

鋼はりの履歴曲げモーメント－曲率関係の推定

Prediction of Hysteresis Moment-Curvature Relations of Steel Beams

皆川 勝* 西脇威夫** 増田陳紀***

By Masaru MINAGAWA, Takeo NISHIWAKI and Nobutoshi MASUDA

Cyclic plasticity model, on which new material property functions were supplemented and cumulative equivalent plastic strain was clearly defined, was constructed by the refinements of multi surface model. To calculate M- ϕ relations of beams and beam-columns, the tangent stiffness method was used with some amendments. Material property functions were determined by a combination of tension tests and tension-compression tests and residual stress was measured by the drilling method. The calculated M- ϕ relations were compared with those gained by experiments and it is verified that hysteretic M- ϕ relations under consideration of history effects can be predicted with high accuracy by means of the proposed model.

1. まえがき

複雑な変動荷重を受ける骨組構造物の応答解析をするためには、骨組部材およびそれらの接合部の変形特性を知る必要があるが、その基本は素材の応力－ひずみ関係である。このために、著者らはPeterssonおよびPopovによって提案された多曲面塑性モデル¹⁾（以後、Petersson-Popovモデルと呼ぶ）を基本とした繰り返し塑性モデル（以後、提案モデルと呼ぶ）を提案した^{2), 3)}。そして、提案モデルを用いれば鋼材の履歴引張圧縮応力－ひずみ関係を精度良く推定できることを、著者らは実測結果と計算結果の比較によって明らかにしてきた^{2), 4)}。

本研究では、提案モデルを骨組構造の弾塑性応答解析へ適用することを目標に、第1段階として、H型鋼はりの弾塑性履歴曲げモーメント－曲率関係の推定に対して提案モデルを導入し、その有効性を示す。そのため、まず、H型鋼により製作されたはり試験体を用いて両振り曲げ載荷試験を実施して、断面の一部が塑性化するような繰り返し曲げを受けるはりの曲げモーメントと曲率の関係を測定した。材料特性は試験体から切り出した試験片を用いた素材試験の結果から決定した。実施した素材試験は、引張試験と簡単な引張圧縮試験^{2), 3)}である。試験体の残留応力は孔あけ法⁵⁾により測定した。測定された材料特性と残留応力を用いて、提案モデルを単軸応力状態に適用した上で、修正した接線剛性法⁶⁾によって履歴曲げモーメント－

* 工修 武藏工業大学助手 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1丁目28-1)

** 工博 武藏工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1丁目28-1)

*** 工博 武藏工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒158 東京都世田谷区玉堤1丁目28-1)

曲率関係を計算した。その結果と実測による結果を比較することによって、はり断面の履歴挙動の推定に対する著者らが提案した繰り返し塑性モデルの有効性を示す。^{*}

2. 提案モデルの概要^{2), 3)}

履歴応力-ひずみ挙動は主応力空間に定義された曲面の拡大・縮小ならびに移動によって表現される。各々の曲面はその大きさを表す関数 κ と、中心座標を表すベクトル $\{\alpha\}$ によって定義される。 κ および $\{\alpha\}$ は履歴の進展を示す状態変数 $\bar{\varepsilon}_p$ および $\bar{\varepsilon}_{p,i}$ の関数であり、それによって κ および $\{\alpha\}$ に履歴の効果が導入される。 $\bar{\varepsilon}_p$ および $\bar{\varepsilon}_{p,i}$ は次式で定義され、それぞれ累積相当塑性ひずみおよび相当塑性ひずみ増分と呼ぶ。

$$\bar{\varepsilon}_p = \int_{t_0}^{t_c} d\bar{\varepsilon}_p, \quad \bar{\varepsilon}_{p,i} = \int_{t_0}^{t_i} d\bar{\varepsilon}_p \quad (1)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}_p$ は負荷が開始した時点 t_0 から、最近に除荷が生じた時間 t_c までの相当塑性ひずみの累積量である。また、 $\bar{\varepsilon}_{p,i}$ は時間 t_0 からある時間 t_i まで多曲面の外側へ向かって単調に載荷した時の相当塑性ひずみの増分量である。

これらの2つの状態変数は、時間 t_c までに材料に発生した相当塑性ひずみの総和 $\bar{\varepsilon}_{p,total}$ の一部分であり、これらの間には次の関係が成立つと考えられる。

$$\bar{\varepsilon}_{p,total} \geq \bar{\varepsilon}_p + \bar{\varepsilon}_{p,i} \quad (2)$$

ここで、材料に発生した相当塑性ひずみのすべてが材料の履歴効果に寄与する場合に、上式の等号が成立する。提案モデルでは、単軸引張圧縮載荷試験においてしばしば観察される“復帰現象”を表現するために、文献2)および3)で述べたように、状態変数のひとつである累積相当塑性ひずみを次のように評価する。

“ある応力-ひずみ経路において生じる相当塑性ひずみのうち、それまでに生じた相当塑性ひずみ幅 $\Delta \bar{\varepsilon}$ の最大値を越える量のみを累積した量を累積相当塑性ひずみと定義する。”

