single-plane. This is done by the following way: Main girders, towers and piers are represented by conventional frame elements with six degrees of freedom per each node. Cables are represented by rod elements with three degrees of freedom per each node, namely, three translational displacement components. For a pair of pendel shoes a pendel shoe element is introduced which has six degrees of freedom per each node as same as frame elements but is slight differently derived. These elements are applied to the geometrically nonlinear analysis method of space frames developed by the authors, which is capable of dealing with such problems that finite rotations occur around different axes in the three dimensional space. Thus, in-plane and out-of-plane behaviors are evaluated in an unified manner. Secondly, the results are utilized to calculate stresses at specified points in arbitrary sections of any members on the basis of thin walled members theory.

The calculated results show that out-of-plane rotations of towers may cause excessive stresses at several parts of a bridge even if the rotation is not so large.

---

1.Associ. Prof., 2.Prof., 3.Research Associ., 4.Graduate Student  
Dept. Civil Eng., Musashi Inst. of Tech., Tokyo, Japan