ここで、相当塑性ひずみ幅 $\Delta \bar{\varepsilon}$ とは除荷が発生してから次の除荷が発生するまでに生じる塑性ひずみから計算される相当塑性ひずみ幅のことを指す。

中心座標を表すベクトル $\{\alpha\}$ は、次式によって負荷の進展にともなって更新される。

$$\{\alpha_i\} = \{\tilde{\alpha}_j\} + \frac{\{\tilde{\alpha}\} - \{\tilde{\alpha}_0\}}{\tilde{\kappa}} (\tilde{\kappa}_j - \kappa_i) \quad (3)$$

ここで、 $\{\sigma\}$ は現在の応力状態を、記号 \sim は更新前の状態を表し、下添字0は $\bar{\varepsilon}_{p,i}=0$ を意味する。また、下添字iおよびjは相当塑性ひずみ増分の値がそれぞれ $\bar{\varepsilon}_{p,i}$ および $\bar{\varepsilon}_{p,i} + d\bar{\varepsilon}_p$ である載荷状態に対応する曲面であることを示す。

曲面の拡大および縮小を表す κ は、次式によって定義される。

$$\kappa = W_i \kappa_i + (1 - W_i) \kappa_{i+1} \quad i=1 \sim N_b \quad (4)$$

ここで、 κ_i および κ_{i+1} は基本曲面サイズ関数であり、 W_i は履歴による曲面サイズの変化を表す重み関数である。

ある限定された累積相当塑性ひずみの範囲での曲面サイズ関数の変化は、その範囲を定める境界での曲面サイズ関数として定義される基本曲面サイズ関数 κ_i および κ_{i+1} と、その範囲に対する重み関数 W_i を用いて表現できるものとするということを上式は意味する。

基本的には境界の数は任意に設定することが

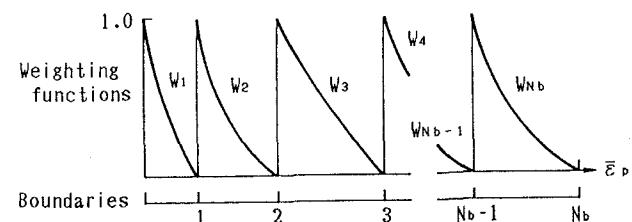


Fig.1 Weighting functions and boundaries.

*本研究の一部は、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集(Vol.11, 1987)に既に発表した。

できる。この場合、Fig.1に示すように設定された境界の数を N_b とすれば、 N_b 個の重み関数と、 N_b+1 個の基本曲面サイズ関数が必要となる。境界が多く設定されればそれだけ重み関数の精度上の要求は緩和される。一方、境界を多く設定することは、数値計算において記憶すべき基本曲面サイズ関数の数が増え、手続きが煩雑となる。したがって、一般的には両者の兼ねあいで境界の数を設定する。

基本曲面サイズ関数は相当塑性ひずみ増分の関数として定義され、重み関数は累積相当塑性ひずみと相当塑性ひずみ増分の関数として定義される。ある累積相当塑性ひずみに相当する履歴を受けた材料の曲面サイズ関数が相当塑性ひずみ増分の関数として求められていれば、それに対応する重み関数の値が累積相当塑性ひずみの関数として決定されることになる。したがって、材料特性を決定するために必要な試験は、

- ①単調引張載荷試験、
- ②ただ1回の荷重反転を含む引張圧縮載荷試験となる。

3. 曲げモーメント－曲率関係の数値計算方法

2軸対称断面を有する骨組部材を対象とする場合、断面挙動の提案モデルを用いた計算は、ChenおよびAtsutaによる接線剛性法⁶⁾(Tangent Stiffness Method)に若干の修正を加えて行うことができる。数値計算の際に導入された仮定を以下に示す。

- ①. 部材断面に直角方向の垂直応力以外の応力成分は無視する。
- ②. 断面の形状は不変である。
- ③. 局部座屈などの不安定現象は生じない。
- ④. ひずみ、応力および接線係数は要素内で線形変化する。
- ⑤. 残留応力は存在する。

①から③の仮定を用いれば、一般化応力増分 $\{df\}$ と一般化ひずみ増分 $\{d\phi\}$ の関係は、次式で表される⁶⁾。

$$\{df\} = [K] \{d\phi\} \quad (5.1)$$

$$\text{ここで } \{df\}^T = \{dP, dM_x, dM_y, dM_w\} \quad (5.2)$$

$$\{d\phi\}^T = \{d\varepsilon_x, d\phi_x, d\phi_y, d\phi_w\} \quad (5.3)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \int_A E_t dA & \int_A E_t y dA & \int_A E_t x dA & \int_A E_t xy dA \\ \int_A E_t y^2 dA & \int_A E_t xy dA & \int_A E_t x y^2 dA & \\ \int_A E_t x^2 dA & \int_A E_t x^2 y dA & \int_A E_t x^2 y^2 dA & \\ \text{SYM.} & & & \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

式(4.4)で与えられる接線剛性マトリックスを評価するためには、断面の各部での接線係数 E_t を用いて、断面に関して積分をする必要がある。本研究では、以下のような方法によって積分を実行した。

断面を微小三角形要素に分割し、上記の仮定④を用いて、要素に関する積分値は要素を構成する三節点での値を用いて求められる。その後に、これを全要素にわたって総和すれば式(5.4)内の各積分値が求められる。この方法によれば、断面のひずみ、応力および接線係数の分布がより正確に評価できるので、要素内でのひずみ等が一定と仮定する場合に比べて要素数を少なくすることができます。

残留応力の値は各節点での値として与えた。それに対応して残留ひずみを初期値として与えた。圧延材の場合、残留応力の値は降伏応力に達していないことが、過去の研究⁷⁾と今回の測定で明らかとなっている（後述、Fig.9(a)参照）ので、残留応力に対応する残留ひずみは弾性計算により求めた。

なお、本解析は非線形解析であるので、各増分段階においてNewton-Raphson法によって解を収束させた。

4. 鋼はり試験体および曲げ載荷試験方法

試験体は材質SS41のH型鋼より切り出された試験部と、円筒断面の載荷用アームからなる。試験部のH型鋼のミルシートによる機械的性質と化学成分をTable.1に示す。また、試験体の形状および寸法をFig.2(a)に示す。試験部と載荷用アームを高力ボルトによって連結し、力の伝達が滑らかになるように連結部の端面は切削仕上げした。

載荷方法はFig.2(b)に示す2点載荷とし、上下フランジでのひずみ速度が約 0.0001mm/mm/sec となるようミニコンによって載荷速度を制御した。試験部の曲率は三断面にそれぞれFig.3のように貼付したひずみゲージによって検出されたひずみ用いて、平面保持を仮定して算出した。

5. 材料特性の測定

材料特性を測定するために、試験体から24本（フランジから18本、ウェブから6本）のJIS5号試験片を切り出した。Table.2に引張試験によって測定された機械的性質を、Fig.4に同じく応力-ひずみ関係の典型的な例を示す。提案モデルに導入された材料特性を求めるために、引張試験の他に1回の除荷を含む引張圧縮試験を実施して応力-ひずみ関係を測定した^{2), 3)}。Fig.5に実施した試験の結果を、下降伏点で無次元化した応力と塑性ひずみの関係で示す。

引張試験の場合、鋭い上降伏点は応力の集中した部分に小数の転位が急速に増殖してすべり帯を形成することによって生じる。通常、すべりは試験片の極めて一部分ではじまり、

Table.1
Mechanical properties and chemical composition.

	Tension test			Chemical composition %					
	Y.P. (Mpa)	T.S. (Mpa)	EL. (%)	C X100	Si X1000	Mn X100	P X1000	S X1000	Ceq X100
SS41	312	436	24.5	10	20	60	40	40	21

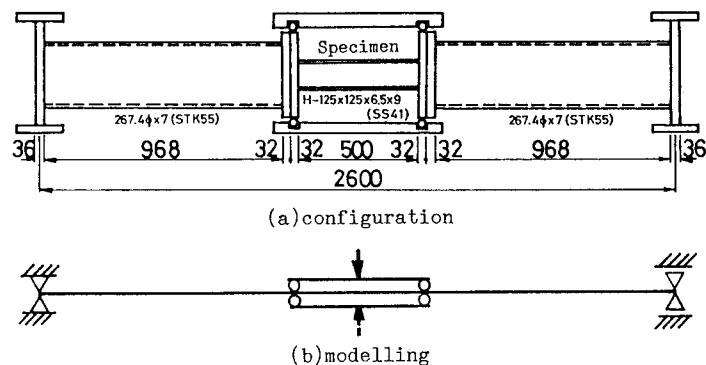


Fig.2 Specimen and its setup.

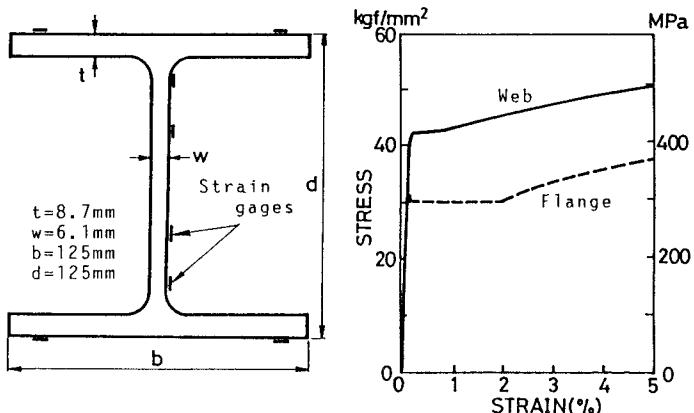


Fig.3 Cross section and measurement points of strain. Tensile stress-strain relations.

Table.2 Measured mechanical properties.

	Upper Yield Point σ_{yu}	Lower Yield Point σ_{yl}	Tensile Strength σ_B	Broken Stress σ_b	Young's Modulus $\times 10^5$ E
flange	344	301	440	347	2.10
web	---	402	498	402	2.10

unit : MPa

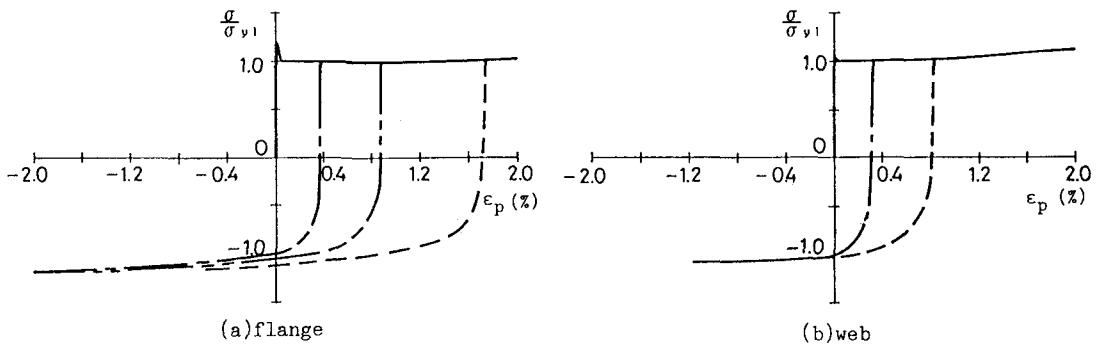


Fig. 5 Experimental results to evaluate material properties.

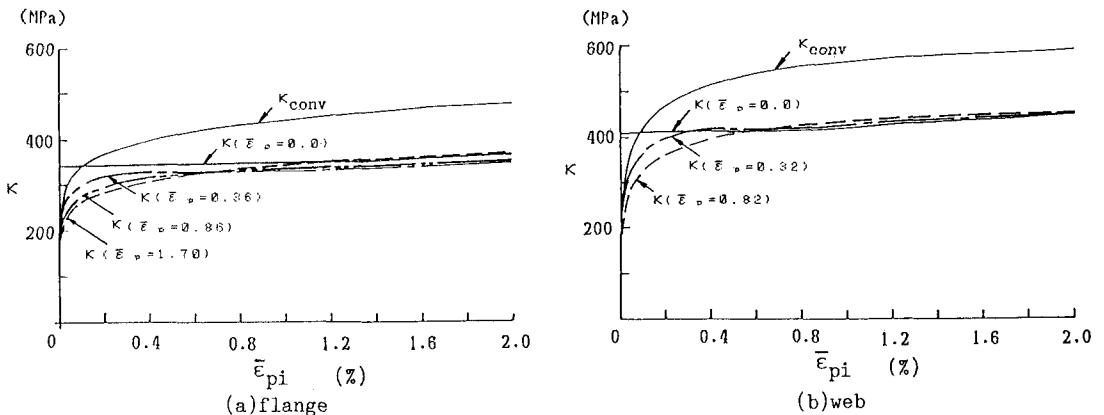


Fig. 6 Fundamental surface size functions.

上降伏点で降伏した後、標点間距離全体にリューダース帶が広がる間に下降伏点まで応力が降下する^{8), 9)}。上降伏点は一般に安定性が乏しく、試験条件の影響を受け易いが、降伏という現象は上降伏点で発生するものとみなせる¹⁰⁾。さらに、材料特性を求める試験で用いた板状の試験片による場合と異なり、はりの場合には断面方向に応力勾配が存在するため、はりの一部分を構成する材料では上降伏点で降伏した後、応力の下降伏点までの急激な低下は生じにくいと思われる。そこで、初期降伏における降伏点および降伏棚での応力としては上降伏点を採用した。

文献2)にしたがって決定した基本曲面サイズ関数を Fig. 6に示す。履歴の効果が収束したときの基本曲面サイズ関

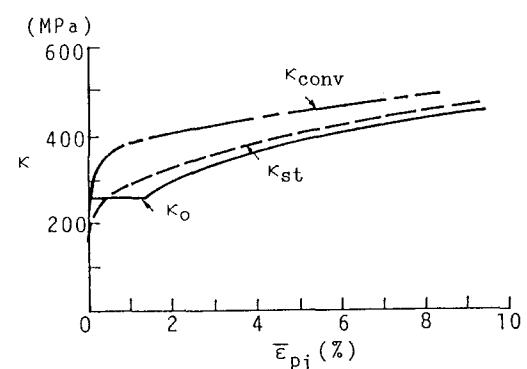


Fig. 7 Fundamental surface size functions of SM41A³⁾

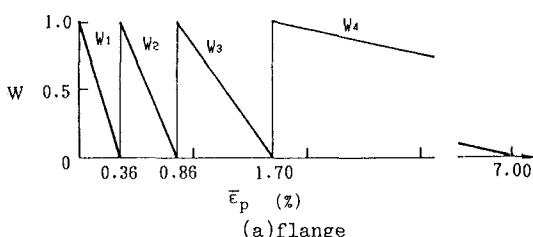


Fig. 8 Weighting functions.

数としての κ_{conv} は測定していないので、Fig.7に示した著者らが先に実施した軟鋼に関する測定の結果^{2), 3)}を参考にして、ひずみ硬化が開始する時点での基本曲面サイズ関数を応力軸方向に30%拡大したものを κ_{conv} とした。測定されたすべての曲面サイズ関数を基本曲面サイズ関数として採用し、重み関数はFig.8に示すようにすべて直線とした。

試験体に生じている残留応力は孔あけ法⁵⁾によって測定した。なお、測定器が設置できないため、ウェブについては測定していない。Fig.9(a)は残留応力の測定結果から、過去の測定事例⁷⁾と比較して妥当と思われるものを示したものである。

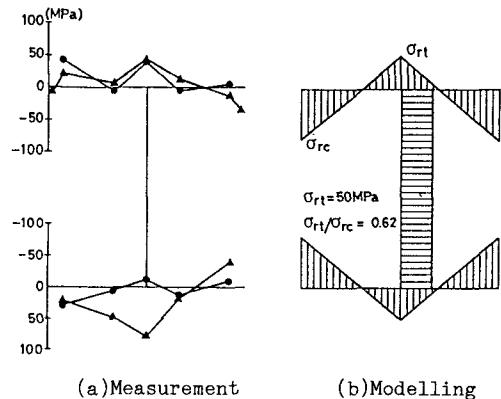
6. 解析対象のモデル化

断面の要素分割パターンを決定するために、Fig.10に示す3種の要素分割パターンを用いて、バイリニア型の応力-ひずみ関係を仮定して単調負荷における曲げモーメント-曲率関係を計算した。その結果をTable.3に示す。要素数はそれぞれ124, 328および648とした。要素内でひずみ、応力および接線係数が線形分布していることによって、計算の精度が向上しているために、いずれの要素分割パターンに対する数値計算結果もほぼ一致しており、分割数による有為な差はみられない。しかし、要素数の増加につれて、計算時間もほぼ比例的に増加することを考慮して、以後の数値計算においてはもつとも要素数の少ない要素分割パターンを用いた。

残留応力は、前述の測定結果を参考にして、Fig.9(b)に示すようにモデル化した。

7. 解析結果と実測結果との比較

提案モデルによって計算される応力-ひずみ関係を用いて履歴曲げモーメント-曲率関係を推定するのに先だって、より簡略な応力-ひずみ関係を用いてそれらの関係を計算し、その結果と実測による結果を比較した。応力-ひずみ関係を求めることが本研究の目標ではなく、あくまで鋼はりの断面挙動を精度良く計算するために、正確な応力-ひずみ関係が必要となるのである。したがって、簡略なモデルを用いてどの程度の精度で断面挙動の推定ができるかを実測結果との比較により把握しておくことは重要である。簡略な応力-ひずみ関係の例とし



(a) Measurement (b) Modelling

Fig.9 Residual stress distribution.

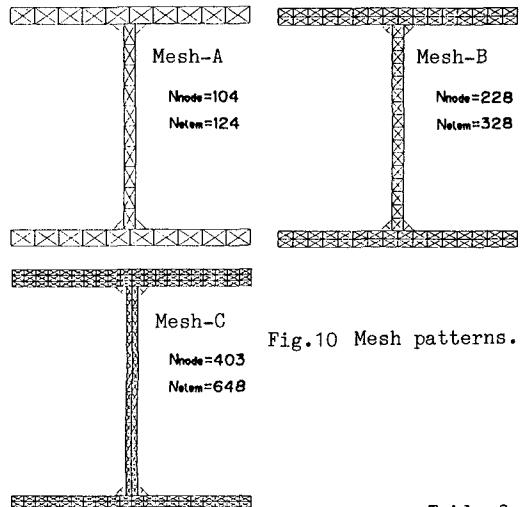


Fig.10 Mesh patterns.

Table.3
Comparisons of calculated monotonous moment-curvature relations ; effect of mesh pattern.

Moment(kN·m)	Curvature (1/m)		
	Mesh-A	Mesh-B	Mesh-C
9.8	0.00571	0.00571	0.00571
19.6	0.0114	0.0114	0.0114
29.4	0.0171	0.0171	0.0171
39.2	0.0228	0.0228	0.0228
41.2	0.0240	0.0240	0.0240
43.1	0.0251	0.0251	0.0251
45.1	0.0263	0.0263	0.0263
47.0	0.0280	0.0278	0.0277
49.0	0.0321	0.0321	0.0321
50.0	0.0384	0.0381	0.0381
51.0	0.0504	0.0500	0.0500
51.9	0.0846	0.0839	0.0837
52.9	0.219	0.218	0.217
53.9	0.428	0.423	0.422
54.9	0.644	0.637	0.636
55.9	0.860	0.853	0.852
Nnode	104	228	403
Nelem	124	328	648
CPU(sec)	24.7	48.7	85.2
Nstep	166	167	167
CPU/Nstep(sec)	0.149	0.292	0.510

Nnode is number of nodes.

Nelem is number of elements.

Nstep is number of calculation steps.

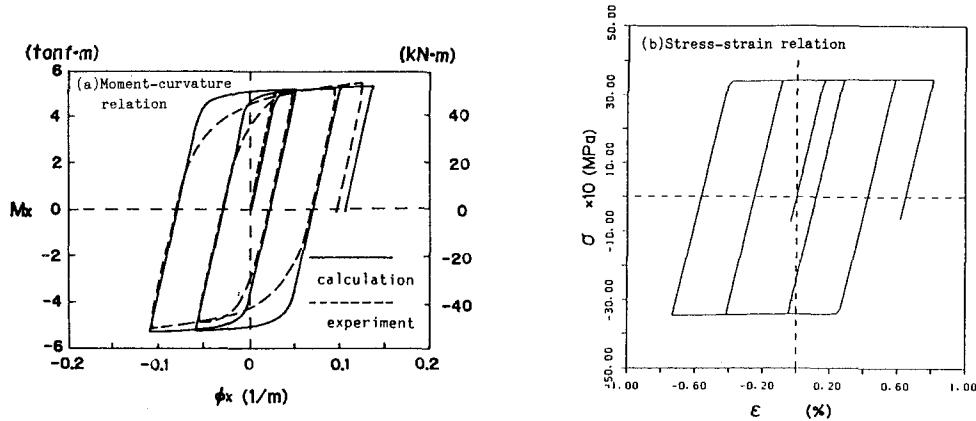


Fig.11 Comparison of moment-curvature relation ; measurement and calculation by using bilinear stress-strain relation.

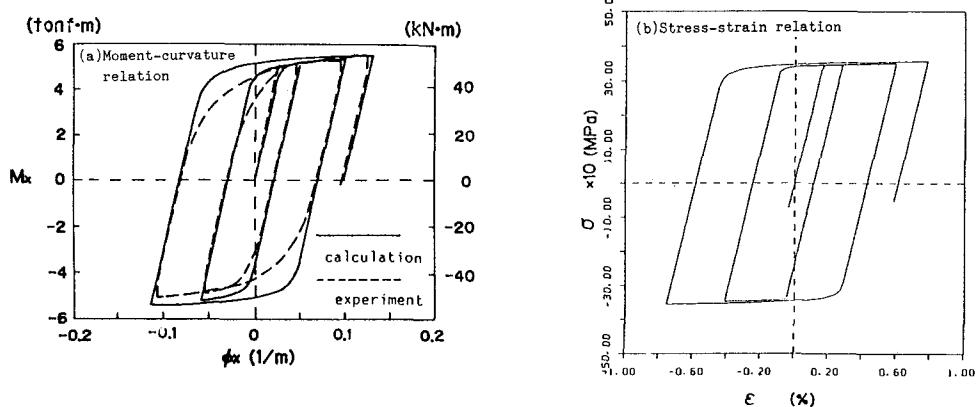


Fig.12 Comparison of moment-curvature relation ; measurement and calculation by using Petersson-Popov model.

て、次の2つを用いた。

- 1)バイリニア型の応力－ひずみ関係。除荷によって降伏応力は大きくならない移動硬化則に従う。
- 2)Petersson-Popovモデルによる応力－ひずみ関係。この場合の基本曲面サイズ関数としては κ および κ_{conv} のみを用い、重み関数は累積相当塑性ひずみの増加に対して直線的に減少する関数とした。

上記1)の応力－ひずみ関係は、弾塑性構造解析においてしばしば用いられる応力－ひずみ関係であり、精密な応力－ひずみ関係を必要としない場合にしばしば用いられる。これを用いて計算された曲げモーメント－曲率関係を実測により求められたそれと比較してFig.11に示す。(a)図の実線が計算された曲げモーメント－曲率関係を、破線は対応する載荷試験の結果から得られたそれらの関係をそれぞれ示している。示した数値計算において求められた上フランジ最外縁での応力－ひずみ関係を(b)図に示す。(b)図のようなバイリニア型の履歴応力－ひずみ関係を用いたことに対応して、履歴曲げモーメント－曲率関係では弾性範囲が大きく、また実測結果にみられるなだらかな剛性の低下が表現されていない。このような結果はSidebottomおよびChang¹¹⁾によって指摘された結果と同様である。

上記2)の応力－ひずみ関係は、著者らが提案した繰り返し塑性モデルの基本となったものであり、これを用いて弾塑性履歴応力－ひずみ関係が精度良く求められないことは、すでに著者らの検討で明らかとなっている⁴⁾。しかし、上記1)のバイリニア型の応力－ひずみ関係と比べれば、Bauschinger効果をある程度評価することができること、高張力鋼に対しては比較的良好な推定結果を与える可能性があること¹²⁾、さらには、

このモデルを用いて履歴曲げモーメントー曲率関係を推定した研究¹²⁾ も報告されていることから、それによる推定結果の精度を調べることとした。この応力ーひずみ関係を用いて計算された曲げモーメントー曲率関係を実測により求められたそれと比較してFig.12に示す。載荷パターンはFig.11に示したものと同じである。Fig.11と同様に、(a)図の実線が計算された曲げモーメントー曲率関係を、破線は対応する載荷試験の結果から得られたそれらの関係をそれぞれ示している。示した数値計算において求められた上フランジ最外縁での応力ーひずみ関係を(b)図に示す。Petersson-Popovモデルを用いたにもかかわらず、履歴応力ーひずみ関係はFig.11(b)に示したバイリニア型のそれと類似している。基本曲面サイズ関数として κ と κ_{conv} のみを用い、しかも生じる塑性ひずみが±0.5%を超えない範囲であるので、 κ の関数の形状が支配的となり、しかも一径路で生じるひずみも最大で1.5%程度であるため κ の降伏棚の部分での応力ーひずみ関係が現れて、バイリニア型に近い応力ーひずみ関係になったものと思われる。この結果、当然ではあるが、曲げモーメントー曲率関係もFig.11(a)に示した結果と同様になった。

上記のFig.11およびFig.12で示した例を含めて3通りの載荷パターンについて、著者が提案した応力ーひずみ関係を用いて履歴曲げモーメントー曲率関係を計算し、その結果と対応する載荷試験によって得られたそれらの関係を比較した。Fig.13にその結果を示す。(i)図は曲率の振幅が次第に増加してゆく最も基本的な載荷パターンの例を示している。また、(ii)図および(iii)図はより複雑な載荷パターンとして選んだランダムに曲率の振幅が変化する場合の例を示している。これらの図の(a)図の実線が計算された曲げモーメントー曲率関係を、破線は対応する載荷試験の結果から得られたそれらの関係をそれぞれ示している。示した数値計算において求められた上フランジ最外縁での応力ーひずみ関係を(b)図に示す。各々の図の(b)図から材料が受けたひずみ履歴は ε_0 の値で最大2%程度であることから、 κ_{conv} を実測によらず過去の測定結果から仮定して決定した影響は現れていないことになる。また、重み関数はFig.8のようにすべて直線としたが、比較的多数の基本曲面サイズ関数を用いた結果として、計算結果には重大な誤差をもたらさないことが明らかとなった。履歴曲げモーメントー曲率関係については、材料の上降伏点の値のバラツキが主な原因で第一負荷径路において誤差がやや大きくなったものと思われるが、その後の繰り返し載荷の過程については提案した繰り返し塑性モデルを用いることによって実測によって得られる曲げモーメントー曲率関係を非常に精度良く予測できることが明らかとなった。

以上のように、上記の1)あるいは2)のような簡略な応力ーひずみ関係を用いた場合には、断面の履歴曲げモーメントー曲率関係は精度良く推定することはできず、それらの関係を精度良く計算するためには、本研究で提案した高精度の応力ーひずみ関係を用いることが望ましい。

8. 結論

本論文は構造材料の繰り返し塑性挙動の影響を強く受ける構造物あるいは構造部材の応答解析を精度良く実施することを目標として、構造用鋼材の繰り返し塑性挙動を表現することのできるモデルを、鋼はり断面の履歴曲げモーメントー曲率関係の推定に適用したものである。本研究で得られた主な結論を以下に示す。

(1)接線剛性法によって、任意の2軸対称断面の一般化応力と一般化ひずみの関係を求めるための、解析システムを構築した。接線剛性法において部材断面の接線剛性を評価するには、断面の各部での接線係数を用いて、断面に関して積分をする必要がある。本研究では、接線係数が要素内で線形に変化する微小三角形要素に断面を分割し、要素内の積分値を要素を構成する3節点での値を用いて表した。そして、これを全要素にわたって総和することによって積分値を求めた。この方法で断面の接線剛性を評価することによって、一般に良く用いられる要素内でひずみが一定の要素を用いた場合と異なり、比較的粗い要素分割で良い精度が期待できる。

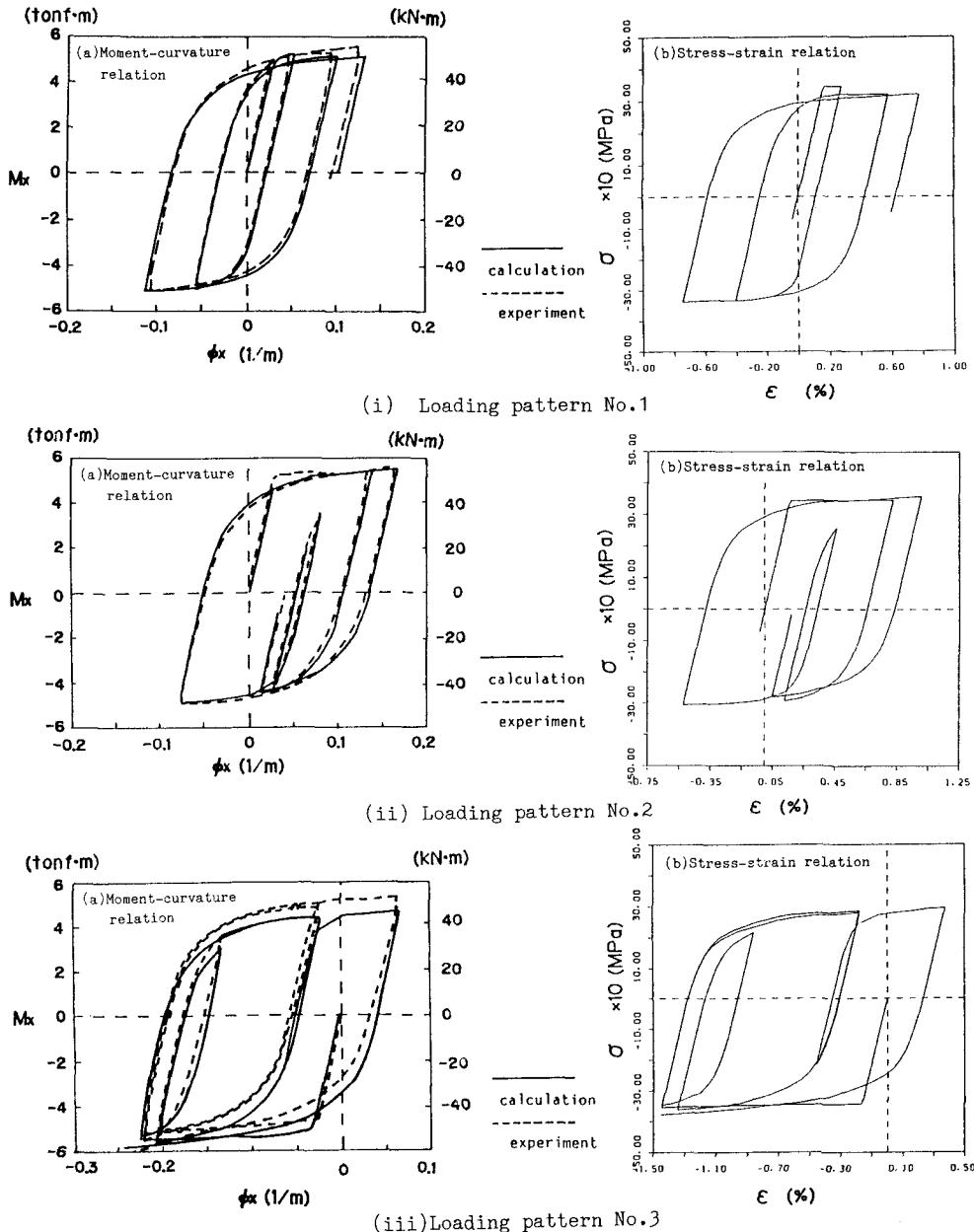


Fig.13 Comparison of moment-curvature relations ; measurements and calculations by using the proposed stress-strain model.

(2) 解析システムの適用例として、強軸まわりの交番曲げを受けるH型鋼はり断面の履歴曲げモーメント-曲率関係を計算し、これと別に実施した載荷試験の結果と比較した。同時に、より簡略な応力-ひずみモデルの例として、移動硬化型バイリニア応力-ひずみ関係 および Petersson-Popov モデルによる応力-ひずみ関係を用いた数値計算も実施した。その結果、応力-ひずみ関係の高精度での推定が期待できることが確認されている本提案モデルを用いた解析によって、鋼はり断面の曲げモーメント-曲率関係が精度良く推定できることが明らかとなった。

謝　　辞

本研究における数値計算は、東京大学大型計算機センターの HITAC M-680H/M-682Hおよび武藏工業大学情報処理センターの FACOM M-360を用いて実施された。なお、本研究は昭和61・62年度文部省科学研究費補助金・一般研究(B)（課題番号：61460157）および奨励研究(A)（課題番号：62750435）の交付を受けて実施された。

参考文献

- 1) Petersson,H. and Popov, E.P.: Constitutive relation for generalized loadings, Proc. of ASCE, Vol.103, No.EM4, pp.611-627, 1977.
- 2) 皆川 勝 ,西脇威夫 ,増田陳紀 ,斎藤哲郎 : 繰返し荷重に対する構造用鋼材の高精度応力－ひずみモデル, 第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集 ,pp.145-150 ,1985年7月
- 3) Minagawa,M., Nishiaki,T. and Masuda,N.: Modelling cyclic plasticity of structural steels, Proc. of JSCE, No.386/I-8, pp.145-154, October 1987.
- 4) 皆川 勝 ,西脇威夫 ,増田陳紀: 構造用鋼材の履歴引張圧縮応力－ひずみ関係の推定, 構造工学論文集, Vol.32A, pp.193-206, 1986年3月.
- 5) 松橋貞雄 ,坂野昌弘 ,藤崎恭功 ,西村俊夫: 孔あけ法による溶接残留応力の測定、東京工業大学土木工学科研究報告, No.26, pp.21-37, 1980年6月.
- 6) Chen,W.F. and Atsuta,T:Theory of Beam-Column Volume2 - Space Behavior and Design, McGraw-Hill Inc., 1977.
- 7) Tebedge, N. and Tall, L.: Contraintes residuelles dans les protails en acier - Synthese des valeurs mesurées, Construction Metallique, No.2, pp.37-48, Paris, June 1974.
- 8) Tetelman,A.S. and McEvily Jr.,A.J.:Fracture of Structural Materials,Translated to Japanese by Miyamoto,H., Baihu-kan, pp.169, 1967.
- 9) A.H.コットレル(木村宏訳) :コットレルの金属学(下巻), アグネ, PP.167-170, 1970.
- 10)山田良之助: 材料試験(改稿), 内田老鶴園新社, PP.54-59, 1970年.
- 11)Sidebottom,O.M., and Chang, C.T.:Influence of the Bauschinger effect on inelastic bending of beams, Proc. First U.S. Nat'l.
- 12)尼子元久・水野英二・福本曉士 : 繰り返し一軸曲げを受ける構造部材断面のM-P-φ曲線, 土木学会第40回年次学術講演会講演概要集 , I-30, pp.59-60, 1985年9月.

(1987年10月16日受付)